Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

1.6.287

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ALGEBRA CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS

E SOCIETATE IESV.

ROMAE,
Apud Bartholomæum Zannettum.
Anno M. DC. VIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

CLAVDIVS AQVAVIVA
Societatis Iesu Præpositus Generalis.

CVm opus hoc, cui titulus est Algebra, P. Christophori Clauij Bambergensis, Tres eiusdem Societatis Theologi, quibus id commisimus, recognouerint, ac in lucem edi posse probauerint; facultatem damus, vt typis mandetur, si Reuerendissimo D. Vicesgerenti; & Reuerendissimo P. Magistro Sacri Palatij ita videbitur. In cuius rei fidem has litteras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus. Romæ Kalendis Octobris 1607.

Claudius Aquauiua.

Imprimatur si videbitur R.P.M. Sac. Palatij Apostolici.
Cesar Fidelis Vicesg.

Imprimatur
Frater Augustinus Galaminius Sac. Pal. Apost. Magister.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ILL.^{MO} ET EXCELL.^{MO} D.
DON IOANNI DE GVEVARA
DVCI BOVINI
REGNI NEAPOLITANI MAGNO SENISCALLO.

Christophorus Clauius è Societate IESV.
S. P. D.

SPLENDIDA ſunt, & magnificis amplificata titulis, Dux Excellentiſsime, quae de animorũ noſtrorum nobilitate, ac praeſtantia circumferuntur: ſed nullum profecto luculentius, nullum, ſi naturam ſpectes, ad vtilitatem, vel ad voluptatem iucundius, ab vniuerſitatis artifice mortales obtinuere beneficium, quàm quod ſibi bonarum artium, ac diſciplinarum ad rerum naturam pertinentiũ ornamenta comparare poſſunt. Has inter facultates, quarũ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

praecipua laus in veri veſtigatione conſiſtit, non poſtremae notae Mathematicas eſſe is neget, qui nullum ſibi putet eſſe cum veritate commerciũ. Ex Mathematicis vero, quae quaſi in patritias diſtributae familias, aliae aliò euaſere, Arithmetica tanto caeteris praeſtat, quanto eius natura ſyncerior, veritas explicatior eſſe iudicatur. Quid enim illa vel ad ingenij ſubtilitatem acutius, vel ad certitudinem firmius excogitari poteſt? quid eſt, quod Arithmeticis, & illis quidem pauculis notis, addendo, ſubtrahendo, multiplicando, diuidendoque numeros progreſsionũ Geometricarum ab vnitate incipientium (quam artem patrio vocabulo Algebram Arabes nominarunt) confici non poſſit? Quoties huius diſciplinae artificio exterriti etiam acutiores ita ſunt, vt nullũ putarent tacitum pectoris arcanum eſſe, quod numerorum iudicium effugiat, fallat Arithmeticorum ingenia. Huius in facultatis ſinum, tametſi ſemper, in hac tamen extrema ſenectute mea quaſi contento curſu, tamquam in portum ita me recepi, vt in eius placidiſsimo complexu omne imbecillae aetatis faſtidiũ leuauerim, atq; ob incredibilem eius varietatem, voluptatemque moleſtias omnes temperauerim. Quamuis vero

extite-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

extiterint non pauci tum ex antiquis,tum ex recentioribus, qui aliqua cum laude huius diſciplinae excoluerunt cognitionẽ, operae tamen pretium fore iudicaui, ſi quae illi obſcurè, implicatè, confusè ſcripſerunt, aperirem ipſe, enodarẽ, ſuis locis exacte digererem. Itaque ſpiſſum ſane, & denſum opus,ſummiſque difficultatibus inuolutum ſum ſenex aggreſſus, vt eorum vtilitati conſulerem, quorum ingenia, dummodo prius non leuiter Arithmeticis ſint regulis exercita, abſolutam Algebrae cognitionem affectant. Libellum itaque hunc, qua potui diligentia,conſcripſi, quem iam improbae lucis iudicium ſubeuntem cuius potius clientelae commiterẽ, Dux Illuſtriſsime, quàm tuae, cuius generis ampliſsimi nobilitatem non longam ſolum auorum ſeries tot magnificis nobilitata monumentis, ſed propria etiam laus omni virtutum genere ſpectabilis commendat? Accedit ad hoc incredibilis tua in me humanitas,qua me tunc adeo complexus es, cum te Romae, ac Illuſtriſſimum Parentem tuũ Innicum alloquutus ſum, qui praeclariſſimo ad imitationem, admirationemque posteritatis exemplo, rebus omnibus humanis, honoribus, potentia, opibus, ſtudio paupertatis

cum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

cum religiosae vitae conditione commutatis, eo velificauit, vbi ne leuis quidem ambitiosae gloriolae aura animi fluctus commouente, ea consequi potest, quae nulla temporum volubilitate labefactantur. Quod si aliquid huic addendũ est, hoc addam (mitto tua in me, ac Mathematicos omnes, tum beneuolentiam, tum liberalitatem) quod nimirum hoc grati animi monumentum tua sibi vindicat in nostrum ordinẽ vniuersum munificentia, qua Bouini ad adolescentium excolenda, qua ad pietatem, qua ad litterarum studia, ingenia, Collegium à fundamentis excitasti. Complectere igitur qua soles clementia ac humanitate tenue hoc munusculum, in quo si rei amplitudinem, ac praestantiam, certe animi voluntatem non desiderabis. Ipse vero eam tibi à Deo Optimo Maximo precabor foelicitatem, quae votis tuis, nostrisque ex omni parte respondeat. Vale.

ROMAE IDIBVS MARTII. M. DC. VIII.

INDEX

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

INDEX
CAPITVM ET RERVM, QVAE IN IIS CONTINENTVR.

PROOEMIVM DE ALGEBRÆ PRÆSTANTIA.

Scopus Algebræ. pag. 1

CAPVT I. De Inuentore Algebræ, ac nomine.

VARIA nomina Algebræ. 4
Intentio auctoris. 5
Algorithmus quid. 6
Tria genera numerorum in Algebra vsitatorum. Ibidem.

CAPVT II. De Numeris Coßicis, siue Denominatis.

Numeri Coßici qui sint. 7
Cur numeros proportionis Geometricæ dicamus Coßicos. Ibid.
Explicatio characterum Coßicorum. ibid.
Quomodo series naturalis numerorum numeros Coßicos progreßionis Geometricæ exponat. 9
Quot proportiones inter vnitatem, & quemlibet numerum progreßionis Geometricæ intercipiantur. ibid.
Cuius characteris exponens gignatur ex mutua multiplicatione, diuisioneque duorum exponentium. 10
Definitio vniuscuiusq. numeri Coßici. ibid.
Additio, & subtractio idem faciunt in serie naturali numerorum, quod multiplicatio, & diuisio in progreßione Geometrica. 11
Quomodo omnes numeri progreßionis Geometricæ sint denominandi. 12
Numerum compositum in suas partes incompositas resoluere, quæ ipsum mutua sua multiplicatione producant. ibid.
Quem locum progreßionis Geometricæ occupet quilibet numerus Coßicus. 14
Quomodo alij numeros progreßionis Geometricæ denominent. ibid.

CAPVT III. De Numeratione Coßicorum numerorum.

Explicatio signorum + & —. 15
Numeri Coßici compositi, Diminuti, & mixti qui. ibid.
Radices surdæ quo pacto signentur. 16
Signum radicale quid. ibid.

CAPVT IIII. De Additione, & Subtractione numerorum Coßicorum.

Additio Coßicorum numerorum diuersarum denominationum. 16
Additio numerorum Coßicorum eiusdem appellationis. ibid.

Sub-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

INDEX.

Subtractio numerorum Cossicorum diuersarum appellationum. ibid.
Subtractio numerorum Cossicorum einsdem denominationis. ibid.
Additio, & subtractio Cossicorum numerorum compositorum, &c. 17
Quid agendum, quando vnus numerus habet signum +, & alter signum — in additione, & subtractione. 18
Quid agendum in subtractione, quando vterque numerus habet signum +, vel —, & numeri præpostere ponuntur. 20
Duæ regulæ obseruandæ in additione, & subtractione. ibid.
Probatio additionis, & subtractionis. 21

CAPVT V.
De Multiplicatione, & Diuisioue numerorum Cossicorum.

Multiplicatio, & Diuisio numeri Cossici per absolutum. 21
Multiplicatio, & Diuisio numeri Cossici per Cossicum numerum. 22
Demonstratio multipltcationis, & diuisionis numerorum Cossicorum. 23
Multiplicatio, & Diuisio numeri Cossici compositi per absolutum, vel per Cossicum tam simplicem, quam compositum. 24
Regula in multiplicatione, & diuisione numerorum Cossicorum obseruanda. 25
Quando non possit fieri diuisio. 26
Probatio multiplicationis, & diuisionis. ibid.
Quod eadem signa producant signum +, diuersa autem signum —. 27

CAPVT VI.
De numeris fictis, siue minoribus, quam nihil.

Numeri ficti, siue minores, quam nihil. 28
Vnum, & eundem numerum habere posse duas radices quadratas inæquales. 30

CAPVT VII.
De Fractionibus numerorum Cossicorum.

Numeratio fractionum Cossicarum. 31
Abbreuiatio fractionum Cossicarum. ibid.
Demonstratio abbreuiationis fractionum Cossicarum. 32
Reductio fractionum Cossicarum. ibid.
Demonstratio reductionis fractionum Cossicarum. ibid.
Additio, subtractio, multiplicatio, & diuisio fractionum Cossicarum. 33
Compendia quædam fractionum. 34

CAPVT VIII.
De Regula Algebræ.

Regula Algebræ. 36
In quo consistat artificium regulæ Algebræ. 37
Æquatio quid. ibid.

CAPVT IX.
De Aequationum varietate.

Variæ permutationes æquationum. 40
Præceptum variandi quamcunque æquationem. ibid.

CAPVT X.
De reductione Aequationum.

Variæ æquationes reducendæ. 41
Æquationes ita reducendæ sunt, vt maior character solitariè in vna parte ponatur, &c. ibid.
Reductiones variarum æquationum. ibid.
Primnm præceptum reductionis. 42
Secundum præceptum reductionis. ibid.
Summa reductionis. ibid.
Securior est reductio sine duobus præceptis prædictis. 43
Reductio æquationum inter minutias, & inter

inter numeros Cossicos irrationales, & numeros absolutos inuentarum. ibid.
Demonstratio reductionis æquationum inter minutias. ibid.
Characteres abbreuiandi sunt, vt habeatur numerus absolutus in vna parte æquationis. 44
Reducenda est æquatio per diuisionem, vt numerus maioris characteris solitariè positus sit vnitas. ibid.

CAPVT XI.
De diuisione, quam præcipit Regula Algebræ.

Explicatio plenior diuisionis, quam Regula Algebræ præcipit: 45

CAPVT XII.
De extractione radicum, cuius mentionem facit Regula Algebræ.

Quando Quotiens indicat pretium Radicis. 46
Quando & quæ radix sit extrahenda, quando alter numerorum æquationis est numerus absolutus. 47
Quænam radix sit extrahenda, quando duo numeri Cossici non collaterales inter se æquantur, quorum neuter est numerus absolutus. ibid.
Qualis radix sit extrahenda, etiamsi characteres non abbreuientur. ibid.
Extractio radicum ex numeris Cossicis simplicibus. ibid.
Qui numeri Cossici compositi habeant radices. 48
Qui numeri Cossici compositi non habeant radices. 49
Extractio radicis quadratæ ex Cossico numero composito, vel diminuto. 50
Qui numeri Cossici habeant duplicem radicem, 51
Quo pacto tum maior, tum minor radix inueniatur. ibid.
Demonstratio extractionis radicum ex Cossicis numeris compositis, diminutisue. 52
Demonstratio alia extractionis radicum ex numeris Cossicis compositis, diminutisue. 55
Alius modus extrahendi radicem quadratam ex numero Cossico composito, vel diminuto. 58
Commoditas huius posterioris modi extractionis. 59
Demonstratio alterius huiusmodi extractionis. ibid.
Extractio radicis zensizensicæ, zensicubicæ, &c. 61
Exempla duo, in quibus occurrunt radices surdæ. 62
Quando aliquando quæstio aliqua non soluitur, culpa in Arithmeticum, non autẽ in Algebram transferenda est. 64

CAPVT XIII.
De multitudine Regularum Algebræ, quam alij auctores introducunt.

Inter quos numeros alij potissimum æquationes obseruent. 65
Tres simplices æquationes. 66
Tres compositæ æquationes. ibid.
Quando æquatio est inter ʒ. *&* ℞. ibid.
Quando æquatio est inter ℞, *&* N. ibid.
Quando æquatio est inter ʒ, *&* N. ibid.
Quando æquatio est inter ʒ + ℞, *&* N. ibid.
Quando æquatio est inter ʒ *&* ℞ + N. 67
Quaudo æquatio est inter ʒ + N, *&* ℞. ibid.
Quando in æquatione reperiuntur plures, paucioresue zensi. ibid.
Quo pacto aliæ æquationes ad 6. superiores regulas reuocentur. ibid.
Præstantiorem esse vnicam nostram regulã Algebræ sex aliorum regulis. 68
Aequatio simplex, & composita. ibid.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

INDEX.

CAPVT XIIII.

Quæstio proposita, vtrum possibilis sit, necne, an vero inepta ac nugatoria, quo pacto ex ipsa operatione, quæ per Algebræ regulam fit, cognoscatur.

Hoc explicatur nouem quæstiunculis partim impossibilibus, partem nugatorijs. 68

CAPVT XV.

De secundis radicibus.

Cur excogitatæ sint secundæ radices. 72
Numeratio secundarum radicum. ibid.
Additio secundarum radicum, Item Subtractio, multiplicatio, diuisio, atque radicum extractio. ibid.
Examen operationum radicum secundarum. 74

CAPVT XVI.

De numeris irrationalibus, siue surdis.

Irrationales numeri, siue surdi, qui. 76
Vtrũ radices surdæ sint numeri, necne. 77
Duo genera radicum surdarum, simplex, & composita. ibid.
Numeri mediales, qui. 78
Radix ligata, quæ. ibid.
Numerus irrationalis, compositus, vel diminutus, qui. ibid.
Radix vniuersalis, quæ. ibid.
Radix totius numeri compositi, diminutiue, quæ. ibid.
Radix distincta, quæ. 79

CAPVT XVII.

De reductione radicum simplicium ad eandem denominationem.

Qua ratione diuersæ radices ad eandem denominationem reducantur. 79
Demonstratio reductionis. 80
Quo pacto numerus absolutus, & radix reducantur ad eandẽ denominationẽ. 81
Compendium reductionis. ibid.
Regula reductionis quarundam radicum facilis. 82

CAPVT XVIII.

De multiplicatione, ac diuisione radicum simplicium.

Multiplicatio, ac diuisio radicum simplicium, quo pacto fiat. 83
Multiplicatio radicum in se quadratè, cubicè, zensizensicè. 84
Facilis inuentio quadrati radicis zensizensicæ. 85
Summa quotuis radicum æqualium. ibid.
Demonstratio multiplicationis radicum quadratarum. ibid.
Demonstratio generalis multiplicationis omnium radicum. 86

LEMMA.

Vtrum duæ radices surdæ commensurabiles sint, necne, & quam proportionem inter se habeant, cognoscere. 87

CAPVT XIX.

De Additione radicum simplicium.

Additio radicum æqualium. 89
Additio radicũ incommensurabiliũ. ibid.
Additio radicum quadratarum per propos. 4. lib. 2. Eucl. ibid.

Addi-

Additio radicum commensurabilium. 90
Demonstratio additionis radicum commensurabilium. 91
Pulchra ratio addendi radices commensurabiles. 92
Alia ratio pulchra addendi radices commensurabiles. 93
Addere plures radices habentes communem mensuram vnam radicem eiusdem generis. ibid.

CAPVT XX.
De subtractione radicum simplicium.

Subtractio radicis ab æquali radice. 94
Subtractio radicum inæqualium. ibid.
Subtractio radicum quadratarum, per propos. 7. lib. 2. Eucl. ibid.
Subtractio radicum commensurabiliũ. 95
Pulchra ratio subtrahendi radices commensurabiles. 96
Alia ratio pulchra subtrahendi radices commensurabiles. ibid.
Alia subtrahendi ratio, quando radices propositæ habeant aliam radicem eiusdem generis communem mensurã. ibid.

CAPVT XXI.
Inter duos numeros quotlibet medios proportionales constituere.

Quotuis medios proportionales inter duos numeros collocare. 97

SCHOLIVM.

Qui numeri non sint quadrati. 99
Qui numeri non sint cubi. ibid.

CAPVT XXII.
De additione, ac subtractione numerorum irrationalium compositorum.

Duæ regulæ obseruandæ in additione, & subtractione. 100
Obseruanda in nonnullis subtractionibus. 102
Compendiosa additio, subtractioque compositorum, & diminutorum numerorum similium. 105

CAPVT XXIII.
De multiplicatione, ac diuisione numerorum irrationalium compositorum, & diminutorum.

Regula in multiplicatione, ac diuisione obseruanda. 105
Compendiosa multiplicatio numeri compositi, vel diminuti, in se. 108
Compendiosa multiplicatio numeri compositi quadratarum radicum per similem numerum diminutum. ibid.
Diuisio numeri compositi, diminutiue per radicem simplicem. 109
Diuisio per numerum radicum quadratarum, vel Zensizensicarum compositum, aut diminutum. 110
Diuisio per numerum radicum quadratarum compositum trium particularum, aut plurium. 112
Diuisio per numerum radicum cubicarum compositum. 113
Diuisio per numerum radicum zensizensicarum, surdesolidarum, &c. compositum. ibid.
Diuisio per numerum compositum diuersarum radicum. 115

SCHOLIVM.

Vter duorum numerorum compositorum maior sit. 115

CAPVT XXIIII.
De Radicibus numerorum irrationalium compositorum, vel diminutorum, quas alij Vniuersales dicunt: Et de earundem Algorithmo.

Variæ radices numerorũ compositorũ. 116

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Quadrata, & cubi radicum numerorum compositorum. ibid.
Multiplicatio radicis numeri compositi in se. 117
Multiplicatio radicum numerorum compositorum. ibid.
Multiplicatio radicis numeri compositi, vna cum radice numeri diminuti similis in seipsam. 120
Summa ex radice numeri compositi, & radice numeri diminuti similis collecta. 121
Diuisio radicum numerorum compositorum. 122
Additio radicum numerorum compositorum. 125
Subtractio radicum numerorum compositorum. 128

CAPVT XXV.
De minutijs numerorum Irrationalium, ac de earundem Algorithmo.

Numeratio minutiarum irrationaliũ. 131
Abbreuiatio minutiarum irrationalium. ibid.
Additio, & subtractio minutiarum irrationalium. 132
Multiplicatio, ac diuisio minutiarum irrationalium. 133

CAPVT XXVI.
De numeris Irrationalibus Cossicis, siue Denominatis, vna cum eorum Algorithmo.

Numeri Cossici irrationales, qui. 134
Additio, & subtractio numerorum Cossicorum irrationalium. ibid.
Reductio signorum radicalium in numeris Cossicis irrationalibus. 135
Multiplicatio, & diuisio numerorum Cossicorum irrationalium. 136
Quando post reductionem signa Cossica abbreuiari possint, & quando non. 137
Aequatio inter numerum Cossicum irrationalem, & numerum absolutum. ibid.
Quando huiusmodi aequatio impossibilis est. 138

CAPVT XXVII.
De Binomijs, atque Apotomis, Residuisve.

Binomium, & Residuum: Item Trinomium, & Quatrinomium apud scriptores, quid. 138
Binomium, & Residuum secundum Euclidem, quid. ibid.
Non omnem numerum, qui gerit signum √ʒ. esse irrationalem. 139
Superficies, & linea media. ibid.
Binomia sex, & eorum definitiones. 140
Apotomae sex, & earum generatio ex Binomijs. 141
Sex Binomiorum, & Apotomarum inuentio. 142
Inuentio Binomij, vel Apotomae cuiusuis speciei, ex dato Binomio, vel Apotomae eiusdem speciei. 144
Binomium, vel Residuum propositum, quodnã sit ex 6. speciebus, iudicare. 145
Qua ratione in circulo omnia 6. Binomia & Apotomae reperiantur. ibid.

CAPVT XXVIII.
De extractione radicum ex Binomijs, & Apotomis. Vbi obiter de alijs lineis irrationalibus, de quibus Euclides in lib. 10. disputat.

Cur nonnulli dicant, non omnia Binomia habere radices. 147
Omnia Binomia secundum Euclidem habere radices. ibid.
Radices sex Binomiorum quales lineae, vel numeri irrationales sint. ibid.
Radices sex Apotomarum quales lineae, vel numeri irrationales sint. 148
Ex binis medijs prima. ibid.

Ex bi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Ex Binis Medijs secunda. ibid.
Linea maior. ibid.
Rationale, ac Medium potens. ibid.
Bina media potens. 149
Mediæ Apotomæ prima. ibid.
Mediæ Apotomæ secunda. inid.
Linea Minor. ibid.
Reliqua cum Rationali Medium totum efficiens. ibid.
Reliqua cum Medio Medium totum efficiens. ibid,
Lineæ irrationales 23. apud Euclidē. 150
Extractio radicis ex dato Binomio, aut Residuo, tribus vijs. ibid.
Radix Binomij primi est Binomium: Et radix Residui primi est Residuū. ibid.
Radix Binomij secundi est linea ex Binis Medijs prima: Et radix Residui secundi est Mediæ Apotomæ prima. 151
Radix Bidomij tertij est Linea ex Binis Medijs secunda: Et radix Residui tertij est Mediæ Apotomæ secunda. ibid.
Radix Binomij quarti est Linea Maior: Et radix Residui quarti est Linea Minor. 152
Duo incommensurabilia facere possunt summam Rationalem. ibid.
Radix Binomij quinti est Linea Rationale, ac Medium potens: Et radix Residui quinti est Linea cum Rationali Medium totum efficiens. 153
Duo incommensurabilia inter se multiplicata facere possunt numerum Rationalem. ibid.
Radix Binomij sexti est Lina bina Media; Et radix Residui sexti est Linea cum Medio Medium totum efficiens. 154
Differentia quadratorum nominum radicis cuiuslibet Binomij, & Residui, quæ. ibid.
Pulchra ratio multiplicandi Binomij, vel Residui in se. 155

LEMMA.

Datum numerum in duas partes secare, vt numerus, qui ex mutua earum multiplicatione producitur, æqualis sit dato numero, qui maior non sit quadrato semissis dati numeri, qui diuidendus est, vel (quod idem est) quarta parte quadrati totius numeri diuidendi. 156
Alia via extrahendæ radicis ex dato Binomio, vel Residuo. 157

SCHOLIVM.

Qui ordo seruetur in ænigmatibus per Algebram soluendis. 160

CAPVT XXIX.

Ænigmata varia numerorum abstractorum per Algebram enucleanda, in quibus æquatio inter duos numeros occurrit: quæ quidem simplex æquatio dicitur.

1 *Datum numerum quemcunque diuidere in duas partes se mutuo superantes in dato excessu quocunque.* 162

SCHOLIVM.

Diuisio numeri Cossici in duas partes datum excessum habentes. 163
Diuisio numeri absoluti in duas partes in dato excessu sine Algebra. 164

2 *Duos numeros inuenire, quorum excessus sit datus quiuis numerus, & eorum summa conficiat quemlibet numerum datum.* ibid.
3 *Datum numerum quemlibet in duas partes diuidere, quæ inter se multiplicatæ gignant numerum, qui ad quadratum minoris partis habeat datam proportionem quamcunque.* ibid.

SCHOLIVM.

Datum numerum in duos partiri in data proportione, qui inter se multiplicati gignant numerum, qui ad quadratum minoris numeri proportionē habeat eandem datam. 165

4 Duos

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

4 Duos numeros inuenire, qui inter se multiplicati producant numerum, qui ad quadratum minoris numeri proportionem habeat datam: simul vero additi conficiant summam propositam quamcumque. ibid.

5 Duos numeros inuenire in data proportione, quorum maior si subtrahatur a dato numero, & minor a minore alio dato numero, reliqui fiant duo numeri æquales, quando id fieri potest. 166

6 Duos numeros in proportione data inuenire, ica vt maiore addito ad datum numerum, & minore ad alium datum minorem, efficiantur duo numeri in proportione quacunque data, quando id fieri potest. ibid.

7 Numerum inuenire, qui additus ad quosuis duos numeros datos faciat duos numeros in quacunque proportione, quæ minor sit proportione duorum numerorum propositorum. 167

8 Numerum inuenire, qui ablatus ex quibuslibet duobus numeris datis relinquat duos numeros in quacunque proportione, quæ maior sit proportione duorum numerorum propositorum. 168

9 Propositum numerum in duos numeros habentes datam proportionem distribuere. 169

10 Propositum numerum in duas partes secare, vt maior ad minorem habeat datam proportionem, & insuper contineat datum quemcunque numerum. ibid.

11 Duos numeros inuenire, quorum excessus datus sit, & proportio data. 170

12 Datum numerum in duos partiri, ita vt pars aliquota vnius data cum parte alia aliquota alterius data faciat datum quemuis numerum, qui positus sit inter partes nominatas dati numeri diuidendi. ibid.

13 Datum numerum in duos partiri, ita vt prioris pars aliquota data excedat aliam partem aliquotam posterioris datam numero quouis, qui minor sit parte aliquota totius numeri propositi eiusdem nominis cum parte aliquota prioris numeri. 171

14 Numerum inuenire, a quo si auferantur duo dati numeri, residuum minoris ad maioris residuum datam habeat proportionem. ibid.

15 Datis duobus numeris, alium inuenire, quo addito ad minorem, & detracto a maiore; summa ad residuum, vel residuum ad summam habeat pαoportionem datam minorem ea, quam numeri dati habent. Item quo addito ad maiorem, & detracto ex minore; summa ad residuum proportionem habeat datam maiorem ea, quæ inter datos numeros inuenitur. 172

16 Datis duobus numeris, alium inuenire, ad quem si adyciatur alter duorum, & ab eodem alter detrahatur; summa ad residuum proportionem habeat datam. 173

17 Propositum numerum in duos diuidere bis, ita vt maior numerus primæ diuisionis ad minorem secundæ diuisionis habeat datam proportionem: Item maior secundæ diuisionis ad minorem primæ diuisionis, datam quoque habeat proportionem quamcunque. ibid.

18 Datum numerum in duos diuidere ter, ita vt maior pars primæ diuisionis ad minorem secundæ datam habeat proportionem: Item maior secundæ diuisionis ad minorem tertiæ: Ac denique maior tertiæ diuisionis ad minorem primæ. 174

19 Duos numeros inuenire, qui inter se multiplicati procreent numerum in data proportione ad eorum summam. 175

20 Dato numero quolibet, inuenire alium, ita vt ex hoc in illum procreetur numerus in data peoportione ad eorum summam: ita tamen, vt denominator proportionis dato numero minor sit. ibid.

21 Inuenire duos numeros in data proportione, qui inter se multiplicati faciant numerum in data proportione ad eorum summam. ibid.

22 Inuenire duos numeros, quorũ summa sit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

sit datus quilibet numerus, & posteriore diuiso per priorem, Quotiens datus sit etiam numerus quiuis.

VEL

Datum numerum in duos partiri, vt posteriore diuiso per priorem, Quotiens sit quilibet numerus datus. 176

23 *Datum numerum in quinque partes secare, vt secunda primam contineat quotiescunque libuerit, & præterea quotlibet vnitates: Tertia secundam, quotiescunque etiam libuerit, ac propterea quotuis vnitates: Quarta tertiæ sit multiplex data, minus quotuis vnitates: Ac tandem quinta a multiplici data quartæ deficiat quotlibet etiam vnitatibus, quando id fieri potest.* 177

24 *Datis duobus numeris, alium inuenire, qui cum minore numerum faciat æqualem ei, quem pars aliquota quæcunque inuenti numeri cum maiore efficit.* ibid.

25 *Inuenire duos numeros in data proportione, vt tantum fiat, minore detracto ex maiore, quantum maiore diuiso per minorem.* 178

26 *Inuenire duos numeros in data proportione, quorum summa æqualis sit numero ex eorum multiplicatione inter se producto.* ibid.

27 *Duos numeros inuenire in dato excessu, ita vt eorum quadrati datum etiam habeant excessum, qui tamen maior sit quadrato dati excessus numerorũ.* ibid.

SCHOLIVM.

Idem ænigma sine Algebra soluere, etiamsi excessus datus quadratorum sit quilibet numerus Cossicus datus. 179

28 *Datis duobus numeris, alios duos in data proportione inuenire, quorum maior ad minorẽ datorũ additus tantũ faciat, quantum minor ad eundẽ adiectus.* ibid.

29 *Dato numero, alium inuenire, qui in datum ductus tantum faciat, quantum ad eundem additus.* ibid.

30 *Dato numero, alium inuenire, vt eius pars aliquota data in datum numerum ducta tantum faciat, quantum totus numerus inuentus ad eundem datum numerum additus.* 180

31 *Datum numerum in duos partiri, ita vt minor sit maioris pars aliquota data, vel partes aliquotæ datæ, & contineat insuper datum alium numerum, si placet.* ibid.

32 *Duos numeros, inuenire, ita vt si numerus productus ex eorum multiplicatione diuidatur per eorundem differentiam, Quotiens fiat datus quicunque numerus.* 181

33 *Numerum inuenire, cuius duarum partium datarum quadrati summam conficiant, quæ ad aliam partem datam eiusdem numeri inueniendi proportionẽ habeat datam quamcunque.* ibid.

34 *Numerum inuenire, qui in se ductus, & productus numerus in datum quemuis numerum faciat numerum in data proportione ad cubum ex inuento numero procreatum.* ibid.

35 *Datum numerum in duos diuidere, vt alteruter eorum ductus in alium datum numerum excedat dato numero quolibet numerũ productũ ex altero numero in quemuis alium datum numerum.* 182

36 *Datum numerum partiri in duas partes, quæ cum ipso progressionem Arithmeticam constituant.* 183

37 *Inuenire duos numeros, qui inter se multiplicati faciant numerum, qui ad minorem habeat datam proportionem, & ad maiorem quoque proportionem datam, sed illa minorem.* ibid.

38 *Datum numerus in quotuis partes Arithmeticè proportionales diuidere, quarum differentia data sit, quando id fieri potest.* ibid.

39 *Datum numerum in quotuis partes Arithmeticè proportionales partiri, quarum prima data sit: quando id fieri potest.* 184

40 *Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt productus ex* maio-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

maiore horum in maiorem illorum faciat numerum, qui dato quolibet numero superet productum ex minore in minorem. ibid.
41 Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt productus ex maiore horum in minorem illorum superet dato numero eum, qui ex minore in maiorem fit. Vel certe hic productus illum dato numero excedat. 185
42 Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt summa quadratorum ex ipsis descriptorum ad eorum summam habeat datam proportionem. ibid.
43 Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt maior horum ad maiorem datorum additus faciat numerum in data quacunque proportione ad summam ex minoribus collectam: dummodo hæc secunda proportio data sit inter proportionem datorum numerorum, & proportionem alteram datam. 186
44 Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt subtracto minore horum ex datorum maiore, reliquus numerus ad eum, qui relinquitur, detracto maiore ex minore, proportionem habeat datam quamcunque. ibid.
45 Datis duobus numeris, alios duos in data proportione inuenire, vt maiore ex maiore detracto, & minore ex minore, numeri remaneant æquales. 187
46 Tres numeros in data proportione Geometrica continua inuenire, vt productus ex multiplicatione quorumcunque duorum inter se, æqualis sit reliquo, vel ad ipsum habeat quamlibet proportionem datam. ibid.
47 Datum numerum partiri in duas partes, vt maiore diuisa per minorem, Quotiens sit idem datus numerus. 188
48 Duos numeros inuenire, vt primus cum quolibet multiplici secundi faciat numerum æqualem ei, qui conflatur ex secundo, & quouis multiplici primi: Vel vt primus cum data parte secundi tantum faciat, quantum secundus cum data parte primi: Vel denique, vt si primus sumat multiplicem quemcunque secundi, & secundus quemlibet multiplicem primi: Aut si primus accipiat partem datam secundi, & secundus datam partem primi; fiant duo numeri in data quauis proportione. ibid.
49 Datum numerum distribuere in quotuis partes in data proportione Geometrica continua. 190
50 Inuenire quotuis numeros in data proportione Geometrica continua, quorum summa dato cuicunque numero sit æqualis. ibid.
51 Datum numerum in tres numeros partiri, vt minores duo datam habeant differentiam: Item duo maiores aliam differentiam datam. ibid.
52 Tres numeros inuenire, vt minorum differentia sit data: Item maiorum differentia alia data: Et omnes tres datum conficiant numerum. 191
53 Datum numerum partiri in tres, vt vteruis extremorum cum medio ad alterum extremum proportionem habeat datam. ibid.
54 Inuenire tres numeros, ita vt primus cũ secundo proportionem ad tertium habeat datam: Item tertius cum secundo ad primum datam proportionem habeat; omnesq. tres conficiãt summã datã. 192
55 Numerum inuenire, ita vt quadratus ex parte eius aliquota data descriptus, & quadratus alterius cuiusuis partis eius aliquota, conficiant ipsum numerum, vel alium, qui ad inuentum numerum proportionem habeat datam. ibid.
56 Datum numerum partiri in duos, vt data pars primi cum secundo tantum faciat, quantum secundi pars alia data cum primo efficit. 193
57 Duos numeros inuenire, ita vt primus, accepto quolibet numero a secundo faciat numerum, qui ad reliquum secundi proportionem habeat datam: Item secundus, accepto quolibet etiam numero a primo, faciat numerum, qui ad reliquum primi proportionem etiam habeat datam. ibid.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

58 *Tres numeros inuenire, ita vt bini quique faciant tres numeros propositos, dummodo semissis summæ propositorum numerorum maior sit singulis propositis numeris.* 194

59 *Quatuor numeros inuenire, ita vt terni quique efficiant quatuor numeros propositos; dummodo tertia pars summæ propositorum numerorum maior sit singulis propositis numeris.* 195

SCHOLIVM.

Eadem arte inuenientur quinque numeri, vt quaterni quique efficiant quinque numeros propositos; dummodo quarta pars summæ propositorum numerorum singulis numeris propositis maior sit. Item sex numeri; si tamen quinta pars maior sit, &c. Et sic deinceps, quotcunque numeri; si modo pars summæ denominata a numero propositorum numerorum, vno minus, maior sit singulis numeris propositis. 196

60 *Tres numeros inuenire, vt bini quique simul sumpti excedant reliquum dato numero.* ibid.

61 *Quatuor numeros inuenire, vt bini quique simul sumpti excedant reliquum dato numero; dummodo summa ex quatuor numeris postulatis collecta maior sit singulis numeris datis.* 197

SCHOLIVM.

Eodem modo reperientur quinque numeri, vt quaterni quique superent reliquum dato numero; dummodo tertia pars summæ ex quinque postulatis excessibus maior sit singulis numeris. Pari ratione inuenientur sex, si tamen quarta pars maior sit, &c. Atque ita deinceps quotcunque numeri, si modo pars summæ denominata a numero datorum excessuum, minus duobus, maior sit singulis excessibus datis. 199

62 *Tres numeros inuenire, quorum maximus medium superet data parte minimi: Medius quoque minimum superet data parte maximi: Minimus denique datam medij partem excedat numero dato.* ibid.

63 *Tres numeros inuenire, ita vt si quisq. proximè sequenti det datam sui partem. inter eos, qui dederunt, & acceperunt, reperiatur æqualitas.* 200

64 *Quatuor numeros inuenire ea lege, vt cum quiuis eorum proximè insequenti datam sui partem dederit, inter eos, qui dederunt, & acceperunt, reperiatur æqualitas.* 201

SCHOLIVM.

Eodem modo inuenientur 5. numeri, vel plures, ita vt postquam vnusquisque sequenti partem datam dederit, tandem fiant 5. numeri æquales, vel plures: omnesq. simul facient semper summam, quæ toties numerum, quem singuli faciunt, continebit, quot sunt ipsi numeri. 203

65 *Datum numerum in duas partes diuidere, ita vt posterior pars cum data parte aliquota prioris faciat datum quẽlibet numerum.* ibid.

SCHOLIVM.

Idem ænigma sine Algebra expedire. 204

66 *Duos numeros inuenire, quorum summa æqualis sit dato numero, & posterior cum data parte prioris efficiat datum quoquè alium numerum.* ibid.

67 *Tres numeros inuenire, ita vt cum*

unusquisque a summa reliquorum duorum datam partem acceperit, fiant tres numeri æquales. ibid.

68 Quatuor numeros inuenire ea conditione, ut cum unusquisque a summa reliquorum trium datam partem acceperit, fiant quatuor numeri æquales. 205

SCHOLIVM.

Non aliter inuenientur 5. numeri, uel 6. uel plures, ita ut si unusquisque a summa reliquorum acceperit datam partem, fiant totidem numeri æquales. 207

69 Tres numeros inuenire ea lege, ut si unusquisque proximè insequenti det imperatam sui partem, postquam mutuò dederunt, & acceperunt, singuli habeant eundem numerum datum. ibid.

SCHOLIVM.

Ad eundem modum in ænigmate 64. 67. & 68. determinari poterit numerus, quẽ singuli conficere debent. ibid.

70 Datum numerum in tres, quatuor, uel plures partiri ea conditione, ut si quisque proximè sequenti det imperatam sui partem, postquam mutuò dederint, & acceperint, fiant tres numeri, vel quatuor, vel plures æquales. 208

71 Datis duobus numeris, alium quendam inuenire, qui utrumque datum multiplicans faciat maiorem quidem, quadratum, minorem uerò, latus eius quadrati. 209

72 Duos numeros inuenire, ita ut summa ex ipsis confecta, & excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, datos numeros efficiant: dummodo datus quadratorum excessus minor sit, quam datæ summæ quadratus. 210

73 Datum numerum in duos diuidere, ut excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, sit quilibet numerus minor quadrato dati numeri. ibid

74 Duos numeros inuenire in data proportione, ita ut summa quadratorum, qui ex ipsis fiunt, ad excessum numerorum inuentorum proportionem habeat datam. 211

75 Duos numeros in data proportione reperire, ita ut excessus quadratorum ipsorum ad excessum inuentorum numerorum proportionem habeat datam. ibid.

76 Duos numeros inuenire in data proportione, ita ut numerus ex uno in alterum procreatus ad eorum summam datam habeat proportionem. ibid.

77 Duos numeros in data proportiono inuenire, ita ut numerus ex uno in alterũ procreatus ad eorum excessum datam habeat proportionem. 212

78 Duos numeros inuenire in data proportione, ita ut quadratus minoris ad maiorem numerum proportionem habeat datam. ibid.

79 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut quadratus minoris ad Quotientem, si maior per minorem diuidatur, proportionem habeat quamcunque datam. ibid.

80 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut quadratus minoris ad eorum summam habeat proportionem datam quamlibet. 213

81 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut quadratus minoris ad eorum excessum habeat datam proportionem. ibid.

82 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut quadratus maioris ad minorem habeat proportionem datam. ibid.

83 Duos numeros in data proportione inuenire, ut quadratus maioris ad Quotientem, diuiso maiore per minorem, proportionem habeat datam quamcunque. ibid.

84 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut quadratus maioris ad eorum

eorum summam habeat datam proportionem. 214

85 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut quadratus maioris ad eorum excessum habeat proportionem datam. ibid.

86 Datis duobus numeris, alium tertium inuenire, ita ut omnium trium duo quicunque simul additi, & in reliquum multiplicati, tres numeros constituant in excessu æquali, hoc est, Arithmeticè proportionales. ibid.

87 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, ad eorum summam habeat proportionem datam. 216

88 Duos numeros in dato excessu inuenire, ita ut excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, superet datum excessum quouis numero dato: dummodo quadratus excessus numerorum quæsitorum dati minor sit summa ex eodem excessu, & postulato numero collecta. ibid.

89 Duos numeros in dato excessu inuenire, ita ut excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, ad excessum datum datam habeat proportionem, & insuper contineat datum numerum: dummodo quadratus dati excessus minor sit summa, quæ ex numero, qui ex ductu denominatoris datæ proportionis in ipsum excessum fit, & ex dato numero colligitur. 217

90 Datum numerum quadratum in duos numeros quadratos distribuere. 218

SCHOLIVM.

Datum numerum quadratum in quotuis numeros quadratos distribuere, etiam sine Algebra. ibid.

91 Datum numerum ex duobus quadratis compositum in alios duos quadratos diuidere. 219

92 Duos numeros quadratos in dato excessu inuenire. ibid.

93 Duos numeros inuenire, quorum quadrati se excedant dato numero. 220

94 Duos numeros quadratos inuenire, quorum summa quadratus sit numerus. ibid.

95 Duos numeros quadratos inuenire, quorum excessus quadratus sit. ibid.

96 Tres numeros quadratos inuenire, quorum summa sit numerus quadratus. 221

SCHOLIVM.

Quatuor numeros quadratos, uel etiam plures inuenire, quorum summa sit quadratus numerus. ibid.

97 Duos numeros inuenire, quorum tam summa, quam excessus sit numerus quadratus. ibid.

98 Duobus numeris datis, inuenire aliũ, qui utrique seorsum additus faciat quadratum. 222

99 Duobus numeris datis, alium inuenire, qui ab utroque seorsum subtractus, relinquat quadratum. 224

100 Datis duobus numeris, alium inuenire, a quo uterque datorum detractus, quadratum relinquat. ibid.

101 Datum numerum in duos partiri, & insuper quadratum numerum inuenire, qui cũ utraque parte seorsum quadratum efficiat. 225

102 Datum numerum in duos partiri, & insuper numerum quadratum inuenire, a quo utraque pars seorsum subtracta quadratum relinquat. ibid.

103 Tres numeros inuenire, ita ut primus cum quolibet alio dato habeat ad summam reliquorum proportionem quãcunque datam. Item secundus cum eodem dato numero ad summam reliquorum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

quorum habeat quoque datam quamuis proportionem. Tertius denique cum eodem numero dato habeat ad reliquorum summam proportionem quoque datam quamcunque. 226

104 Tres numeros inuenire, ita ut primus cum data parte summæ aliorum duorum faciat numerum datum. Item secundus cum alia data parte aliorum duorum faciat quoque quemcunque numerum datum. Tertius denique cum quauis data parte aliorum duorum faciat similiter quemlibet datum numerum. 227

105 Datum numerum partiri in duas partes, ut prior cum dato alio numero ad posteriorem cum quouis alio dato numero proportionem habeat datam quamcunque, si id fieri potest. 228

106 Numernm inuenire, a quo detractis quotuis partibus aliquotis, si reliquus numerus per datum numerũ multiplicetur, fiat numerus æqualis ei, qui ex inuento numero, & dato conflatur. 229

107 Duos numeros in data proportione inuenire, ut ex uno in alterum gignatur datus quiuis numerus. ibid.

108 Duos numeros in qualibet proportione datos æqualiter minuere, ita ut reliquus maioris ad reliquum minoris habeat datam quamcunque proportionẽ; quæ maior sit proportione datorum numerorum. ibsd.

109 Duos numeros in data proportione inuenire, ita ut qui fit ex uno in alterum cum summa quadratorum, qui ex ipsis fiunt, efficiat numerum datum. 230

110 Inuenire numerum, qui in se ductus, & productus in datum quemuis numerum faciat numerum, qui habeat ad numeri inuenti cubum proportionem quamcunque datam. 231

111 Datum numerum in duas partes secare, ut prior multiplicata per quemuis numerum producat numerum, qui superet numerum productum ex parte posteriore in quemlibet alium numerum, numero dato, quando id fieri potest. ibid.

112 Datum numerum in duas partes secare, ut prior in quemlibet numerum ducta faciat numerum in data proportione ad numerum factum ex posteriori parte in quemuis alium numerum multiplicata. 232

113 Datum numerum in duos distribuere, ut prior diuisus per datum quemuis numerum faciat Quotientem in data proportione ad Quotientem, qui fit ex posteriori numero per quemlibet numerũ diuiso. ibid.

114 Tres numeros in continua proportione data inuenire, ut numerus ex minore in medium productus habeat ad maiorem quamcunque proportionem datam. 233

115 Datum numerum in tres partiri, ut singuli in tres singulos numeros datos, uel in unum eundemq. numerum datum multiplicati producant tres numeros in data proportione continua. ibid.

116 Datum numerum in tres partes diuidere, ut singulæ per tres singulos numeros datos multiplicatæ producant eundem numerum: Vel ut tam priores duæ per duos datos numeros ductæ producant unum eundemq. numerum, quam posteriores duæ per alios duos numeros datos multiplicatæ producant unum quoque & eundem numerum. 234

117 Datum numerum in tres partes distribuere, ut prima parte diuisa per quemuis numerum: Et secunda multiplicata per alium datum numerum: Ac tertia diuisa per quemcunque etiam numerum, proueniant tres numeri æquales. 235

118 Datum numerum in tres partes secare, ut singulæ per singulos tres numeros datos diuisæ, faciant unum eundemque Quotientem. ibid.

119 Duos numeros in data proportione inuenire, ut quælibet pars aliquota mi-

neris

noris in aliam datam partem maioris multiplicata gignat numerum quemcunque datum. 236

120 Numerum inuenire, quo per datum numerum multiplicato, & per productum diuiso alio numero dato, Quotiens ad inuentum numerum datam habeat proportionem. ibid.

121 Tres numeros inuenire Arithmeticè proportionales, ita ut eorum summa sit data pars aliquota numeri, qui ex eorum multiplicatione inter se producitur: Vel (quod idem est) ut numerus ex ipsorum multiplicatione productus ad eorundem summam proportionem habeat datam. 237

122 Tres numeros inuenire in continua proportione data, ut ex eorum multiplicatione gignatur datus numerus. 238

123 Numerum inuenire, qui ductus in suam radicem quadratam producat datum numerum. ibid.

124 Numerum inuenire, cuius radix quadrata ad eiusdem radicem cubicam habeat datam proportionem. ibid.

125 Duos numeros inuenire, ut ex uno in alterum gignatur numerus, qui ad duos inuentos habeant duas proportiones datas, maiorem tamen ad minorem, & minorem ad maiorem. 239

126 Duos numeros inuenire datam summam efficientes, ita vt vterius cum data parte, vel partibus alterius faciat quemuis numerum datum: qui minor sit, quam summa data, & maior data parte, vel partibus datis eiusdem summæ datæ. ibid.

127 Quinque numeros inuenire, ita vt quatuor quomodolibet sumpti sine reliquo faciant quinque numeros datos: dummodo quarta pars summæ propositorum quinque numerorum maior sit singulis numeris postulatis. 240

128 Numerum inuenire, ita vt tres quadrati ex eius tribus partibus datis descripti, & in vnam summam collecti, efficiant ipsum numerum inuentum, vel alium quemcunque datum. 241

129 Datum numerum in quotlibet numeros partiri, ita vt quilibet sequens superet præcedentem dato numero. ibid.

130 Duos numeros inuenire in proportione data, ita vt alteruter ductus in quadratum alterius faciat numerum quemcunque datum. 242

131 Duobus numeris datis, alium tertium inuenire, ita vt tres habeantur numeri, quorum bini simul sumpti, si in tertium ducantur, procreentur tres numeri Arithmeticè proportionales. ibid.

132 Tres numeros inuenire, ita vt primus ac secundus cum data parte tertij: Item secundus & tertius cum parte data primi: nec non tertius ac primus cum parte data secundi, efficiant vnum eundemq. numerum datum. 243

133 Datum numerum partiri in tres partes continuè proportionales, ita vt numerus ex prima in tertiam productus ad productum ex prima in secundam habeat datam proportionem. 244

134 Tres numeros inuenire, ita vt primus cum datis quotlibet vnitatibus secundi numerum faciat æqualem ei, qui secundo superest: Item secundus cum quotcunque vnitatibus tertij faciat aliũ numerum æqualem ei, qui tertio superest: Tertius denique, acceptis quotuis vnitatibus a primo, faciat numerum, qui ad reliquum primi habeat proportionem datam. 245

135 Duos numeros in data proportione inuenire, vt vtroque per duos numeros datos multiplicato, producantur duo numeri facientes summam quamcunque datam. 246

136 Duos numeros inuenire, quorum tã summa, quam excessus sit numerus quadratus. ibid.

137 Da-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

137 *Dato quadrato, inuenire numerum, quo & ad datum quadratum adiecto, & ab eodem detracto, fiat numerus quadratus.* ibid.

LEMMA.

In omni triangulo rectangulo, rectangulum bis sub duobus lateribus circa angulum rectum comprehensum, vnà cum quadrato lateris recto angulo oppositi, æquale est quadrato, cuius latus ex duobus lateribus componitur. Idem verò rectangulum bis sub lateribus prædictis comprehensum, si ex eodem quadrato lateris recto angulo oppositi detrahatur, reliquum fiet quadratum, cuius latus differentia est prædictorum duorum laterum. 247

138 *Numerum inuenire, qui in quemuis datum numerum ductus faciat numerum, qui cum quouis alio dato numero numerum efficiat æqualem ei, qui fit ex quæsito numero in quemuis alium datum numerum, maiorem tamen primo dato, multiplicato.* 248

139 *Datum numerum in duas partes diuidere, & insuper quadratum inuenire, qui cum vtraque parte seorsum quadratum efficiat.* ibid.

140 *Datum numerum in duas partes distribuere, & insuper quadratum inuenire, a quo si duæ partes inuentæ subducantur, reliqui fiant duo quadrati.* 249

141 *Datum numerum in duas partes diuidere, ita vt earum cubi faciant summam datam quamcunque, quæ maior sit quarta parte cubi ex dato numero descripti.* 250

SCHOLIVM.

Antecedens ænigma sine Algebra soluere. 251

142 *Datum numerum in duos cubos distribuere, quorum laterum summa data est: dummodo quarta pars cubi huius summæ minor sit dato numero.* ibid.

143 *Numerum inuenire, cuius quadratus, vel multiplex quadrati datus constituat datam partem, uel partes cubi ex eodem inuento numero procreati.* ibid.

144 *Numerum inuenire, qui sui cubi constituat datam partem, uel partes* 253

145 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt minor in quadratum maioris ductus producat numerum datum.* ibid.

146 *Numerum inuenire, qui inter duos sit medius, superetq. minorem numero dato, & superetur a maiore numero alio dato quolibet, & duo extremi efficiant summam datam quamcunque.* 253

147 *Datum numerum in quotlibet partes distribuere, ita vt unaquaque ad sequentem habeat datam proportionem.* ibid.

148 *Numerum inuenire, cuius partes datæ æquales sint parti aliquotæ datæ eiusdem auctæ numero dato.* 254

149 *Duos numeros inuenire, quorum summa data sit, ita vt priore per datum numerum diuisa, fiat Quotiens, qui cum data parte posterioris efficiat numerum datum.* ibid.

150 *Numerum inuenire, qui cum data eius parte datum numerum quemcumque superet tanto numero, quanto idem*

datus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

datus numerus, uel alius datus ipsummet numerum inuentum superat. 255

151 *Numerum inuenire, a quo si subtrahatur data pars, uel partes, relinquatur numerus tanto minor, quam datus numerus, quanto ipse inuentus numerus eundem datum numerum superat.* 256

152 *Numerum inuenire, qui in se multiplicatus, & productus in datum numerum, procreet numerum, a quo si alius datus numerus subtrahatur, reliquus fiat quicunque numerus datus.* 257

153 *Progressionem Arithmeticam constituere, cuius primus, & vltimus terminus dati sint, & summa progressionis data, quando id fieri potest.* ibid.

154 *Progressionem Geometricam in data proportione constituere, cuius ultimus terminus datus sit, una cum summa progressionis.* 258

155 *Progressionem Geometricam in data proportione constituere, cuius primus terminus datus sit, unà cum progressionis summa.* 259

156 *Datum numerum in duos partiri, vt primus aliquoties, ut libet, sumptus sit multiplex datus secundi aliquoties, ut libet, sumpti. Vel ut secundus aliquoties, ut libet, sumptus sit datus multiplex primi aliquoties, ut libet, sumpti,* 260

157 *Tres numeros in Arithmetica progressione inuenire, ut numerus ex mutua eorum multiplicatione genitus ad eorundem summam habeat datam proportionem.* ibid.

158 *Tres numeros inuenire, ut primus, acceptis quotlibet unitatibus a secundo, faciat numerum multiplicem quemcunque eius, qui secundo remanet: Secundus uero, acceptis quotuis unitatibus a tertio, faciat numerum etiam multiplicem quemcunque eius, qui tertio superest: Tertius denique, acceptis quotlibet unitatibus a primo, faciat numerum æqualem residuo primi, minus dato numero.* 261

159 *Duos numeros inuenire, ita ut primus, acceptis quotlibet unitatibus a secundo, superet residuum secundi dato numero: At secundus, acceptis quotuis unitatibus a primo, faciat numerum multiplicem datum eius, qui primo remanet, ac præterea contineat datum numerum.* 262

160 *Numerum inuenire, per quem si datus numerus diuidatur, ex Quotiente in quemuis datum numerum tantum fiat, quantum ex inuento numero in alium quemuis numerum datum.* ibid.

161 *Tres numeros continuè proportionales in data proportione inuenire, quorum quadrati in unam summam collecti faciant datum numerum.* 263

162 *Tres numeros continuè proportionales in data proportione inuenire, ita ut parte data maximi numeri in partem datam medij multiplicata, & hoc producto in partem datam minimi ducto, procreetur datus numerus.* ibid.

163 *Numerum inuenire, cuius datæ duæ partes inter se multiplicatæ producant numerum, quo diuiso per datum numerum, fiat Quotiens, qui contineat partem datam, uel partes radicis quadratæ numeri inuenti.* 264

164 *Numerum inuenire, cuius pars data in se multiplicata, & productus numerus in aliam partem datam ductus procreet quadratum numerum inuenti numeri.* ibid.

165 *Numerum inuenire, cuius pars data in aliam partem datam multiplicata producat datum numerum.* 265

SCHO-

que productum ex eorum multiplicatione superet dato numero. ibid.
174 Numerum inuenire, cuius quadratus auctus dato numero si ducatur in eundem quadratum mulctatum eodem dato numero, producat quemuis datum numerum. 271

SCHOLIVM.

Proximum problema sine Algebra expedire, etiamsi plures partes dentur. ibid.

166 Tres numeros inuenire, ut bini quilibet multiplicati inter se gignant tres datos numeros. 266
167 Datis duobus numeris, alium tertium inuenire, qui cum minore numerum faciat æqualem ei, quem inuenti data pars cum maiore efficit. ibid.
168 Numerum inuenire, ita ut quadrati quotcunque partium ipsius simul sumpti conficiant summam inuento numero æqualem, uel ipsius multiplicem. ibid.
169 Numerum inuenire, qui ductus in datam ipsius partem producat datum numerum quemcunque. 267
170 Datum numerum in duos numeros partiri, ut eorum quadrati summam datam conficiant, maiorem tamen semisse quadrati ex dato numero geniti, & minorem quadrato eiusdem numeri. ibid.
171 Datum numerum in tres partes continuè proportionales diuidere, ita ut productus numerus ex prima in tertiam ad productum ex prima in secundam habeat proportionem datam. 268
172 Datum numerum in duos numeros partiri, ut ex uno in alterum fiat alius datus numerus minor quarta parte quadrati ex dato primo numero procreati: hoc est, ita ut radix quadrata secundi dati numeri minoris quarta parte quadrati ex primo dato numero procreati sit medio loco proportionalis inter duos numeros inuentos. 269
173 Datum numerum diuidere in duos, ut eorum quadrati summam faciant,

CAPVT XXX.

Aenigmata varia numerorum abstractorum per Algebram enodanda, in quibus æquatio inter tres numeros, quorum vnus alijs duobus æqualis est, occurrit: quæ quidem composita æquatio dicitur. 1

1 Datum numerum in duas partes distribuere, ut earum cubi datam summam, quæ maior sit quarta parte cubi ex dato numero procreati, efficiant. 272
2 Datum numerum in duos cubos distribuere, quorum laterum summa data est: dummodo quarta pars cubi huius summæ minor sit dato numero. 273
3 Numerum inuenire, qui cum dato numero suum quadratum efficiat. ibid.
4 Numerum inuenire, cuius quadratus cum dato numero conficiat ipsius numeri inuenti Zensizensum, siue quadrati quadratum. 274
5 Numerum inuenire, cuius cubus cum dato numero conficiat sui cubi quadratum, uel sui quadrati cubum. ibid.
6 Inuenire duos numeros constantes datum numerum, ita ut ex ductu unius in alterum gignatur alius quiuis numerus datus. ibid.
7 Numerum inuenire, cuius Zensizensus cum

cum dato numero efficiat numernm in data proportione ad quadratum numeri inuenti. 275

8 Numerum inuenire, cuius Zensicubus cum dato numero faciat numerum, qui ad suum cubum proportionem habeat datam. 276

9 Duos numeros in dato excessu inuenire, ita vt ex ductu vnius in alterum gignatur numerus datus quicunque. ibid.

10 Numerum inuenire, cuius quadrati multiplex quilibet, vnà cum eiusdem numeri quadrato quadrati faciat datum numerum. 277

11 Numerum inuenire, cuius cubus cum eiusdem zensicubo faciat datum numerum. ibid.

12 Datum numerum in duas partes diuidere, vt maiore per minorem diuisa, & minore per maiorem, summa Quotientum sit data. 278

13 Numerum inuenire, ad quem quadratus ipsius mulctatus numero dato quocunque proportionem datam habeat. ibid.

14 Numerum inuenire, ad quem quadratus ipsius auctus dato numero proportionem habeat datam. 279

15 Duos numeros inuenire, quorum quadrati datam summam conficiant: & ijdem numeri inter se multiplicati producant numerum, ad quem quadratorum summa habeat proportionem datam. ibid.

16 Datum numerum in tres numeoes cōtinuè proportionales diuidere, ita vt productus ex primo in secundum cum producto ex secundo in tertium, vnà cum eo, qui fit ex tertio in primum, faciat quemlibet numerum datum. 280

17 Datis duobus numeris siue æqualibus, siue inæqualibus, alium inuenire, qui vtrilibet eorum additus faciat summam, quæ ducta in additum, hoc est, in inuentum, producat quadratum alterius numeri. 281

18 Numerum inuenire medium inter numerum quotlibet vnitatibus maiorem, & alium numerum quotuis vnitatibus minorem: ita vt extremi duo inter se multiplicati faciant datum quemcunque numerum. 282

19 Numerum inuenire, qui duos alios excedat datis numerit, ita vt duo illi inter se multiplicati producant numerum, qui inuentum dato numero excedat. 283

20 Numerum inuenire, quem alij duo excedant datis numeris, ita vt duo illi inter se multiplicati procreent numerum, qui datum multiplicem quadrati ex inuento numero geniti superet dato numero. 284

21 Numerum inuenire, cuius multiplex quiuis cum eiusdem numeri quadrato faciat datum numerum. ibid.

22 Dato quouis numero, duos alios inuenire, qui inter se multiplicati producant datum ipsum numerum, & quadrati omnium trium faciant datam summam quamcunque. 285

23 Duos numeros inuenire datam efficientes summam, & qui inter se multiplicati producant datum numerum, qui maior non sit quadrato ex semisse datæ summæ descripto.

VEL

Datum numerum in duos distribuere, vt ex vno in alterum gignatur datus quicunque numerus, qui maior non sit quadrato semissis dati numeri. 286

24 Numerum inuenire, cuius quadratus ab alio numero superetur dato numero, & alium excedat alio numero dato: ita vt extremi intet se multiplicati procant datum quemlibet numerum. 287

25 Numerum inuenire, a cuius quadrato quadrati subtracti quotuis quadrati eiusdem numeri, relinquant datum numerum quemcunque. ibid.

26 Duos numeros inuenire, qui inter se mul-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

multiplicati gignant numerum datum, & summa quadratorum ex eisdem numeris procreatorum sit etiam data. 288

LEMMA.

Duo numeri inter se multiplicati procreant numerum medium proportionalem inter eorum quadratos, in proportione ipsorum numerorum. 289

COROLLARIVM.

Si duo numeri se mutuò multiplicantes producant aliquem numerum, quadrati ipsorum numerorum se mutuò multiplicantes producunt quadratum numeri producti. ibid.

27 Duos numeros inuenire facientes summam datam, quorum quadrati faciant quoque datam summam. 290

28 Datum numerum in duos partiri, vt eorum quadrati datam summam efficiant. 292

29 Datum numerum in tres numeros continuè proportionales partiri, quorum medius datus sit, cuius tamen quadratus maior non sit quadrato semissis illius numeri, qui relinquitur, detracto dato medio ex dato numero. ibid.

30 Datum numerum in duas partes diuidere, ita vt earum cubi faciant summam datam quamcunque, quæ maior sit quarta parte cubi ex dato numero descripti. 293

31 Datum numerum in duos numeros distribuere, vt idem sit excessus inter quadratum maioris, & quadratum minoris, qui inter quadratum dati numeri, & quadratum maioris partis. 294

32 Datum numerum in duas partes distribuere, vt maioris partis quadratus cum minore parte faciat datum numerum quemcunque, minorem tamen quadrato dati numeri. 295

33 Datum numerum extrema ac media ratione secare. ibid.

SCHOLIVM.

Præcedens problema sine Algebra soluere. 296

34 Datum numerum in duos numeros partiri, ita vt quadratus maioris ad quadratum minoris proportionem habeat datam. ibid.

35 Datum numerum in duos numeros partiti, vt eorum quadrati summam datam conficiant, maiorem tamen semisse quadrati ex dato numero geniti, & minorem quadrato eiusdem numeri. 297

36 Duos numeros in dato excessu inuenire, quorum quadrati datam summam efficiant, quæ maior sit quadrato dati excessus. ibid.

37 Dato numero, alium inuenire, per quem si diuidatur datus numerus, fiat Quotiens superans inuentum numerum dato numero. 298

38 Datum numerum in duos numeros partiri, vt ex vno in alterum fiat alius datus numerus, minor quarta parte quadrati ex primo dato numero procreati: hoc est, ita vt radix quadrata dati numeri secundi minoris quarta parte quadrati ex primo dato numero procreati sit medio loco proportionalis inter duos numeros inuentos. 299

39 Datum numerum diuidere in duos, vt eorum quadrati summam faciant, quæ productum ex eorum multiplicatione superet dato numero. ibid.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

40 *Datum numerum partiri in duos, quorum radices quadratæ habeant differentiam datam, cuius tamen quadratus minor sit numero dato.* 300

41 *Datum numerum diuidere in duos, quorum radices inter se multiplicatæ faciant datum quemcunque numerum.* 301

42 *Dato numero, inuenire alium, qui cum dato efficiat quadratum numeri inuenti.* ibid.

43 *Datum numerum in duos partiri, vt summa quadratorum cum producto ex vno in alterum faciat datum numerum quemcunque.* 302

44 *Numerum inuenire, qui in datum numerum ductus faciat numerum æqualem ei, quem inuenti numeri quadratus cum quolibet numero, qui minor sit quadrato ex semisse dati numeri procreato, facit.* 303

45 *Numerum inuenire, qui ad quemuis datum numerum additus faciat summam, quæ ducta in numerum inuentum faciat numerum datum quemcunque.* ibid.

46 *Datum numerum in duas partes secare, vt numerus procreatus ex vna in alteram ductus in quadratum dati numeri faciat numerum quemcunque datum.* 304

47 *Numerum inuenire, cuius quadratus auctus dato numero, si ducatur in eundem quadratum mulctatum alio numero dato, producat numerum quemcunque.* 305

CAPVT XXXI.

Aenigmata varia numerorum ad res materiales contractorum, cum nonnullis exemplis ad secundas radices pertinentibus.

1 *Summam pecuniæ, quam in sacculo habeo, existimat quidam astantium valere 600. aur. Cuius errorem sic corrigo. Si ad meam pecuniam accederent partes* $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. *& a summa detraheretur* $\frac{1}{12}$. *eiusdem meæ pecuniæ, tunc haberem 600. aur. Quæstio est, quanta sit mea pecunia.* 306

2 *Viator quidam conficit quotidie 9. milliaria. Alius decimo post die elapso idem iter instituit ex eodem loco, conficitq. quotidie 14. milliaria. Quæritur, quoto die posterior priorem assequetur.* ibid.

3 *Viator singulis diebus 9. milliaria conficit: alius verò decimo post die elapso idem iter ingreditur. Quæritur, quot milliaria absoluet hic, vt priorem assequatur in 18. diebus.* 307

4 *Interrogatus quidam, quota sit hora diei, ita respondit. Dimidiata pars horarum a media nocte vsque ad hoc instans elapsarum addita ad tres quartas horarum futurarum ad sequentem mediam noctem indicabit numerum horarum, quem quæris. Quæritur ergo, quota tunc sit hora. Idemq. dicendum de horis ab occ. Solis.* ibid.

5 *Quidam habet duas mensuras vini, quarum vna valet 12. nummos, & altera 15. Vult autem ex vtroque vino miscere vnam mensuram, cuius pretium sit 13. nummorum. Quæritur, quantum uini de qualibet mensura recipiendum sit.* 308

6 *Mensura uini ualet 10. nummos. Quãtum ergo aquæ commiscendum est uni mensuræ, ut 1. mensura mixta ualeat 7. nummos.* 309

7 *Sunt in quodam uasculo 20. mensuræ uini, quarum qualibet ualet 12. numm. Infunditur deinde uasculo illi aqua, donec uasculum uino illo, & aqua repleatur. Et tunc 1. mensura mixta ualet 10. numm. Quæritur, quanta sit capacitas illius uasculi.* ibid.

8 *Duo tabellarij ex duabus ciuitatibus, inter quas intercipiuntur leucæ 140. eodem die proficiscuntur, alter uersus alte-*

alterum. Vnus quolibet die conficit 8. leucas, alter vero 6. leucas. Quæstio est, quando conuenient, sibiq. mutuo occurrent. 310

9 Quidam permutans 568. aur. pro eis recipit quatuor genera monetarum. Primi generis monetæ 7. faciunt 1. aur. Secundi generis 18. Tertij 21. & quarti 28. Recipit autem ex quolibet genere eundem numerum monetarum. Quæritur, quotnam monetas cuiuslibet generis accipiat. 311

10 Mercator quidam emit lanam, & ceram pro 124. aur. Constant autem 100. lib. lanæ 7. aur. & 100. lib. ceræ 14. aur. emitq. duplo plures lib. lanæ, quam ceræ. Quæstio est, quot lib. vtriusque rei emerit. ibid.

11 Emit quidam aliquot vlnas panni, quas iterum vendidit. Emit autem 5. vlnas pro 7. aur. & vendidit 7. vlnas pro 11. aur. lucratusq. est hac mercatura 100 aur. Quæritur, quotnam fuerint illæ vlnæ. 312

12 Emit quidam aliquot ulnas panni, expendens 11. aur. pro 7 ulnis. Et totum pannum iterum uendidit, coactusq. est dare 9. ulnas pro 7. aur. perdiditq. in hac mercatura 100. aur. Quæritur, quot ulnas emerit, ac uendiderit. ibid.

13 Libræ 100. ceræ emuntur 17. aur. Quæritur, quot libræ uendendæ sint pro 1. aur. vt 102. aur. lucrentur 18. aur. 313

14 Emit quidam 100. lib. ceræ pro 17. aur. in quibus uendendis fecit damnum 18. aur. pro 102. aur. Quæritur, quot lib. pro 1. aur. dederit. ibid.

15 Tres Mercatores ineunt Societatem. Primus ponit 40. aur. per 2. menses. Secundus 20. aur. per 5. menses. Tertius summam quandam aur. per 3. menses. Lucrati sunt autem 3276. aur. de quibus primo obtigerunt 1040. aur. Secundo 1300. & tertio 936. Quæritur quot aur. tertius posuerit. 314

16 Tres socij uolunt inter se distribuere 455. aur. ea conditione, vt quoties primus recipit 2. toties secundus recipiat 3. & quoties secundus recipit 4. toties tertius recipiat 5. Quæritur, quot aur. quilibet recipiat ex illa summa 455. aureorum. 315

17 Habeo quatuor auri fragmenta, quæ æquiualent aureis 164. Et primum in ualore duplum est secundi: secundum triplum tertij: & tertium quadruplum quarti. Quæritur valor singulorum fragmentorum. ibid.

18 Tres socij conferunt totam suam pecuniam, atque ita colligunt 100. aur. Est autem pecunia primi subdupla pecuniæ secundi, & pecunia secundi subtripla pecuniæ tertij. Quæritur, quantum quisque contulerit. 316

19 Moriens quidam testamentum condit, relinquitq. 3000. aur. distribuendos inter uxorem, filium, & duas filias, hac conditione, ut portio filij sit dupla portionis matris: & portio matris dupla quoque portionis unius filiæ. Quæritur, quanta sit uniuscuiusque portio. ibid.

20 Mercator quidam qualibet parte tertia suæ pecuniæ lucratur $\frac{1}{20}$. eiusdem pecuniæ. Deinde qualibet parte tertia eiusdem pecuniæ lucratur $\frac{1}{9}$. lucri prioris. Et sic omnibus computatis, inuenit 864. aur. Quæritur, quanta fuerit illa pecunia, & quantum utrumque lucrum. ibid.

21 Mercator quidam qualibet parte quarta suæ pecuniæ lucratur $\frac{1}{20}$. eiusdem pecuniæ. Deinde qualibet parte tertia eiusdem pecuniæ lucratur $\frac{1}{10}$. summæ ex eadem pecunia, & lucro collectæ: Et sic singulis computatis, inuenit mercator ille 400. aur. Quæritur, quanta fuerit illa pecunia, & quantum utrumque lucrum. 317

22 Mercator quidam qualibet parte quarta suæ pecuniæ lucratur $\frac{1}{30}$. eiusdem pecuniæ. Deinde singulis partibus quintis eiusdem pecuniæ prioris lucratur $\frac{1}{27}$. eiusdem pecuniæ. Atque ita singulis computatis, inuenit 2136. aur. Quæritur,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ritur, quanta fuerit illa pecunia, & quantum utrumque lucrum. ibid.

23 *Tria poma aurea venduntur* 11. *denariolis. Quaritur, quot poma vendantur pro* 572. *denariolis.* ibid.

24 *Libræ* 47. *quarundam mercium constant aur.* 30. *Quæritur, quanti constabunt* 100. *libræ.* 318

25 *Est massa quadam argenti pondus habens marcarum* 7. *quarum qualibet continet* 5. *semiuncias puri argenti, &* 11. *semiuncias cupri. Commiscetur autem massæ illi liquatæ alia massa cupri puri, ponderis* 21 *marcarum. Quæritur, quantum argenti puri habitura sit qualibet marca illius massæ nouæ* 28. *marcarum.* ibid.

26 *Quinque conuictores singulis hebdomadis soluunt* 11. *aur. quantum ergo soluent* 18. *conuictores in* 40. *diebus?* 319

27 *Pro tribus ponderibus æqualibus vehendis per leucas* 7. *debentur vectori* 11. *grossi, quorum quilibet ualet denariolos* 25. *Quæro iam, quot similia pondera sint uehenda per* 40. *leucas pro* 400. *grossis.* ibid.

28 *Tres sartores perficiunt* 7. *tunicas* 14. *diebus. Quot igitur diebus duo sartores perficient* 8. *tunicas?* 320

29 *Seruo cuidam promisit quidam ciuis pro* 12. *mensibus mercedem* 10. *aur. &* 1. *tunicam. Post* 7. *autem menses dedit illi tunicam, &* 2. *aur. Quanto ergo æstimata est tunica illa?* 321

30 *Ciuis quidam seruo suo pigro ita mercedem* 30. *dierum constituit, vt laboranti singulis diebus dare uelit* 7. *grossos, ocianiem uerò mulctare* 5. *grossis. Ratione autem inita post* 30. *dies, seruus ille neque recipit aliquid, neque domino aliquid reddit. Quot igitur diebus laborauit, & quot laborare intermisit?* ibid.

31 *Mercator quidam uendidit* 20. *libras partim croci, & partim zinziberis, aureis* 45. *Vendidit autem* 1. *lib. croci aureis* 3. *&* 1. *lib. zinziberis* $\frac{1}{2}$. *aur. Quæstio est, quot libræ croci uenditæ sint, & quot zinziberis.* 322

32 *Negociator quidam habet duo genera monetarum numero* 560. *quæ æquiualent* 160. *aureis. Quædam illarum monetarum ualent* $\frac{1}{3}$. *aur. & reliquarum qualibet* $\frac{1}{4}$. *aur. Quæritur numerus priorum, ac posteriorum.* ibid.

33 *Quidam lanio boues emit, qui interrogatus, quanti unum emerit, respondit: Quanto* 10. *boues emi pluris* 40. *aureis, tanto* 18. *boues emissem pluris* 96. *aureis. Quæritur de pretio.* 323

34 *Quando* 7. *ulnæ cuiusdam panni emũtur* 4 $\frac{1}{2}$. *aur. emuntur eodem pretio* 17. *ulnæ aur.* 10. *groff.* 18 $\frac{4}{7}$. *Quæstio est, quot grossi faciant* 1. *aur.* 324

35 *Quidam recipit a mercatore crocum pro* 10. *aur. Deinde rursum ab eodem accipit* 24. *lib. croci. Tandem reddit mercatori* 30. *lib. croci, & mercator, supputato pretio croci, restituit ei* 14. *aur. Quæritur pretium* 1. *lib. croci.* ibid.

36 *Ciuis quidam inuenit, nescio quot, pauperes ante ianuam domus suæ: quibus è denariolis, quos in manu habet, septenos erogat denariolos. quo facto, superfunt ei in manu* 24. *denarioli. Quòd si cuilibet dare uoluisset* 9. *defuissent illi* 32. *denarioli. Quæritur, quot pauperes fuerint, & quot denariolos ciuis ille habuerit in manu.* 325

37 *Pro* 70. *summis librarum quarundam mercium penditur uectigal* 1. *summa —* 32. *aur. Et pro* 200. *summis penditur* 1. *summa +* 20. *aur. Quæritur, quanti* 1. *summa constet.* ibid.

38 *Vlnæ* 10. *panni rubri cum* 4. *vlnis panni nigri constant aur.* 88. *atque eodem pretio* 2. *ulnæ panni rubri cum* 4. *ulnis panni nigri constant aur.* 32. *Quæstio est de pretio* 1. *ulnæ.* 326

39 *Mercator in tribus nundinis eandem aureorum summam exponens lucratus*

est in singulis $\frac{1}{8}$. suæ summæ aureorum. Deinde ad alias se conferens nundinas lucratus est $\frac{3}{10}$. eiusdem suæ summæ priori lucro auctæ. Atque ita deprehendit, se habere 1287. aur. Quæritur summa aureorum, quos initio habuit 327

40 In exercitu Imperatoris peditum numerus octuplo maior est numero equitum. In hos distribuuntur aur. 392000. ita vt quini singulis peditibus, & 16. cuilibet equiti dentur. Quæritur, quot sint pedites, & quot equites. 328

41 Tres milites prædam quandam aureorum æqualiter inter se diuidere uolebant. Sed oborta lite, vt fit, ad manus uentum est, & tantum quisque rapuit, quantum per uim potuit. Deinde lite composita, numerarunt singuli pecunias suas, ac tandem deprehenderunt, primum, acceptis 5. a secundo, habere numerum æqualem numero aureorum, qui secundo supersunt: Secundum uero, acceptis 7. a tertio, habere numerum æqualem residuo tertij: Tertium denique, acceptis 9. a primo, habere numerum triplum eius, qui tertio superest. Quæritur summa aureorum in illa præda repertorum, & quantum quisque rapuerit. ibid.

42 Quatuor socij marsupium inuenerunt aureis plenum, è quibus quilibet partem forte fortuna accepit. Sed cum singuli suos aureos numerarent, cognouerunt, primum, acceptit 25. a secundo, habere numerum æqualem residuo secundi: Secundum uero, acceptis 30. a tertio, habere numerum triplum residui tertij: Tertium autem, acceptis 40. a quarto, habere numerum duplum residui quarti: Quartum denique, acceptis 50. a primo, habere numerum triplum residui primi, ac præterea 5. Quæritur aureorum summa, & quot quisque acceperit. 329

43 In exercitu Cæsareo ex Germanis, Vngaris, & Italis conflato, sunt quidem Germani 25000. Vngari uero faciunt $\frac{1}{2}$. Germanorum, atque Italorum. Itali denique faciunt $\frac{1}{8}$. Germanorum, atque Vngarorum. Quæritur numerus Vngarorum, & Italorum, & quantus sit totus exercitus. 330

44 Sunt duo Duces, quorum unus milites habet pauciores 40. quam alter. Et uterque suis militibus 1200. aur. distribuit. quo facto euenit, ut prioris Ducis milites singuli haberent 5. aur. amplius, quam milites Ducis posterioris. Quæstio est, quot milites uterque Dux habeat, & quot aureos singuli milites accipiant. ibid.

45 Duæ Societates, quarum altera alteram 4. hominibus superat, parem aureorum summam uiritim diuidunt. In singulos minoris Societatis cedunt 8. aur. amplius, quam in singulos maioris. Aureorum autem summa numerum sociorum vtriusque Societatis superat aureis 172. Quæritur summa aureorum, ac sociorum. 331

46 Mercator quidam ad nundinas ter profectus, prima negotiatione lucratus est summam æqualem suæ pecuniæ, ita vt post primam negotiationem habuerit duplum suæ pecuniæ. Deinde in secunda negotiatione lucratus est radicem quadratam eius dupli, ac præterea 2. aur. In tertia denique negotiatione lucratus est quadratum totius prioris summæ, & insuper 4. aur. Atque ita deprehendit se habere 510. aur. Quæritur summa pecuniæ, quam initio habuit. ibid.

47 Quo pacto Archimedes deprehenderit quantitatem argenti in corona aurea. 332

48 Tres mercatores lucrati sunt 700. aur. quos inter se ita distribuerunt, habita ratione pecuniæ, quam quisque ad negotiationem attulit, vt portio secundi superarit portionem primi aureis 12. portio uero tertij portionem secundi aureis 16. Quæritur, cuiusque portio quanta fuerit. 334

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

49 Tres luſores, quorum quiſque certam ſummam aureorum attulit, eam ſortem habuerunt, ut ſtatim primus lucratus ſit $\frac{1}{2}$. ſecundi: Deinde ſecundus $\frac{1}{3}$. tertij: Tertius denique $\frac{1}{4}$. primi. Atque ita contigit, ut ſinguli haberent 700. aur. Quæritur, quot quiſque aureos ad ludum attulerit. ibid.

50 Quidam habet duo uaſa aurea, & unum operculum, cuius pretium eſt 150. aur. quod additum ad pretium primi uaſis facit pretium triplum pretij ſecundi uaſis: additum uero idem operculum uaſi ſecundo facit pretium æquale pretio primi uaſis. Quæſtio eſt de pretio utriuſque uaſis. 335

51 Quidam emit, neſcio quot, perdices, ita ut ſi emiſſet ſeorſum illarum $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. & inſuper 6. haberet 100. perdices. Quæritur numerus perdicum. ibid.

52 Alexander Magnus, cum quadam die familiariter cum Caliſthene philoſopho ageret de ætate ſua, & amicorum ſuorum Epheſtionis, & Clyti, ita diſſeruit. Ego, inquit, Epheſtionem meum duobus annis antecedo: At Clytus amborum annos ſua ætate comprehendit, & præterea annos 4. Cui Caliſthenes. Cum pater meus uixerit annos 96. iucunda mihi fuit iſta relatio ò Rex. Nam annos trium ueſtrum ætas eius præciſe habuit. Quæritur, qua ætate Alexander colloquium iſtud habuerit, & quot annos tam Epheſtio, quam Clytus tunc habuerit. 335

53 Nicanor ea pugna, qua interijt, occurrit Iudæ Machabæo agmine quadrato, collecto ex Syrorum auxiliarijs militibus, atque ijs, quos ſecum adduxerat. Cæſa ſunt autem ex eo agmine 35000. Reliqui fuga elapſi ſunt, quorum numerus fuit 156. ultra numerum auxiliariorum militum Syrorum. Quæſtio eſt, quot militibus occurrerit Nicanor Machabæo, & quot habuerit milites auxiliarios, quot item ſecum adduxerit. 336

54 Quidam habet 4. maſſas ex argento, & cupro mixtas. Pondus primæ continet 11. marcas, quarum quælibet conflatur ex 9. ſemiuncijs puri argenti, & 7. ſemiunc. cupri puri: quia 1. marcam ſtatuimus comprehendere 16. ſemiunc. Pondus ſecundæ maſſæ eſt 15. marcarum, quarum ſingulæ continent 7. ſemiunc. argenti, & 9. ſemiunc. cupri. Pondus tertiæ maſſæ habet 24. marcas, quarum ſingulæ conſtant 10. ſemiunc. argenti, & 6. ſemiunc. cupri. Pondus denique quartæ maſſæ eſt 136. marcarum, quarum ſingulæ continent 14. ſemiunc. argenti, & 2. ſemiunc. cupri. Vult autem ex hiſce maſſis conflare vnam, additis aliquot marcis argenti, ita vt quælibet marca contineat 15. ſemiunc puri argenti, & 1. ſemiunc. puri cupri. Quæſtio iam eſt, quantum argenti puri admiſcendum ſit illis maſſis, & quot marcas maſſa noua ſit habitura. ibid.

55 Duo Societatem ineunt, quorum ſecundus duplo plus pecuniæ ſecum affert, quam primus, ac præterea 5. aur. Lucrati ſunt autem 960. aur. ex quibus primo obuenerunt aur. 300. & ſecundo 660. Quantum ergo ſinguli impoſuerunt? 340

56 Duo habent pecuniam, nimirum 200. aur. ſimul, & pecunia ſecundi diuiſa per pecuniam primi facit quotientem $1\frac{1}{2}$. Quæſtio eſt, quantam quiſque pecuniam habeat. ibid.

57 Septem Mercatores debent cuidam creditori pecuniam hoc modo. Sex excluſo ſeptimo, debent ſimul 994. aur. Deinde ſex, ſecluſo primo, debent 882. aur. Sex, ſecluſo ſecundo, debent aur. 952. Sex, dempto tertio, debent aur. 896. Sex, excluſo quarto, debent aur. 910. Sex, ſecluſo quinto, debent aur. 840. Sex denique,

que, excepto sexto, debent aur. 1036. Quaeritur iam, quanta sit summa totius debiti, & quantum quisque debeat. 341

58 Duo socij habent duos numeros aureorum, quorum summa a summa quadratorum ex ipsis procreatorum subtracta, relinquit 78. Addita uerò ad numerum ex eorum multiplicatione productum facit 39. Quaeritur, qui sint isti numeri. 343

59 Duo socij habent duas summas aureorum. Quadrati numeri ex summis procreati faciunt 340. sed ipsae summae inter se multiplicatae faciunt $\frac{6}{7}$. maioris quadrati. Quaestio est, quantae sint istae summae. 345

60 Tres socij habent pecunias. Primus dicit secundo, si mihi dares $\frac{1}{2}$. tuae pecuniae, haberem 100. aur. Secundus verò dicit tertio, si mihi dares $\frac{1}{3}$. tuae pecuniae, haberem 100 aur. Tertius denique dicit primo, si mihi dares $\frac{1}{4}$. tuae pecuniae, haberem 100. aur. Quaeritur, quantum quisque eorum habeat. ibid.

61 Tres habent pecuniam. Primus dicit reliquis, si adhuc haberetis 100. aur. esset summa uestrorum aur. dupla meae summae. Secundus dicit reliquis, si adhuo haberetis 100. aur. esset summa uestrorum aur. meae summae tripla. Tertius reliquis dicit, si adhuc haberetis 100. aur. summa uestrorum aur. esset summae meae quadrupla. Quaeritur quvntum quisque habeat. 346

62 Tres habent pecuniam. Primus reliquis dicit, si adhuc haberem 100. aur. fieret mea summa aequalis duabus summis uestris. Secundus reliquis dicit, si haberem adhuc 100. aur. summa mea esset summae uestrae dupla. Tertius denique, aìt ad reliquos, si adhuc haberem 100. aur. summa mea fieret summae uestrae tripla. Quaeritur, quantum quisque habeat. 347

63 Tres habent pecuniam. Primus reliquis dicit, si de uestra summa remoueretis 100. aur. haberem summam aequalem reliquae vestrae summae, Secundus reliquis dicit, si de uestra summa remoueretis 100 aur. esset mea summa reliquae uestrae summae dupla. Tertius denique dicit reliquis, si de vestra summa remoueretis 100. aur. mea summa esset reliquae uestrae summae tripla. Quaeritur uniuscuiusque summae. 348

64 Tres habent pecuniam. Primus reliquis dicit, si de mea summa remouerem 100. aur. summa uestra esset reliquae meae summae quadrupla. Secundus dicit reliquis, si de mea summa abijcerem 100. aur. uestra summa esset reliquae meae summae tripla. Denique tertius reliquis dicit, si de mea summa auferrem 100. aur. esset uestra summa reliqua meae summae dupla. Quaeritur uniuscuiusque summa. 349

65 Tres habent pecuniam. Primus reliquis dicit, si uobis darem 100. aur. faceretis summam meae reliqua summae quintuplam. Secundus dicit reliquis, si uobis darem 100. aur. fieret uestra summa reliqua meae summae sextupla. Tertius denique reliquis dicit, si uobis darem 100. aur. faceretis summam reliquae meae summae septuplam. Quaeritur uniuscuiusque summa. 350

66 Tres pecuniam habent. Primus reliquis dicit, si uos daretis mihi 100. aur. fieret mea summa uestrae summae reliquae aequalis. Secundus reliquis dicit, si daretis mihi 100. aur. fieret mea summa uestrae summae reliquae dupla. Tertius denique dicit reliquis, si mihi daretis 100. aur. fieret mea summa reliquae uestrae summae tripla. Quaeritur uniuscuiusque summa. 351

67 Tres habent pecuniam. Dicit primus reliquis, si mihi daretis $\frac{1}{2}$. uestrae

stræ summæ, haberem 100. aur Secundus vero dicit reliquis, si mihi daretis $\frac{1}{3}$. vestræ summæ, haberem 100. aur. Tertius denique reliquis dicit, si mihi daretis $\frac{1}{4}$. vestræ summæ, haberem 100. aur. Quæritur pecunia uniuscuiusque. 352

68 Tres habent pecuniam. Primus reliquis dicit, si uobis darem $\frac{1}{2}$. meæ summæ, haberetis 100. aur. Secundus verò reliquis dicit, si uobis darem $\frac{1}{3}$. meæ summæ, haberetis 100. aur. Tertius denique reliquis dicit, si vobis darem $\frac{1}{4}$. meæ pecuniæ, haberetis 100. aur. ibid.

VEL

Secundus ac tertius dicunt primo, si nobis dares $\frac{1}{2}$. tuæ pecuniæ, haberemus 100. aur. At primus ac tertius dicunt secundo, si nobis dares $\frac{1}{3}$. tuæ pecuniæ, haberemus 100. aur. Denique primus ac secundus dicunt tertio, si nobis dares $\frac{1}{4}$. tuæ pecuniæ, haberemus 100. aur. Quæritur uniuscuiusque summa. 353

69 Tres Mercatores Societatem ineunt per 12. menses. Primus imponit 100. aur. Secundus 200. aur. & tertius 300. aur. Post menses autem duos imponit primus aliquot libras piperis, cuius 3 lib. valent 1. aur. Et post menses 4. secundus imponit massam argenti, cuius 1. marca ualet 7. aur. Transactis 12. mensibus, recipit primus ex lucro 50. aur. secundus 110. aur. & tertius 90. aur. ita vt totum lucrum fuerit 250. aur. Quæritur, quot lib. piperis primus imposuerit, & quot marcas argenti secundus. 354

70 Tres Mercatores ineunt Societatem. Primus imponit 35. aur. amplius, quam secundus. At secundus ac tertius simul imponunt 84. aur. Lucrum commune est 66. aur. ex quibus tertius pro parte sui lucri recipit aur. 21. Quæstio est, quantum quisque imposuerit, & quantum tam primus, quam secundus de lucro receperit. 355

CAPVT XXXII.
Ænigmata varia ad figuras Geometricas pertinentia.

1 Est rectangulum quoddam altera parte longius, cuius area continet palmos 120. diameter uerò palm. √ʒ 2600. Quæruntur latera. 357

2 Campus altera parte longior habet latera in proportione septupla: & eorum quadrata simul sumpta ad eorum summam proportionem habent centuplam. Quæruntur latera, area, & diameter. 359

3 Est rectangulum 4500. palm. & longitudo tripla est latitudinis. Quæruntur latera, & diameter. ibid.

4 Est parallelepipedum, hoc est, columna quadrilatera palm. 3375. Altitudo ad longitudinem basis, & hæc longitudo ad latitudinem basis proportionem habet sesquialteram. Quæruntur mensuræ. ibid.

5 Est parallelepipedum basem habens quadratam, cuius latus subdecuplum est altitudinis parallelepipedi, cuius area continet 6780. palm. Quæritur basis, & altitudo. 360

6 Est superficies rectangula habens longitudinem quadruplam latitudinis, & aream 576. Quæruntur latera. ibid.

7 Est columna quadrangula rectangula, cuius basis latera proportionem habent sesquitertiam, & altitudo ad latus maius basis proportionem habet duplam superbipartientem tertias: soliditas denique columnæ continet palm. 93312. Quæruntur dimensiones singulæ. ibid.

8 Sunt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	*Linea*	*Errata*	*Correctiones.*
3	24	curandum	verendum
6	in margine	visitatorum.	vsitatorum.
24	1	ꝶ𝔯𝔢 siue	ꝶ𝔯𝔢 exclusiue
34	21	partes addendæ	partes addendas
36	14	perfectionem huius	perfectiorem huius
37	8	regulas	regulas intersit
45	16	absolutum	absolutus
55	21	Geometricæ	Geometriæ
58	27	radicrm	radicem
58	28	radicem	radicum
149	in margine legatur	[linea minor] pro	[linea maior]
160	17	problemate sunt	problemata sunt
161	6	singulos enim	singulas enim
161	7	quali oculis	quasi oculis
164	13	secundus sit	secandus sit
165	11	dati inuentus	dati inuentas
166	10	maiora	maiore
166	15	dematur	demantur
171	14	totius numero	totius numeri
172	10 a fine	Diuisis ergo 10.	Diuisis ergo 20.
176	15	sesquiquintam	sesquiquintum
176	8 a fine	secundus sit	secandus sit
185	19	sit 1 ℞ 10.	sit 1 ℞ 10.
229	20	datur quiuis	datus quiuis
253	6 a fine	habeat daiam	habeat datam
256	7 a fine	numerum datum superat.	numerum superat.
271	14	qui prodectus	qui productus
316	2	& seruatur	& seruant
316	15	proportionis vnius.	portionis vnius.
317	6	summa ex	summæ ex
326	32	cum cum 4. vlnis	cum 4. vlnis

PROOE-

PROOEMIVM
DE ALGEBRAE PRAESTANTIA.

ET dignitate summa, & amplissimarum laudum præconijs nulli postrema ea ars est, quam recepto vocabulo Algebram nostrates appellarunt: siue enim eius veluti natiuam originem inquiras, inde vsque ab Arabum felicibus ingenijs repetenda est: siue honestatem, inter Mathematicarum ordinis primas versatur: siue amplitudinem, nullis numerorum statis finibus, nulla magnitudinum mole, nullis gentium priuatis, publicis, priscis, recentibus, cultis, barbaris institutis, non vllo terrarum, vasto licet, ambitu continetur. Propositum siue scopus eius est, vt certam aliquam à sensuum cognitione, ac sensu secretam quantitatem exploret, & tandem inter duos aliquos numeros æqualitate, siue æquatione comperta, deprehendat, atque demonstret. Venaticæ canis instar, quæ, si quando diuturna venatione fatigata, & fame exagitata delitescentem feram subodorata fuerit, tandiu oculis, tamdiu odora narium sagacitate scrutatur singula, donec comprehensam, dentibusq. hærentem prædam domino sistat. Et sane multo etiam opificium ipsum opus admiratione antecellit, & arduum sua sponte facinus, atque præclarum exornat ipsa conficiendi ratio, redditq. præstantius. Persimile est, quod dissimili in re andabatarum more ludentibus

Scopus Algebræ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

euenire solet. Quamdiu enim obuelatis oculis vrgentur ipsi, vrgentq. vrgentes se, comprehensuros se aliquem nunquam desperant, e multis tamen, quis tandem sit intercipiendus, ignotum habent, & frustra sæpe his atque illis tentatis tenebris, vbi aliquem tenuerunt, tum demum detracta vitta, lucem oculi recipiunt, & ludus absoluitur. Obscuros enim numeros Algebra nunc addendo, nunc diuidendo, nunc multiplicando, suspenso velut vestigio, pertentat, certa, se in aliqua Geometrica progressione ab vnitate profecta deprehensuram, quod quærit, in qua tamen progressione inuentura sit, incerta; ac tamdiu cœco labore ludit, tamdiu latitantis numeri tenebras omnes explorat, vestigat, ac perfert, donec eò progrediatur, & ad eum numerum deueniatur, qui fuerat quæstioni subiectus, qui tum demum in lucem emergit, cum ipsa absoluitur operatio. Et primo quidem is numerus existit, qui in toto illo numerorum labore vnitatem progressionis ab vnitate incipientis proximè consequitur, tum etiam ij omnes numeri deprehenduntur, qui ad quæstionem explicandam indagandumq. propositum additi & diuisi fuere, vt suis deinde locis planum faciemus. Quàm igitur scopus iste latè vagatur, qui nec genus vllum numerorum, nec vllius magnitudinis diuersitatem, à se alienam putat? vt non numerorum modo latebras omnes detegat, sed vniuscuiusque etiam molis finitam magnitudinem, sonorum metrum, ponderum momenta, mensurarumq. certos terminos assequatur; neque vlla Arithmeticæ quæstio subijciatur, quam non veluti suam agnoscat Algebra, atque expediat. Tam multas, tam varias, tam obscuras, tam difficiles Mathematicæ partes vna Algebra pertractat vniuersas. Nam quod rerum Mathematicarum inextricabiles nodos solui non posse, accidit aliquando, aut si quid obscurum extrahi à tenebris nunquam potuit, non huius facultatis præcepta certissima, sed æquationum & æqualitatum difficultates, & quæ nondum innotuit, earundem ratio causanda est. De his tamen plura ad finem capitis 12. habentur. Illud modo agamus, vt quantis interuallis Algebra Arith-

meticæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

meticæ præceptionibus antecellat, videamus: Quid enim in illa est, quod non etiam huius veluti fasces vereatur? quæ exempla tam sua, quæ tam ancipites quæstionum ambages, quæ tantæ moles difficultatum, qui tam inextricabiles meandri rerum abditissimarum, quæ non sint omnia illi cum ista communia? Nihil habet Arithmetica, nihil quod Algebram fugiat; quæ explicare ipsa cum nequeat, cognoscenda Algebræ tradat, habet quam plurima. Illud vero quam præclarum est, quàm vnicuique optandum maximè, quam huius facultatis peculiare? Quod enim cæteris commune est, vt non ante proposita difficultas expediri possit, nec ne, sentias, quam totam absoluas, & bis iterumq. integram repetas, iteresq. operationem; id in hac, in ipso operationis decursu obuiam fit, & prodit ipsa se quæstio, prius quam labor finem accipiat. Quæ enim sæpe suppositæ fallaciæ, & quæstionum pugnantes inter se sententiæ Algebræ imperitos latent, eas Arithmeticæ studiosus, nisi per hanc exploratas habeat, totus de propositæ quæstionis solutione sollicitus frustra laborat, atque ad has, atque ad illas regulas animum refert, experitur singulas, singulas recognoscit, torquet sese & conficit, ad extremum inanes labores suos sentit, studiumq. infelix damnat. Quare ne illud quidem in hac facultate est magnopere curandum, ne laborem vllum temere susceptum, & ad extremum vsque frustra toleratum dolendum sit; quod aliæ Mathematicæ partes accipere quidem ab hac possunt, præstare ipsæ non possunt. Atque hæc pauca de præstantia ac dignitate Algebræ præfationis loco dicta sint.

Algebræ excellentia.

verendum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DE INVENTORE ALGEBRAE AC nomine. Caput I.

DE inuentore huius artis non conuenit inter omnes; Gebrum Arabem Astronomum asserunt nõ pauci, & a Gebro Algebram dictam contendũt. Vero similius tamẽ Ioannes Regiomontanus in præfatione Alphragani Diophanto Alexandrino hoc inuentum attribuit. Ipse enim Diophantus in tredecim librorum præfatione, quos hac de re scripsit ad Dionysium, se primum huius scientiæ inuentorem profitetur, & a nemine ante se in lucem datam, immò ad suam vsque ætatẽ ignotam omnino fuisse, pronunciat. Maiorem accepit nomen ipsum varietatem; nam quod inter cæteras Arithmeticæ regulas maximè præstat, Ars maior a plurimis appellata est. Regulam census & rei Latini dixerunt; hoc est, regulam Radicis & quadrati. Magna enim ex parte quæstiones in hac arte propositæ soluuntur per calculationes radicum, quos ipsi res, & quadratorum, quos ijdem census vocant, vt suo loco constabit. Apud Italos Regula cosæ (seu della cosa) nuncupatur; quòd in quæstionibus soluendis semper vna radix ponatur, quam ipsi cosam dicunt. Ex quo etiam nomen illud sortita est, quo a multis regula Cossica nominatur. Non vno eam nomine Arabes omnes nominarunt, Algebram enim quidam vocant, quod apud eos idem sonat, ac restauratio; quia nimirum in quæstionibus hac arte soluendis ad aliquam semper æquationem, siue æqualitatem est deueniendum; in qua, quicquid ablatum, quidquid diminutum est, quiquid deesse comperitur, restaurari oportet. Almuchabulam vero, quod oppositionem eorum lingua significat, propterea vocant alij, quòd in quæstionum abditis exponendis in hac sciẽtia, cum ad æquationem æqualitatemve aliquam peruentum est, duo semper numeri æquales, diuerso tamen nomine, sibi inuicem opponuntur. Atque hinc postremo factum est, vt geminatis nominibus Algebram & Almuchabulam aliqui vocauerint; quòd scilicet tum per restauratiõẽ, tum per hanc, quam modo diximus, oppositionem, quæstiones omnes expediat. Harum tamen appellationum rationes is cognoscet planius, qui quæstionum, quæ hoc opere continentur, solutiones diligentius cognouerit. Vsus tamen apud scriptores, vt cum Arabibus Algebra hæc tota nostra scientia communi appellatione diceretur, obtinuit.

Varia nomina Algebræ.

HAEC de inuentore & nomine Algebræ dicta sufficiant. Quæ si quam præclara est, quam iucunda studiosis sui, quam omnibus se se præstat admirabilem; tam etiam perspicuè tradita esset, nec in

Arith-

Arithmeticorum, qui eam docuerunt, obſcuritate declaranda magis, quam in eiuſdem facultatis præceptis explicandis laborandum eſſet, coleretur etiam ipſa inter primas, ſuamq. dignitatem pariter, & nominis ſplendorem integrum retineret: nec tam multi ſcriptorum vel ambagibus impediti, vel obſcuritate deterriti, relato repente veſtigio, ante diſcendæ Algebræ voluntatem & ſpem perdiſcendi abieciſſent, quam Algebram ipſam, primo, vt aiunt, e limine ſalutarent.

HORVM mihi laborem leuandi labor incumbit in præſentia, nec molæſtus, licet grauis, nec ſi eius fructus exiſtat, iniucundus. Quod & diuina ope præſtare pro meis viribus enitar. Omnia proinde, quæ ad Algebram ſpectant, ea methodo tradere, difficultatumq. moles omnes explanare conabor, vt quiuis mediocriter tantum in Arithmeticæ præceptis verſatus, quam fieri poſſit, minimum in ea addiſcenda laboris experiatur. In quo tamen præſtando, ſicut diligentiam non patiar deſiderari meam, ita eorum a me opinionē alienam puto, ſi qui ſunt, qui vſquequaque perfectam & numeris omnibus abſolutam Algebræ tractationem a me requirant.

NON adeò me amo, vt me tantopere cæteris omnibus, qui ad hanc diem eam deſcripſerunt, præferendum putem; vt quod ipſi non effecerunt, præſtare me poſſe profitear.

AEQVATIONES eſſe plurimas inter tres, pluresvè numeros diuerſis nominibus appellatos, probe ſcio, quæ in quæſtionibus Algebræ beneficio diſſoluendis interdum, licet non ita frequenter, incidunt, nec tamen ſatis adhuc compertum apud omnes eſt, qua arte ab ipſis radices ſint educendæ, quarum ego æquationum & eas, quæ adhuc cognitæ exploratæq. ſunt, & eas, quæ nondum ſuis è tenebris emerſerunt, cap. 12. enumerabo. Meum igitur hoc opus eſt, ea vna cura, vt quæ inuolutè alij, ego explicatius exponam, apertius, quæ illi obſcurius; proferre quæ latent, ardua explanare, facē præferre, ſingula, quo ad mea induſtria feret, dilucide & enucleate tradere atque docere. Poſtremo non tam de Algebræ dignitate & exiſtimatione detrahere illæ æquationes debent, ex quibus radices inuenire nondum didicimus, quam eam quæſtiones infinitæ propemodum commendare, quæ æquationibus inuentis ſoluuntur, certamque, vt ſuis locis conſtabit, ſcientiæ rationem habent. Verum qui ſuos labores non omnino otioſos in Algebræ ſcientia poſuiſſe optat, eum in vulgaribus Arithmeticæ præceptis ſe ſe aliquando exercuiſſe oportebit, nec eorum omnino rudem ad huius cognitionem inſtitutionemq. accedere, cuiuſmodi illa ſunt, quæ quaſi fundamenta ſunt tyronibus iacienda; Additio numerorum, ſubtractio, multiplicatio, atque diuiſio, non integrorum modo, ſed & fractorū. His adde proportionum regulam, quæ a pleriſque regula trium nuncupatur; atque his ſimilia non pauca: Proportiones præterea, progreſſionesq. numerorum tum Arithmeticas, tum Geometricas calluiſſe debet. Tertio noſſe debet radicum omnium extractiones ex quocunque numero, qui proponatur, ſiue integer is fuerit, ſiue fractus.

Intentio auctoris.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

fractus. Demum & Geometria, & disciplinis alijs excultum, nec leuiter expolitum esse præstabit.

Algorithmus quid.

STVDII præterea plurimum in Algorithmo addiscendo collocãdum erit, quem habet hæc facultas a cæteris peculiarem. Algorithmum vero dicimus tractationem, quæ additionem, subtractionem, & alias operationes numerorum complectitur. Eum inquam Algorithmum numerorum quorundam, quos in vulgari Arithmetica explicari in vsu non est. Eorum porro numerorum triplex omnino genus numeratur. Primum quidem eorum, quos Cossicos plerique, vel Denominatos dixerunt, ijq. in aliqua Geometrica progressione, quæ ab vnitate ducit initium, reperiuntur; cuiusmodi sunt Radices, Quadrati, Cubi, & quæ eiusdem generis sunt non pauca, de quibus mox dicere instituam. In altero genere insunt numeri, qui radicales appellantur, vt radix quadrata, cubica, & huiusmodi cuiuscunque numeri, siue is eam habeat radicem, siue non habeat. atque de his disseremus, cum ad caput 16. peruenerimus. Tertij denique generis sunt numeri radicales numerorũ eius generis, quod primo loco positum est a nobis, quales sunt radix quadrata, vel cubica, & similes, quotcunque quadratorum, cuborum, vel radicum, &c. de quibus postremus nobis erit labor. Et quoniam eorum numerorum Algorithmus, quos in secundo ac tertio genere collocauimus, difficultatem non minimam, & obscuritatem habet non contemnendam, de industria eum in finem regulæ Algebræ reijci placuit. Nam etiamsi quæstionum satis multæ cum Geometricarum, tum Arithmeticarum per hanc Algebræ regulam enodari ac solui nequeant sine illo Algorithmo; nulla tamen inter Algebræ scientiam, & eum Algorithmum cognatio tanta est; vt hæc ab illo, tanquam nexu quodam adhærescant sibi, aut nunquam diuelli queat, aut aliquo modo ab eodem pendere dicenda sit. Primũ igitur Algorithmus Cossicorum, siue eorum, qui Denominati dicuntur, numerorum explicandus nobis est, qui ad hanc scientiam penitus cognoscendam omnino censetur necessarius. Tum ipsam Algebræ regulam, eaq. omnia persequemur, quæ ad eiusdem regulæ plenam cognitionem faciunt; quibus absolutis, a cap. 16. initium facientes, totoq. 26. numerorum radicalium, & absolutorum & Denominatorum, siue Cossicorum Algorithmum trademus. Extremas partes Aenigmata agent, quibus propositis, & tandem explicatis, planior ac perfectior totius regulæ Algebræ sensus fiet, & fructus vberior.

Tria genera numerorũ in Algebra visitatorum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DE NVMERIS COSSICIS, siue Denominatis. Cap. II.

Numeri Coßici qui sint.

NVMERI Coßici, siue Denominati sunt omnes numeri cuiuscunque progreßionis Geometricę ab vnitate incipientis. Propoſita namq. progreßione qualibet Geometrica ab vnitate initium sumente, Primus terminus, id eſt, vnitas numerum abſolutum, & ſimplicem repræſentat: Secundus vero terminus vnitatem ſequens vocatur radix omnium ſequẽtium, cum ex eius multiplicatione in ſeipſum procreetur tertius, & ex mutiplicatione eiuſdem ſecundi termini in tertium producatur quartus, & ſic deinceps, vt in ſcholio propoſ. 10. lib. 8. Eucl. demonſtrauimus. Tertius deinde terminus, quia producitur, vt dictum eſt, ex ſecundo in ſeipſum, dicitur Quadratus, ſeu Cenſus, vel Zenſus, vt nonnulli huius artis periti volunt. Quartus poſtea terminus appellatur Cubus, quoniam fit ex multiplicatione radicis, hoc eſt, ſecundi termini in ſuum quadratum, nimirum in tertium terminum, vt diximus. Atque ita deinceps omnes numeri progreßionis Geometricæ, cuius initium eſt vnitas, denominantur, habita ratione multiplicationis radicis in ſequentes terminos.

Cur numeros proportionis Geometricæ dicamus Coßicos.

QVIA vero varie huiuſcemodi numeri a varijs auctoribus denominantur, delegimus nos ex omnibus modum quendam denominandi illos numeros facilem, & valde accommodatum, vt denominationes has quantumlibet extendere poßimus, & appoſitis characteribus deſignare; appellantes nimirum numeros progreßionis Geometricæ, numeros Coßicos. qua quidem in re nonnullos ſcriptores recentiores ſecuti ſumus. Parum enim refert, ſi hoc nomine, vel alio appellentur numeri progreßionis Geometricæ, dummodo res ipſa intelligatur. Denominationes autem hæ exprimuntur ſequentibus characteribus.

N. ℞. ʒ. ce. ʒʒ. ß. ʒce. Bß. ʒʒʒ. cce.
ʒß. Cß. ʒʒce. Dß. ʒBß. ceß. ʒʒʒʒ. Eß. &c.

Explicatio characterum Coßicorum.

PRIMVS character N. appellationem habet numeri abſoluti & ſimplicis, ita vt numerus, cui appoſitus fuerit, pro abſoluto & ſimplici habeatur. vt 4 N. nihil aliud ſignificant, quã quatuor vnitates ſimplices ac abſolutas: Plerunque tamen character hic, vel ſignum N, non ſolet numeris apponi, quando pro abſolutis habendi ſunt. Itaq. ſiue numerus aliquis gerat hoc ſignum N, ſiue eo careat, accipiendus eſt pro numero abſoluto.

Secundus character ℞. habet appellationẽ Radicis, vel Rei, ita vt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

vt numerus, cui appositus sit, a radicibus denominetur. vt 4 ℞. significant quatuor radices, vel res. Vnde si progressio Geometrica habeat 2. in secundo loco, erunt 4 ℞. octo vnitates: si vero 3. duodecim vnitates. & sic de cæteris.

Tertius character ℨ. repræsentat quadratum, quem zensum nonnulli dicunt. vt 4 ℨ. sunt quatuor quadrati vel zensi. Itaq. si tertius numerus progressionis Geometricæ sit 4. erunt 4 ℨ. decem & sex vnitates: Si autem 9. triginta sex vnitates. &c.

Quartus character ce. denotat cubum. vt 4 ce. significāt quatuor cubos; ita vt si cubus fuerit 8. 4 ce. sint 32. vnitates: si 27. 4 ce. sint 108. vnitates. &c.

Idem dicendū est de reliquis characteribus, quorū significationes hic sunt subscriptæ, vna cum appellationibus, & signis, quibus alij scriptores vtuntur. Quemadmodum enim appellationes numerorū Cossicorum apud scriptores varios variæ sunt, vt diximus, ita etiam signa seu characteres, quibus ipsas exprimunt, ijdem non sunt.

N. Numerus simplex, & absolutus.

℞. Radix. Italis Res, vel Cosa. Vnde hoc modo ab ipsis radix exprimitur. 1 co. 4 co. 20 co. &c. Alij vero ita designant. 1 ℞. 100 ℞. &c.

ℨ. Zensus, siue Quadratus. Alij quadratum exprimunt hoc charactere q. vt 1 q. 30 q. 8 q. &c. Itali sic notant. ce. vt 1.ce. 4.ce. 20.ce. &c.

ce. Cubus. Alij artifices ita depingunt. cu. vt 7 cu. 8 cu. 200 cu. &c.

ℨℨ. Zenzizensus, siue Quadratiquadratus. Nonnulli ita signant. qq. vt 3 qq. 10 qq. &c. Itali vero sic. ce.ce. vt 4 ce.ce. 9 ce.ce. 12 ce.ce. &c.

ß. Surdesolidus. Hunc alij dicunt Sursolidum, vel Supersolidum. Italis dicitur Relatum primum. Vnde ita solent exprimere. Rel.P. vt 11 Rel.P. 20 Rel.P. &c.

ℨce. Zensicubus, seu Quadratus cubi. vel Cubizensus. Quadraticubus. Cubus quadrati. Cubiquadratus. Alij hoc charactere vtuntur. qce. Posset quoque hic numerus inuersis notis signari, vt ceℨ.ceq. Itali hoc modo signāt.ce.cu. vel cu.ce.

Bß. Bsurdesolidus. Secundum quosdam Bisurdesolidus, vel Sursolidus, aut Supersolidus secundus. Apud Italos vocatur Relatum secundum. vnde ita depingunt. Rel.2.

ℨℨℨ. Zensizenzensus, seu Quadratus quadratiquadrati. Quem ita nonnulli denotant. qqq. Itali vero sic. ce.ce.ce.

Cce. Cubicubus, seu Cubus cubi. qui ita a quibusdam pingitur. cece. Ab Italis autem sic. cu.cu.

ℨß. Zensurdesolidus, seu quadratus Surdesolidi, vel Surdesolidus quadrati. Hunc ita nonnulli designant. qß. Itali vero, quoniam eum vocant censum Relati primi, hoc modo notant. ce. Rel.P.

Cß. Csur-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Cß. Csurdesolidus. Secundum alios Tersurdesolidus, vel Supersolidus tertius. Italis dicitur Relatum tertium, & ita pingitur. Rel.3.

Eodem modo proportione quadã reliqua signa, siue characteres Cossici explicari poterunt, qui quidem in infinitum progrediuntur, vt mox dicemus.

VT autem cognoscamus, quidnam sibi velint prædictæ denominationes, & qua ratione originem ducant a terminis cuiusque progressionis Geometricæ ab vnitate initium sumentis; considerandæ sunt diligenter sequentes duæ progressiones, vna cum supradictis characteribus Cossicis in medio earum positis.

Quomodo series naturalis numerorũ numeros Cossicos progressionis Geometricæ exponat.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
N.	℞.	ʒ.	ce.	ʒʒ.	ß.	ʒce.	Bß.	ʒʒʒ.	cce.	ʒß.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.

11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	&c.
Cß.	ʒʒce.	Dß.	ʒBß.	ceß.	ʒʒʒʒ.	Eß.	&c.
2048.	4096.	8192.	16384.	32768.	65536.	131072.	&c.

PRIOR progressio est naturalis numerorum series incipientium ab 0. qui exponunt & signa Cossica subscripta, & terminos posterioris progressionis, quæ Geometrica est, ab vnitate initiũ ducens: appellanturq. numeri ordinis superioris exponentes terminorum progressionis Geometricæ, & signorum Cossicorum. Hæc autem expositio in hoc consistit. Prima figura 0, habens sub se N, & 1. indicat numerum simplicem & absolutum ex vnitatibus compositum, & ob id nullo exponente insignitur. quamuis improprie hæc figura 0, dici possit Exponens numeri absoluti. Secundus terminus 1. supra 2. & ℞. ostendit numerum secundum progressionis Geometricæ esse primam denominationem in numeris Cossicis, appellariq. Radicem. Tertius deinde terminus 2. manifestat, tertium numerum Geometricæ progressionis esse secundam denominationem, vocariq. Zensum, siue Quadratum. Sic quoque 6. demonstrat, sextam denominationem esse numerum Zensicubum, & sic de cæteris.

DEINDE ijdem numeri exponentes progressionis naturalis numerorum docent, quot proportiones progressionis Geometricæ interijciantur inter quemlibet numerum eiusdem Geometricæ progressionis, atque vnitatem. Vt 1. supra ℞. & 2. significat, inter 2. siue radicem progressionis Geometricæ, atque vnitatem contineri vnicam proportionem 2. ad 1. At 2. supra ʒ. & 4. indicant, inter 4. siue ʒ. quadratumve, atque vnitatem comprehendi duas proportiones 4. ad 2. & 2. ad 1. Item 3. supra ce, & 8. monet, inter 8. siuè ce, & vnitatem cadere tres proportiones 8. ad 4. & 4. ad 2. & 2. ad 1. & sic de cæteris, vt 6. supra ʒce. & 64. monstrat, inter 64. siue

Quot proportiones inter vnitatem, & quemlibet numerũ progressionis Geometricæ intercipiantur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ʒce. atque vnitatem intercipi ſex proportiones 64. ad 32. & 32. ad 16. & 16. ad 8. & 8. ad 4. & 4. ad 2. & 2. ad 1. &c.

Cuius characteris exponẽs gignatur ex mutua multiplicatione, diuiſioneque duorum exponentium.

PRAETEREA quilibet duo exponentes numeri inter ſe multiplicati producunt exponentem characteris Coſſici, qui ex characteribus aſſumptorum exponentium componitur. Vt ductis 2. in 3. fit 6. exponens characteris ʒce, qui ex ʒ & ce componitur. Item ex 3. in 5. fit exponens 15. characteris ceſs. ex ce, & ſs. cõpoſiti. &c. Sic etiam diuiſo quouis numero exponente maiore per minorem quemcunque, indicabit Quotiens, ſi integer numerus eſt, exponentem characteris Coſſici, qui relinquitur, ſi ex charactere numeri exponentis diuiſi, tollatur character numeri exponentis, per quem facta eſt diuiſio. Vt ſi 6. exponens characteris ʒce. diuidatur per 2. exponentem characteris ʒ. fit Quotiens 3. exponens characteris ce. qui relinquitur, ſi ex charactere ʒce, exponentis 6. auferatur character ʒ. exponentis 2. Item ſi numerus 15. exponens characteris ceſs. diuidatur per 5. exponentem characteris ſs. fit Quotiens 3. exponens characteris ce, qui relinquitur, ſi ex ceſs. tollatur ſs. &c.

RVRSVS hæc figura 2. poſita ſupra 4. & ʒ. docet, quadratum, ſeu ſecundam denominationem produci ex multiplicatione radicis bis poſitæ. Nam ſi radix 2. ponatur bis hoc modo 2. 2. & fiat multiplicatio 2. in 2. procreabitur Quadratus, ſeu Zenſus 4. Eodem pacto figura hæc 3. poſita ſupra 8. & ce. ſignificat, cubum, ſiue tertiam denominationem produci ex radice ter poſita, & multiplicata. Nam ſi radix 2. ter ponatur, vt hic, 2.2.2. fiatq. multiplicatio 2. in 2. & producti numeri in 2. exurget cubus 8. Sic quoque figura 5. monſtrat, numerum Surdeſolidum procreari ex multiplicatione radicis quinquies poſitæ, vt hic. 2.2.2.2.2. Eademq. eſt ratio de omnibus alijs.

Definitio vniuſcuiuſque numeri Coſſici.

EX his facile definientur omnes numeri Coſſici. Si enim petatur, quid ſit v.g. numerus Bſurdeſolidus; dicemus eum eſſe numerum, qui ex aliquo numero ſepties poſito, & multiplicato gignitur. Vt 128. naſcitur ex multiplicatione huius radicis 2. ſepties poſitæ in hunc modum, 2.2.2.2.2.2.2. Similiter Zenſizenſus erit numerus, quem numerus aliquis quater poſitus ſua multiplicatione producit, &c. Semper autem numerus, qui aliquoties poſitus multiplicatione ſua numerum aliquem procreat, dicitur radix producti numeri. Vt quoniam 2. poſitus decies hoc modo, 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2. & multiplicatus facit hunc numerum 1024. qui eſt ʒß. idcirco 2. dicitur radix Zenſurdeſolida huius numeri 1024. Idemq. de alijs dicendum eſt.

VIDES igitur, quam appoſite naturalis progreſſio numerorum ab 0. incipientium, & ſupra progreſſionem Geometricam ab vnitate cœptam poſita, dicatur exponere terminos progreſſionis Geometricæ.

CAETERVM non ſolum ex multiplicatione radicis aliquoties poſitæ producuntur numeri progreſſionis Geometricæ, vt expoſuimus, verum etiam ex multiplicatione numerorum aliorum inter

ſe,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ſe, vt ſigna eorum Coſſica demonſtrant. Vt licet hic numerus Zenſurdeſolidus 1024. gignatur ex radice decies poſita, hoc modo, 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2. vt eius exponens 10. indicat: tamen quia eius ſignum Coſſicum ℨß. conſtat ex his duobus ſignis Coſſicis ℨ. & ß. quorum exponentes ſunt 2. & 5. idcirco ſi eadem radix 2. bis ponatur, hoc modo, 2.2. propter 2. exponentem ſigni ℨ. & multiplicetur, vt producatur 4. & hic productus quinquies poſitus, hoc modo, 4.4.4.4.4. ob 5. exponentem ſigni ß. multiplicetur, procreabitur idem numerus 1024. Eodem modo, ſi radix 2. quinquies ponatur, propter ſignum ß. atque ita multiplicetur, & productus numerus 32. ponatur bis, propter ſignum ℨ. idem numerus gignetur. Nam radix ita multiplicata 2.2.2.2.2. facit 32. hic autem numerus ita multiplicatus 32.32. procreat 1024. atque ita de reliquis dicendum eſt, ſi eorum ſigna Coſſica ex pluribus ſignis Coſſicis componantur.

EST quoque in ſuperioribus progreſſionibus dignum conſideratione, quod additio numerorum progreſſionis Arithmeticæ reſpondet multiplicationi numerorum progreſſionis Geometricæ; & ſubtractio diuiſioni. Sicut enim exempli gratia, 2. & 5. faciunt 7. ſi ſimul addantur, ita quoque ℨ. & ß. quorum 2. & 5. ſunt exponentes, nempe 4. & 32. inter ſe multiplicati producunt 128. id eſt, Bß. cuius exponens eſt 7. Item ſicut 3. & 9. ſimul faciunt 12. ita ce. & cce. nimirum 8. & 512. quorum exponentes ſunt 3. & 9. inter ſe multiplicati gignunt 4096. hoc eſt, ℨℨce. cuius exponens eſt 12. atque eodem modo de reliquis dicendum eſt.

Additio & ſubtractio idẽ faciunt in ſerie naturali numerorum, quod Multiplicatio & Diuiſio in progreſſione Geometrica.

RVRSVS quemadmodum ſubtrahendo 5. a 7. remanent 2. ita diuidendo Bß, nempe 128. cuius exponens eſt 7. per ß, hoc eſt, per 32. cuius exponens eſt 5. prodit numerus 4. nempe ℨ. cuius exponens eſt 2. Similiter ſicut ſubtrahendo 3. ex 12. relinquuntur 9. ita diuidendo ℨℨce. hoc eſt, 4096. cuius exponens eſt 12. per ce, id eſt, per 8. cuius exponens eſt 3. producitur cce, nempe 512. cuius exponens eſt 9. & ſic de cæteris. Demonſtrationem huius rei afferemus in Multiplicatione, & Diuiſione numerorum Coſſicorum.

QVOD autẽ dictum eſt hactenus de progreſſione Geometrica duplæ proportionis, quæ ab vnitate incipit, idem intelligendum eſt in quauis alia progreſſione Geometrica, cuius initium vnitas eſt: cuiuſmodi ſunt verbi gratia duæ ſequentes progreſſiones Geometricæ, quarum prior continet proportiones quadruplas, poſterior autem ſeptuplas complectitur.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	&c.
N.	℞.	ℨ.	ce.	ℨℨ.	ß.	ℨce.	Bß.	ℨℨℨ.	&c.
1.	4.	16.	64.	256.	1024.	4096.	16384.	65536.	&c.

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	
N.	℞.	ℨ.	ce.	ℨℨ.	ß.	ℨce.	Bß.	&c.
1.	7.	49.	343.	2401.	16807.	117649.	823543.	&c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Omnia namq. quæ dicta sunt, ad has duas progressiones, & ad omnes alias transferri facilè possunt.

Quomodo omnes numeri progressionis Geometricæ sint denominandi.

SVPEREST, vt doceamus quanam ratione omnes numeri propositæ cuiuscunque progressionis Geometricæ ab vnitate incipientis denominandi sint, aut (quod idem est) quænam signa Cossica dictis numeris tribuenda sint, & ascribenda. Quod quidem facile præstabimus, si prius denominemus numeros, quorum exponentes sunt numeri primi, cuiusmodi sunt sequentes.

2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47. 53. 59. 61. &c.
Horum autem characteres, siue signa, quæ ipsi exponunt, hæc sunt.
ℨ. ce. ß. Bß. Cß. Dß. Eß. Fß. Gß. Hß. Iß. Kß. Lß. Mß. Nß. Oß. Pß. Qß. &c.

Cum enim tertius numerus ab vnitate in progressione quauis Geometrica sit quadratus, vt demonstratur propos. 8. lib. 9. Eucl. erit eius signum ℨ, cuius exponens 2. Rursus quia quartus numerus ab vnitate est Cubus, vt constat ex eadem propos. erit eius nota ce, & exponens 3. Deinde quia sextus ab vnitate numerus, quem exponit numerus primus 5. neque quadratus est, neque cubus, nisi quando secundus numerus ab vnitate quadratus est, vel cubus, vt ex propos. 10. lib. 9. Eucl. liquido constat, tribuerunt ei scriptores hoc signum ß. ita vt Surdesolidus appellatus sit. Quoniam vero idem in reliquis numeris, quorum exponentes sunt numeri primi, contingit, ita vt neque quadrati sint, neque cubi, primo ab vnitate non existente quadrato, vel cubo, vt ex eadem propos. perspicuum est, appellati sunt quoque illi numeri progressionis Geometricæ, qui exponentes habent numeros primos, Surdesolidi, ita vt is, quem exponit 7. dicatur secundus Surdesolidus, qui vero exponitur ab 11. Tertius Surdesolidus, & sic de cæteris. Sed quia, si secundus Surdesolidus ita signetur, 2ß. & tertius sic, 3ß. &c. facile notæ Arithmeticæ huic signo ß. appositæ alios numeros confundere & perturbare possunt; visum est artificibus loco notarum Arithmeticarum asciscere literas Alphabeti, denominareq. secundum ß. Bß. a secunda litera, & tertium Cß. a tertia litera, &c. Hoc igitur modo formantur signa & characteres numerorum Cossicorum, quorum exponentes sunt numeri primi, vt hæc formula indicat.

2.	3.	5.	7.	11.	13.	17.	19.	23.	29.	31.	37.	&c.
ℨ.	ce.	ß.	Bß.	Cß.	Dß.	Eß.	Fß.	Gß.	Hß.	Iß.	Kß.	&c.

EX his inueniemus characteres cæterorum numerorum Cossicorum, quorum exponentes non sunt numeri primi, sed compositi, hoc modo. Resoluatur numerus exponens compositus, cuius denominatio, & character desideratur, in suas partes aliquotas incompositas, quæ inter se ordine multiplicatæ ipsum constituant, atque producant. quod in hunc modum fiet.

Numerũ compositũ in suas

NVMERVS compositus datus diuidatur per minimum numerum primum, per quem diuidi potest: Similiter quotiens, si fuerit numerus

merus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

merus compositus: Rursus hic quotiens, si fuerit compositus, per numerum primum minimum, qui eum numeret, diuidatur: atque ita deinceps continuè fiat diuisio, donec occurrat quotiens, qui sit numerus primus, nullam videlicet habens partem aliquotam. Nam si omnes diuisores eiusmodi, etiamsi aliqui sæpius repetantur, vnà cum vltimo quotiente ordine ponantur, & inter se multiplicentur, producetur præcisè datus numerus compositus: atque ipsi diuisores, vnà cum vltimo quotiente sunt partes incompositæ datum numerum compositum per multiplicationem constituentes. Vt si numerus compositus datus sit 924. Primo diuido eum, quoniam par est, per 2. tanquam per eius partem incompositam minimam, inuenioq. quotientem 462. Reseruo autem 2. Rursus quotientem 462. quia par est, diuido per 2. efficioq. quotientem 231. & reseruo iterum 2. Deinde quotientem 231. quia impar est, diuido per 3. tanquam per minimum numerum primum, reperioq. quotientem 77. (quòd si aliquid in diuisione relictum fuisset, expertus fuissem diuisionem per 5.7. & alios numeros primos, donec nihil fuisset residuum. Et si nullum talem diuisorem, qui nihil relinquat, inuenirem, tunc primi duo diuisores 2.2. & vltimus quotiens essent partes incompositæ datum numerum restituētes, & nulla alia dari posset, præter vnitatem) Reseruo igitur 3. Et rursus diuido 77. per 3. sed quoniam aliquid superest in diuisione, non reseruo 3. sed eundem quotientem 77. partior per 5. sed quia aliquid superest in diuisione, diuido eundem per 7. inuenioq. quotientem 11. numerum primum. Sunt ergo partes incompositæ 2.2.3.7.11. numerum datū 924. sua multiplicatione restituentes.

partes incompositas resoluero, quæ ipsum producant.

DEINDE omnibus partibus aliquotis incompositis inuētis characteres debiti subscribantur. Hac enim ratione prosiliet character integer compositus integri numeri exponentis. Exemplum. Inueniendum sit signum Cossicum numeri trigesimiprimi Cossici, cuius exponens est numerus hic compositus 30. Quotus enim numerus Cossicus est ab vnitate, tot vnitates, minus vna, continet eius exponens, vt ex antedictis progressionibus apparere potest. Quoniā igitur partes ipsius aliquotæ incompositæ sua multiplicatione ipsum procreantes sunt 2.3.5. quarum signa sunt ȝ.ce.ß. idcirco numerus dictus trigesimusprimus hoc signo Cossico decorabitur ȝceß, appellabiturq. Zensicubisurdesolidus. Eodem modo exponens 24. cuius partes incompositæ sunt 2.2.2.3. habebit signum Cossicum ȝȝȝce. Ita quoque exponens 100. cuius partes incompositæ sunt 2.2.5.5. hoc signum Cossicum sortietur ȝȝßß. & sic de cæteris.

IDEM consequemur hac ratione. Accipiantur duo quicunque numeri, qui inter se multiplicati producunt exponentem numerum oblatum. Nam eorum signa Cossica component signum Cossicum propositi numeri exponentis. vt si exponens sit 12. numeri sua multiplicatione ipsum producentes sunt 3. & 4. quorum signa Cossica sunt ce, & ȝȝ. Signum igitur Cossicū exponentis 12 est ȝȝce.

Semper

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Semper enim signa Cosſica minora præponuntur maioribus. Eodē pacto numeri sua mutua multiplicatione producentes eundem numerum exponentem 12. sunt 2. & 6. quorum prior signum Cosſicum habet ℨ. posterior vero ℨ℞. Signum ergo Cosſicum numeri exponentis 12. est ℨℨ℞. vt prius. Quod si aliquando ignoretur alterius numerorum multiplicantium, vel etiam vtriusque signum Cosſicum, sumendi erunt alij duo numeri ipsum producentes. vt in posteriori exemplo, si nos lateat signum Cosſicum huius multiplicantis 6. accipiemus 2. & 3. qui ipsum procreant, quorum signa sunt ℨ.℞. Inuenitur ergo idem signum Cosſicum numeri exponentis 12. ℨℨ℞. &c.

Quem locum progreſſionis Geometricæ occupet quilibet numerus Coſſicus.

IAM vero si econtrario signi cuiuslibet Cosſici propositi numerus exponens quæratur; si quidem fuerit incompositum, accipiemus ex superiori progresſione numerorum primorum numerū primum proposito signo debitum. vt si offeratur Cosſicum hoc signum Dß. erit eius exponens 13. Si vero signum sit compositum, sumemus exponentes signis componentibus debitos, eosq. inter se multiplicabimus. nam productus numerus erit exponens propositi signi Cosſici. vt si detur signum Cosſicum ℨℨ℞. compositum ex his tribus ℨ.ℨ.℞. capiemus horum exponentes 2.2.3. ex superiori progresſione primorum numerorum, eosq. inter se multiplicabimus. nam productus numerus 12. est exponens dicti signi ℨℨ℞. atque ita de cæteris dicendum est.

Quomodo alij numeros progreſſionis Geometricæ denominent.

NON est autem prætereundum, quosdam auctores hac in arte non mediocriter versatos aliter hos numeros Cosſicos denominare, habita nimirum ratione multiplicationis, qua ex radice producuntur. Quoniam enim tertius numerus ab vnitate progresſionis Geometricæ, quem nos Quadratum, vel Zensum diximus, producitur ex multiplicatione radicis bis positæ hoc modo, 2.2. vel 3.3. vel 4.4. vel 5.5. &c. ita vt vna tantum fiat multiplicatio; propterea numerum hoc modo gentium, id est, quadratum, appellant Primam quantitatem: quia prima est omnium, quæ ex radice nascuntur. Cubum deinde, quia gignitur ex radice ter posita, ita vt fiant duæ multiplicationes, dicunt Secundam quantitatem. Zensizensum vero eadem de causa vocant Tertiam quantitatem. & sic de cæteris intelligendum est. Sed placet nobis proprijs signis, & characteribus vti, vt clarius res ipsa percipiatur. Nostra etenim signa, & characteres a literis, ac numeris facilè discernuntur, ita vt confusio nulla posſit exoriri: quæ in aliorum signis, characteribusq. vitari vix potest.

DE

DE NVMERATIONE COSSICORVM numerorum. Cap. III.

FACILIS est ex dictis Numeratio numerorum Cossicorum. Quando enim soli ponuntur, vt 5 ꝛe. vel 8 ʒ. vel 20 ce. &c. exprimuntur hoc modo, quinque radices, vel 8. Zensi, siue quadrati, vel 20. cubi, &c. Quando autem coniuncti inter se proponuntur, medio hoc signo +, vel hoc —. vt 5 ꝛe + 8 ʒ. vel 8 ʒ — 5 ꝛe. vel 20 ce + 8 ʒ — 5. habenda est maxima ratio horum signorum +. —. quorum illud dicitur signum additorum, significatq. plus, vel additionem; hoc vero appellatur signum subtractorum, denotatq. minus, vel diminutionem, aut subtractionem. Hinc factum est, vt numeri illi, quibus interponitur signum +, dicti sint compositi. Quibus vero interijcitur signum —. nominati sint Diminuti. Quibus denique vtrumque signum interponitur, appellati sint mixti. licet omnes dici possint compositi. Itaq. compositus hic. 5 ꝛe + 8 ʒ. effertur hoc modo. 5 radices, plus 8 zensi. Hic vero Diminutus 8 ʒ — 5 ꝛe. hoc modo. 8 zẽsi, minus 5 radices. Mixtus vero iste, 20 ce + 8 ʒ — 5. hoc pacto. 20 cubi, plus 8 zensi, minus 5. vnitates. Nam, vt dictũ est, numerus, qui post se non habet characterem aliquem Cossicum, significat numerum absolutum ex vnitatibus compositum.

Explicatio signorum + & —.

Numeri Cossici compositi, Diminuti & mixti qui.

REFERVNTVR autem, vt patet, hæc signa +. —. ad numeros, qui ea sequuntur, nunquam autem ad præcedentes. Item numerus, quem neutrum horum signorum præcedit, intelligitur habere signũ additorum +. Sensus porro numerorum compositorum, diminutorum, vel mixtorum facilis est. Nam cum dicimus 5 ꝛe + 8 ʒ. intelligimus 5. radices vna cum 8 zensis: hoc est, vnitates 42. si radix est 2. & quadratus, vel zensus 4. Sic cum dicimus 8 ʒ — 5 ꝛe. intelligimus ex 8 zensis detractas esse 5 radices. vnde si radix est 2. atque adeo zensus 4. continebit numerus propositus vnitates 22. Idem dicendum est de alijs.

QVONIAM vero in antecedenti capite characteres numerorum Cossicorum, cuiusmodi sunt ꝛe. ʒ. ce. &c. appellauimus interdum etiam signa Cossica; vt vitemus omnem confusionem, appellabimus in sequentibus has notas ꝛe. ʒ. ce. &c. characteres, has vero +. —. signa.

PLERIQVE auctores pro signo + ponunt literam P, vt significet plus: pro signo vero — ponunt literam M, vt significet minus. Sed placet nobis vti nostris signis, vt à literis distinguantur, ne confusio oriatur.

PRAETEREA inter recentiores non pauci radices surdas, vt

vocant,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Radices surda quo pacto signentur.

vocant, vel irrationales, quæ videlicet numeris exprimi nequeunt, notant hoc ſigno √. quod ſtatim inſequitur character Coſsicus ȝ. vel ce, vel ȝȝ. &c. prout radix illa eſt quadrata, Zenſicave, vel Cubica, vel Zenſizenſica, ſiue quadratiquadrata, &c. V.g. radicē quadratam numeri 12. deſignāt hoc modo. √ȝ 12. cubicam hoc modo √ce 12. & Zenſizenſicam hac ratione, √ȝȝ 12. atque hanc ob cauſam ſignum hoc √ radicale appellatur.

Signum radicale quid.

Quo ſigno nos etiam in ſequentibus vtemur: quippe cum minor confuſio ex eo oriatur, quā ſi, quod plerique faciunt, radicem quadratam ita ſignemus, Rq. Cubicam hoc modo. R cu. Zenſizenſicam hoc alio, Rqq. &c. Facile enim ex hac deſignatione, literæ Rq. Rcu. Rqq. cum alijs literis confunduntur. Diligenter ergo hæc ſigna √ȝ. √ce. √ȝȝ. √ß. &c. addiſcenda ſunt, vt ea, quæ ſequuntur, intelligantur, quando nimirum huiuſmodi ſigna occurrent. Sciendum tamen, quotieſcunque nominatur radix alicuius numeri, ſine voce, quadrata, cubica; ſurdeſolida, vel zenſizenſica, &c. vel illi numero præfigitur ſignum hoc √. ſine charactere ȝ, ce, ß. ȝȝ, &c. intelligi radicem quadratā ſimpliciter apud ſcriptores. quod a nobis etiam non raro obſeruabitur.

DE ADDITIONE ET SVBTRACTIONE numerorum Coſſicorum. Cap. IIII.

AdditioCoſſicorum numerorum diuerſarum denominationum.

QVANDO numerus Coſsicus additur numero Coſsico alterius denominationis, vel characteris, abſoluitur additio mediante hoc ſigno +, fitq. numerus compoſitus. Vt hi duo numeri 6 2e. & 8. ſimul additi faciunt 6 2e + 8. Item 6 2e. & 8 ce. faciunt 6 2e + 8 ce. &c.

Additio numerorum Coſſicorum eiuſdem appellationis.

QVANDO vero addendus eſt numerus Coſsicus alteri numero Coſsico eiuſdem appellationis, vel characteris, adduntur ſimul numeri, & ſummæ apponitur idem character Coſſicus. Vt hi numeri 4 ȝ. & 9 ȝ. ſimul additi faciunt 13 ȝ. Item 5 2e, & 4 2e. faciunt 9 2e. &c.

Subtractio numerorum Coſſicorum diuerſarum appellationum.

PARI ratione, quando numerus Coſsicus ſubtrahitur a numero Coſsico alterius denominationis, abſoluitur ſubtractio mediante hoc ſigno —, fitq. numerus diminutus. Vt hic numerus 6 2e. detractus ex 8 ȝ. relinquit 8 ȝ — 6 2e. Item 12. ex 6. 2e. relinquunt 6 2e — 12. & ſic de cæteris.

Subtractio numerorum Coſſicorum eiuſdem denominationis.

QVANDO vero numerus Coſsicus ſubtrahendus eſt ex altero numero Coſsico eiuſdem characteris, ſubtrahitur numerus a numero, & reliquo numero idem character affigitur. Vt 4 2e. ex 9 2e. relinquunt 5 2e. Et 9 ce. ex 20 ce. relinquunt 11 ce. &c.

SED quando Coſsici numeri compoſiti, diminuti, & mixti inter ſe ad-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

se adduntur, vel alter ab altero subtrahitur, ponendus erit alter sub altero, ita vt numeri eiusdem appellationis inter se respondeant, quemadmodum in fractionibus Astronomicis fieri consueuit. Quod si in alterutro eorum non reperiatur numerus respondens alicui in altero numero, ponenda erit loco eius figura hæc nihili 0. cum signo +. Quibus constitutis, addendi erunt numeri eiusdem appellationis, vel alter ab altero detrahendus, & summæ, vel numeri reliqui proprijs in locis subscribendi, vna cum ijsdem signis +, vel —, quæ in numeris addendis, vel subtrahendis reperiuntur.

Additio & subtractio Cossicorum numerorum compositorum &c.

Exempla Additionis.

ze.	N.
6	+ 8.
7	+ 10.
13	+ 18

ꝛ.	ze.	N.
7	+ 8	— 5.
3	+ 9	— 8.
10	+ 17	— 13

ce.	N.	ꝛ.
7	+ 8	— 3
4	+ 11	— 5
11	+ 19	— 8

ce.	ꝛ.	ze.	N.
4	+ 11	+ 0	— 6
3	+ 0	+ 8	— 4
7	+ 11	+ 8	— 10

ß.	zz.	ze.	N.	ꝛ.
7	+ 0	+ 8	— 5	+ 4
4	+ 9	+ 6	— 9	+ 0
11	+ 9	+ 14	— 14	+ 4

ꝛ.	N.
4	— 8
10	— 10
14	— 18

In penultimo exemplo additus est huic numero, 7 ß + 8 ze — 5 + 4 ꝛ. hic numerus, 4 ß + 9 zz + 6 ze — 9. factaq. est hæc summa. 11 ß + 9 zz + 14 ze — 14 + 4 ꝛ.

Exempla Subtractionis.

ce.	ꝛ.	ze.	N.
7	+ 11	+ 8	— 10
3	+ 0	+ 8	— 4
4	+ 11	+ 0	— 6

ce.	N.	ꝛ.
11	+ 19	— 8
4	+ 11	— 5
7	+ 8	— 3

ß.	zz.	ze.	N.	ꝛ.
11	+ 9	+ 14	— 14	+ 4
7	+ 0	+ 8	— 5	+ 4
4	+ 9	+ 6	— 9	+ 0

ꝛ.	ze.	N.
10	+ 17	— 13
7	+ 8	— 5
3	+ 9	— 8

In penultimo exemplo reliquus numerus eſt, 4 ß + 9 ʒʒ + 6 2e — 9. Reijcitur enim + o. quia neque in reliquo numero ſubtractionis, neque in ſumma additionis poni debet figura hæc o. cum ſit ſuperuacanea. Eodem modo reliquus numerus in primo exemplo erit, 4 ce + 11 ʒ — 6.

POTEST etiam fieri additio, & ſubtractio, ſi characteres Coſsici ſcribantur poſt numeros, non autem ſupra ipſos numeros, vt ſecundum exemplum Additionis, ita ſtabit.

7	ʒ	+	8	2e	—	5	N
3	ʒ	+	9	2e	—	8	N.
10	ʒ	+	17	2e	—	13	N

Secundum item exemplum Subtractionis ita ſtabit.

11	ce	+	19	N	—	8	ʒ
4	ce	+	11	N	—	5	ʒ
7	ce	+	8	N	—	3	ʒ

Quod etiam de multiplicatione, diuiſioneq. intelligendum eſt. Atque hic modus vt plurimum a nobis obſeruabitur in hoc opere.

Quid agendū, quando vnus numerus habet ſignū +, & alter ſignū — in additione, & ſubtractione.

QVOD ſi in additione, vel ſubtractione alter numerorum habuerit ſignum +, alter vero —, commutatur ſpecies, ſeu operatio; hoc eſt, in Additione ſubtrahitur minor ex maiore, & reliquo numero tribuitur ſignum maioris numeri, a quo facta eſt ſubtractio, ſiue illud fuerit +, ſiue —.

In Subtractione vero adduntur ſimul numeri, & ſummæ apponitur ſignum ſuperioris numeri, a quo fieri debebat detractio, quodcunque illud fuerit ſiue +, ſiue —.

Exempla Additionis.

ʒce.	ß.	ʒʒ.	ce.	2e.	N.
7	+ o	+ 8	+ o	— 4	+ 8
7	+ 5	— 11	— 11	+ o	+ o
14	+ 5	— 3	— 11	— 4	+ 8

ʒ.	2e.
6	+ 8
2	— 10
8	— 2

Si hi duo numeri 6 ʒ — 8 2e. & 12 2e — 3 ʒ debeant addi, formabimus exemplum hoc modo, vt ſingula ſingulis reſpondeant.

ʒ.	2e.
+ 6	— 8
— 3	+ 12
3	+ 4

Vel ſic

+ 6 ʒ — 8 2e
— 3 ʒ + 12 2e
3 ʒ + 4 2e

Ratio-

Rationem vero huius operationis pulchre docent numeri absoluti, vt hic vides.

8 + 5	8 — 5	8 + 4	8 — 4
10 — 4	10 + 4	10 — 5	10 + 5
18 + 1	18 — 1	18 — 1	18 + 1

Quoniam enim in primo exemplo ad 8 + 5, hoc eſt, ad 13. non adduntur integre 10. vt fiant 23. ſed ſubductis prius 4. Ideo fit ſumma 19. nempe 18 + 1. Itaq. poſtquam addita ſunt 8. & 10. factaq. ſunt 18. detrahenda ſunt 4. ex 5, vt remaneat 1, cum hoc ſigno +.

Eodem modo in ſecundo exemplo, non adduntur integre 8, ſed minus 5. ad 10 + 4, hoc eſt, ad 14. propterea poſtquam ex 8. & 10. facta ſunt 18. detrahenda ſunt 5. ex 4. Et quia deeſt vnitas, vt poſsit ſubtrahi, idcirco ponitur 1. cum ſigno —. Eadem ratio eſt in cæteris. Vbi vides in primo exẽplo ex 8 + 5. & 10 — 4. id eſt, ex 13. & 6. effici 18 + 1. id eſt, 19. In ſecundo verò ex 8 — 5. & 10 + 4. hoc eſt, ex 3. & 14. fieri 18 — 1. hoc eſt, 17. In tertio quoque ex 8 + 4. & 10 — 5. hoc eſt, ex 12. & 5. conflari 18 — 1. hoc eſt, 17. In quarto denique ex 8 — 4. & 10 + 5. id eſt, ex 4. & 15. confici 18 + 1. id eſt, 19.

Exempla Subtractionis.

ʒce.	ß.	ʒʒ.	ce.	ze.	N.
14 +	5 —	3 —	11 —	4 +	8
7 +	0 +	8 +	0 —	4 +	8
7 +	5 —	11 —	11 ±	0 +	0

ʒ.	ze.
8 —	2
6 +	8
2 —	10

In priori exemplo, quando detrahuntur — 4 ze. ex — 4 ze. poteſt ſignari reliqua figura 0, vel ſigno +. vel ſigno —. Nihil .n. intereſt vtrũ illorum ponatur, quando reliquus numerus eſt 0. Immo totus reliquus numerus ita ſcribendus erit. 7 ʒce. + 5 ß. — 11 ʒʒ. — 11 ce.

Ratio quoque huiuſce operationis perſpicua eſt in numeris abſolutis, vt ex ſequentibus exemplis apparet.

18 + 5	18 + 4	18 — 5	18 — 4
8 — 4	8 — 5	8 + 4	8 + 5
10 + 9	10 + 9	10 — 9	10 — 9

Quoniam enim in primo exemplo non integre ſubducuntur 8. ex 18 + 5. hoc eſt ex 23. ſed minus 4. propterea ſubductis 8. ex 18. vt relinquantur 10. addenda ſunt rurſum 4. ad 5. Eademq. eſt ratio in ſecundo exemplo. In tertio vero exemplo, cum 8. deducantur ex 18, ex quibus iam ablata ſunt 5. reſtituenda ſunt 5. ipſis 4. & ſum-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ma per ſignum — notanda. Quod etiam fit in quarto exemplo. Vbi vides in primo exemplo, ſi ex 18 + 5. hoc eſt, ex 23. detrahantur 8 — 4. hoc eſt, 4. relinqui 10 + 9. id eſt, 19. In ſecundo quoque, ſi ex 18 + 4. hoc eſt, ex 22. detrahantur 8 — 5. id eſt, 3. relinqui 10 + 9. hoc eſt, 19. In tertio vero, ſi ex 18 — 5. id eſt, ex 13. detrahantur 8 + 4. id eſt, 12. remanere 10 — 9. id eſt, 1. In quarto denique, ſi ex 18 — 4. hoc eſt, ex 14. demantur 8 + 5 id eſt, 13. remanere quoque 10 — 9. hoc eſt, 1.

Quid agendũ in ſubtractione, quando vterq; numerus habet ſignũ + vel — & numeri pŏſterè ponuntur.

QVOD ſi quando contingat, vt idem ſignum + vel — reperiatur tam in numero ſubtrahendo, quam in eo, a quo fit ſubtractio, ſed ſubtrahendus maior ſit; ſubtrahendus erit præpoſtero ordine ſuperior ab inferiori, ſed numero reliquo dandum ſignum contrariũ, ita vt ex ſigno +, fiat —, & ex —, fiat +. Vt duo exempla, quæ ſequuntur, indicant.

ʒ.	ꝛe.	N.
9 +	4 —	5
4 +	7 —	8
5 —	3 +	3

ꝛe.	ʒ.	N.
6 —	5 +	3
7 —	9 +	10
—1 +	4 —	7

In poſteriori exemplo, quoniam 6 ꝛe. & 7 ꝛe. intelliguntur habere ſignum +, idcirco reliquus numerus adeptus eſt ſignum —. Vnde ita ſcribendus erit, 4 ʒ — 1 ꝛe — 7. Non enim recte primus numerus afficitur ſigno —. Huius etiam operationis veritas perſpicua eſt in duobus hiſce exemplis numerorum abſolutorum. Vbi vides, ſi in priori exemplo

9 +	4 —	5
4 +	7 —	8
5 —	3 +	3

6 —	5 +	3
7 —	9 +	10
—1 +	4 —	7

ex 9 + 4 — 5. id eſt, ex 8. ſubtrahantur 4 + 7 — 8, id eſt, 3. relinqui 5 — 3 + 3. nimirum 5. In poſteriori verò, ſi ex 6 — 5 + 3. ſubducantur 7 — 9 + 10. hoc eſt, 8. ex 4. remanere — 1 + 4 — 7. hoc eſt, — 4. quia nimirũ ſuperiori numero deſunt 4. vnitates, vt inferior ſubtrahi poſſit.

CAETERVM omnia præcepta hactenus tradita de additione, & ſubtractione, quod ad ſigna + & — ſpectat, comprehenduntur facile his duabus regulis ad memoriam iuuandam.

Duæ regulæ obſeruandæ in additione, & ſubtractione.

I

Eadem ſigna idem ſignum ponunt, niſi in ſubtractione, quando numeri præpoſtere ponuntur. Tunc enim ſubtrahitur ſuperior ab inferiore, & ex +, fit —, & ex —, fit +.

2

Diuerſa ſigna mutant ſpeciem operationis; Et in additione ponitur ſignũ maioris numeri; In ſubtractione vero, ſuperioris, a quo fit ſubtractio, ſiue

maior

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

maior is sit, siue minor, aut æqualis. Quæ quidem regulæ, intellectis præceptis traditis, difficiles non ſunt.

Probatio additionis & ſubtractionis.

SVPEREST, vt doceamus, quo modo inſtituenda ſit probatio, ſiue examen Additionis, & Subtractionis. Duobus igitur modis cõprobari poteſt, an recte nec ne in Additione, vel Subtractione operatum ſit. Primum enim probari poteſt Additio per ſubtractionem, & ſubtractio per Additionem; quemadmodum in abſolutis numeris ſolet fieri.

Secundo cõſtruatur tabula cum aliquibus progreſsionibus Geometricis ab vnitate incipientibus. vt hic cernis.

N	℞	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	Bß	ʒʒʒ
1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$

Deinde reſoluantur numeri Coſsici addendi, iuxta aliquam harũ progreſsionum, in numeros abſolutos, ijq. ſimul addantur, vel vnus ab altero detrahatur, ratione ſigni +, vel —. Poſt hæc eodem modo reſoluantur numeri Coſsici ſummæ collectæ. Si enim recte facta eſt additio, erunt numeri ſummæ collectæ reſoluti ſimul æquales numeris addendis reſolutis ſimul. Vt in hoc exemplo. 6. ce. (ſi probatio inſtituatur per progreſsionem, cuius radix eſt 2.) faciunt 48. & 4 ʒ. faciunt 16. Iungantur ſimul 48. & 16. propter ſignum +. fiunt 64. Itẽ 4 ce. faciunt 32. addantur ad 64, propter ſignum + (ſemper enim numerus nullo ſigno notatus, intelligitur inſignitus hoc ſigno +, vt dictum eſt.) fiunt 96. Denique 8 ʒ. faciunt 32. quæ ablata ex 96, ob ſignum —, relinquunt 64. Vide iam, an 10 ce — 4 ʒ, reſoluti faciant quoque 64. Perſpicuum autem eſt, 10 ce. facere 80, a quibus ſi deducantur 4 ʒ, hoc eſt, 16. propter ſignum —, relinqui 64. &c.

ce.		ʒ.
6	+	4
4	—	8
10	—	4

NON ſecus Subtractio comprobabitur, ſi eius numeri Coſsici in abſolutos numeros commutentur. Nam numeri ſubtracti, & reliqui ſimul æquales debent eſſe numeris, a quibus facta eſt ſubtractio, &c. Vt in hoc propoſito exemplo, ſi probationem inſtituamus iuxta progreſsionem, cuius radix eſt 3. 10 ce. faciunt 270, a quibus, ſi deducantur 4 ʒ, id eſt 36. propter ſignum —, remanent 234. Satis autem conſtat 6 ce + 4 ʒ. & 4 ce — 8 ʒ. reſolutos ac ſimul additos facere quoque 234.

ce.		ʒ.
10	—	4
6	+	4
4	—	8

Eodem modo ſi 6 ce + 4 ʒ. reſoluti detrahantur ex 10 ce — 4 ʒ. reſolutis, relinquentur 4 ce — 8 ʒ. reſoluti. Vel certe ſi 4 ce — 8 ʒ. reſo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

resoluti deducantur ex 10 ce — 4 ʒ. remanebunt 6 ce + 4 ʒ. resoluti.

Idem exemplum examinabitur per progresſionem, cuius radix est $\frac{1}{2}$. licet aliquantò laborioſius, hoc modo. 10 ce. faciunt $\frac{10}{8}$ a quibus ſi tollantur 4 ʒ. nimirum $\frac{4}{4}$. hoc eſt, $\frac{8}{8}$. remanent $\frac{2}{8}$. Neceſſe igitur eſt, vt 6 ce + 4 ʒ. reſoluti, & detracti ex $\frac{2}{8}$. relinquant 4 ce — 8 ʒ. reſolutos. Et quia 6 ce. faciunt $\frac{6}{8}$. & 4 ʒ. efficiunt $\frac{4}{4}$. id eſt, $\frac{8}{8}$. quæ cum $\frac{6}{8}$. faciunt $\frac{14}{8}$. quæ ex $\frac{2}{8}$. ſubtrahendæ ſunt. At quoniam numeri præpoſtere ponuntur, ſubtrahendæ ſunt $\frac{2}{8}$. ex $\frac{14}{8}$. vt remaneant — $\frac{12}{8}$. iuxta primam regulam. Atque tantundem debent conficere 4 ce — 8 ʒ. Sunt autem 4 ce. $\frac{4}{8}$. a quibus vt auferātur 8 ʒ. id eſt, $\frac{8}{4}$. vel $\frac{16}{8}$. auferendæ ſunt $\frac{4}{8}$. ex $\frac{16}{8}$. propterea quod numeri ſunt poſiti præpoſterè, vt remaneant — $\frac{12}{8}$. iuxta legem primæ regulæ. quod eſt propoſitum.

DE MVLTIPLICATIONE & Diuiſione numerorum Coſſicorum.
Cap. V.

Multipl. & Diuiſio numeri Coſſici per abſolutum.

CVM numerus Coſsicus per numerum abſolutum multiplicatur, aut diuiditur, producitur numerus (facta multiplicatione, aut diuiſione, vt in numeris abſolutis) eiuſdem denominationis Coſſicæ. Vt multiplicatis 4 ℞. vel 8 ʒ, per 3. proueniunt 12 ℞. vel 24. ʒ. &c. Item diuiſis 12 ℞. vel 24 ʒ, per 3. producuntur 4 ℞. vel 8 ʒ. &c.

Multipl. & Diuiſio numeri Coſſici per Coſſicum numerum.

QVANDO vero numerus Coſsicus per numerum Coſsicum multiplicatur, vel diuiditur, producitur numerus (facta multiplicatione, aut diuiſione, vt in numeris abſolutis) alterius denominationis Coſsicæ, vt autem ſciatur, quænam denominatio procreetur, pulchre id commonſtrat progreſsio quælibet Geometrica ab vnitate incipiens, vna cum numeris exponentibus, de quibus in cap. 2. dictum eſt, & hic apparet.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	&c.
N.	℞	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	Bß	ʒʒʒ	cce	&c.
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	&c.

Nam in multiplicatione fit exponēs numerus denominationis Coſſicæ conflatæ ex additione exponentium numerorum, qui videlicet denominationes illas, quæ multiplicantur, exponunt. In diuiſione autem reperitur exponens numerus Coſsicæ denominationis productæ,

ductæ, qui relinquitur, ſi exponens numerus denominationis diuidentis ſubtrahatur ab exponente numero denominationis diuidendæ. Vt ex multiplicatione 4 ℞. in 4 ℞. vel 4 ℞. in 7 ℞. fiunt 16 ȝ. vel 28 ȝ. Nam vnitas, quæ eſt expones huius characteris Coſſici ℞. addita ad vnitatem, facit 2. exponentem huius characteris ȝ. Sic etiam ex multiplicatione 4 ℞. in 5 ȝ. fiũt 20 ce. Et ex 4 ȝ. in 6 ß. fiunt 24 Bß. &c. Item ex diuiſione 24 Bß. per 4 ȝ. fiunt 6 ß. Et ex diuiſione 36 ȝce. per 4 ȝȝ. producuntur 9 ȝ. Et ex diuiſione 12 ȝȝ. per 4 ce, fiunt 3 ℞. Et ex 8 ȝ. per 8 ȝ. fit 1 N. quia ſubductis 2. a 2. relinquitur o, exponens numeri abſoluti. Ita quoque diuiſis 12 ȝce. per 4 ß. proueniunt 3 ℞. &c.

EX his facile intelligitur, quonam modo numerus Coſſicus in ſeipſum multiplicetur quadrate, cubice, &c. Nam 5 ce, in ſe quadrate faciunt 25 ȝce. cum 3. & 3. faciant 6. At 5 ce, in ſe cubice faciunt 125 cce. Nam primum 5 ce, in ſe faciunt 25 ȝce. Deinde 25 ȝce. in 5 ce. faciunt 125 cce. &c.

Demonſtratio Multiplicationis & Diuiſionis numerorum Coſſicorum.

DEMONSTRATIO huius rei facilis eſt. Repetatur enim progreſſio characterum Coſſicorum numeros progreſſionis Geometricæ denominantium, vna cum naturali progreſſione numerorum exponentium, vt hic.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	&c.
N.	℞.	ȝ.	ce.	ȝȝ.	ß.	ȝce.	Bß.	ȝȝȝ.	cce.	ȝß.	Cß.	&c.

Quoniam igitut, vt in ſcholio propoſ. 11. lib. 9. Eucl. docuimus, quilibet numerus progreſſionis Geometricæ ab vnitate incipientis ſeipſum multiplicans producit numerum eiuſdem progreſſionis, qui tantum ab eo diſtat excluſiue, quantum ipſe abeſt excluſiue ab vnitate; fit vt ce, ſeipſum multiplicans producat ȝce. qui tertium locum occupat poſt ce, excluſiue, quemadmodum & ce, tertium habet locum poſt N. hoc eſt, poſt vnitatem excluſiue. Quare cum exponens huius characteris ce, nempe 3. ad ſe additus faciat 6. exponentem, qui tertium locum poſſidet poſt 3. excluſiue, propterea quod tres vnitates continentur in 3. per quot nimirum interualla denominatio ce. diſtat a N. ſeu vnitate excluſiue (Nam exponens cuiuſque denominationis Coſſicæ tot continet vnitates, quotum locum ipſa denominatio obtinet ab vnitate, ſiue a N. excluſiue.) perſpicuum eſt, numerum 6. qui fit ex additione 3. ad 3. eſſe exponentem huius characteris Coſſici ȝce. qui producitur ex multiplicatione ce, in ſe. Eademq. ratio eſt de cæteris characteribus Coſſicis, qui ſeipſos multiplicant.

RVRSVS, quia, vt ex eodem ſcholio conſtat, ſi minor aliquis numerus progreſſionis Geometricæ ab vnitate incipientis multiplicet maiorem quempiam eiuſdem progreſſionis, procreatur numerus, qui tantum a maiore diſtat excluſiue in progreſſione eadem, quantum minor ab vnitate abeſt excluſiue; efficitur vt ce. multi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

plicans ʒce, producat cce, qui tertium occupat locum post ʒce, exclusiue, sicut & ce, tertium possidet locum exclusiue post N, hoc est, post vnitatem. Quocirca cum exponens 3. characteris ce, additus ad 6, exponentem characteris ʒce. faciat 9. exponentem, qui tertiũ locum adeptus est post 6. exclusiue, propterea quod in 3. continentur tres vnitates, quotum nimirum locum exclusiue ab vnitate, seu N, occupat character hic ce; manifestum est, numerum 9. qui fit ex additione 3. ad 6. exponentem esse huius characteris Cossici cce. qui gignitur ex multiplicatione ce, in ʒce. Eadem de causa idem character cce, procreatur ex multiplicatione ʒʒ. in ß. & sic de cæteris.

QVONIAM vero, vt Additio Subtractionem, & Subtractio Additionem; ita quoque Multiplicatio Diuisionem, & Diuisio Multiplicationem probat; fit vt quemadmodum ex additione 3. ad 3. fiũt 6. & ex multiplicatione ß, in ce, fit ʒce; ita subtractis 3. ex 6. relinquantur 3. & diuiso ʒce, per ce, proueniat ce. Item sicut ex additione 3. ad 6. fiunt 9. & ex multiplicatione ce, in ʒce, fit cce; sic etiam subtractis 3. ex 9. relinquantur 6. & diuiso cce, per ce, producatur ʒce. eademq. ratio est de reliquis.

EX hac demonstratione perspicuum fit, id quod cap. 2. tradidimus; Additionem videlicet numerorum progresſionis Arithmeticæ respondere multiplicationi numerorum progresſionis Geometricę, & Subtractionem Diuisioni. Demonstrauimus enim, quemadmodum ex additione 2. ad 4. fiunt 6. ita ex multiplicatione ʒ, in ʒʒ, fieri ʒce. Item sicut subtractis 2. ex 6. relinquuntur 4. ita diuiso ʒce, per ʒ, fieri ʒʒ, &c.

ITAQVE ex multiplicatione cuiusuis characteris Cosſici in aliũ quemcumque producitur character Cosſicus tantum a maiore distans exclusiue, quantum minor ab vnitate, hoc est, ab hoc signo N. recedit exclusiue, vel quantus est exponens minoris characteris Cosſici. Vt ex ce, in ʒʒʒ, fit Cß. &c. Ex diuisione vero cuiuslibet characteris Cosſici maioris per alium quemuis minorem prouenit character Cosſicus tantum a maiore distans exclusiue, retrocedendo tamen, quantum minor ab vnitate, seu charactere N, abest exclusiue, vel quantus est exponens minoris characteris Cosſici. vt ex diuisione cce, per ʒʒ, producitur ß. &c.

Multipl. & Diuisio numeri Cossici compositi per absolutum, vel per Cossicum tam simplicẽ, quam compositum.

QVANDO autem numerus Cosſicus compositus, vel diminutus multiplicatur, aut diuiditur per numerum absolutum, vel Cossicum tam simplicem, quam compositum, diminutumve, præter documentum iam traditum habenda est maxima ratio horum signorum +. & —. Nam quando numeri se mutuo multiplicantes, vel diuidentes habuerint idem signum +. vel —. apponitur producto semper hoc signum +. Quando vero alter illorum habuerit signum +, & alter hoc —, afficitur productus numerus perpetuo hoc signo —. Quod alij scriptores docent his verbis. In multiplicatione ac diuisione, Plus per Plus, vel Minus per Minus producit Plus: At Plus per Minus, vel Minus per Plus producit Minus. Hoc autẽ vnica hac regula memoriæ mandabitur.

Eadem signa ponunt signum additorum : Diuersa vero signa ponunt signum subtractorum. — *Regula in multipl. & diuisione numerorum Cossicorum obseruanda.*

Exempla Multiplicationis.

7 ʒ + 4 ꝛe	7 ʒ — 4 ꝛe	7 ʒ — 4 ꝛe
9 N	9	9 ꝛe
63 ʒ + 36 ꝛe	63 ʒ — 36 ꝛe	63 ce — 36 ʒ

8 ʒ + 9	8 ʒ — 9
8 ʒ + 9	8 ʒ — 9
72 ʒ + 81	— 72 ʒ + 81
64 ʒʒ + 72 ʒ	64 ʒʒ — 72 ʒ
64 ʒʒ + 144 ʒ + 81	64 ʒʒ — 144 ʒ + 81

8 ce — 4 ʒ
6 ꝛe
48 ʒʒ — 24 ce

6 ʒ + 8 ꝛe — 6 N
2 ʒ — 4 N
— 24 ʒ — 32 ꝛe + 24 N
12 ʒʒ + 16 ce — 12 ʒ
12 ʒʒ + 16 ce — 36 ʒ — 32 ꝛe + 24 N

9 ʒ + 8 N — 3 ꝛe
7 ce — 4 ʒʒ — 8 ʒ
— 72 ʒʒ — 64 ʒ + 24 ce
— 36 ʒce — 32 ʒʒ + 12 ß
63 ß + 56 ce — 21 ʒʒ
— 36 ʒce + 75 ß — 125 ʒʒ + 80 ce — 64 ʒ

In hoc vltimo exemplo præcedunt semper in summa maiores denominationes Cosicæ minores denominationes Cosicas. Sed quoniam non recte in initio ponitur hoc signum —, propterea ita collocanda erit summa producta.

75 ß — 36 ʒ ce — 125 ʒʒ + 80 ce — 64 ʒ.

Exempla Diuisionis.

1 10 ce per 3 ce ($3\frac{1}{3}$ N	1 10 ce p 3 ꝛe ($3\frac{1}{3}$ ʒ	1 10 ꝛe p 3 ꝛe ($3\frac{1}{3}$ N

1 9 ʒ + 4 ꝛe (3 ꝛe + $1\frac{1}{3}$ N 3 ꝛe 3 ꝛe	2 18 ʒʒ — 12 ʒ ($4\frac{1}{2}$ ce — 3 ꝛe 4 ꝛe 4 ꝛe D 30 ʒ

```
       — 40
30 ℨ — 58 ꝛ + 24 N      ( 6 ꝛ — 8 N
 5 ꝛ — 3 N
       5 ꝛ — 3 N

              — 12 ℨ      0 ꝛ
12 ℨℨ + 16 ȼ — 36 ℨ — 32 ꝛ + 24 N ( 6 ℨ + 8 ꝛ — 6 N
 2 ℨ + 0 ꝛ — 4 N
       2 ℨ + 0 ꝛ — 4 N
              2 ℨ + 0 ꝛ — 4 N
```

Quoniam in omni diuiſione numerorum Coſsicorum denominationes debent eſſe continuatæ, idcirco in vltimo exemplo, in quo diuiſor eſt 2 ℨ — 4 N. interpoſuimus 0 ꝛ, cum ſigno +, vt totus diuiſor ſit 2 ℨ + 0 ꝛ — 4 N. Idem factum eſſe vides in ſequenti exemplo, vbi diuidendus numerus eſt 1 ȼ + 1. & diuiſor 1 ꝛ + 1.

```
     — 1 ℨ + 1 ꝛ
1 ȼ + 0 ℨ + 0 ꝛ + 1     ( 1 ℨ — 1 ꝛ + 1 N
1 ꝛ + 1
      1 ꝛ + 1
             1 ꝛ + 1
```

Quando non poſſit fieri diuiſio.

CAETERVM tria hæc vltima exempla, in quibus diuiſor eſt numerus compoſitus, vel diminutus, arte ſunt excogitata. Nam vt plurimum per huiuſmodi diuiſores diuiſio fieri non poteſt, ſed ſubſcripto diuiſore ipſi diuidendo numero, interiectaq. linea, fit fractio, vt hic.

8 ß per 2 ℨ + 4 N || 8 ℨ — 9 ꝛ p 4 ꝛ + 3 N

Quotientes ſunt.

$\dfrac{8\ ß}{2\ ℨ + 4\ N}$ || $\dfrac{8\ ℨ - 9\ ꝛ}{4\ ꝛ + 3\ N}$

Quid autem faciendum ſit cum fractionibus huiuſmodi, infra cap. 10. docebimus, cum de reductione æquationum inter minutias inuentarum agemus. Eodem modo fractio conſtituitur, cum numerus Coſsicus ſimplex, vel compoſitus per Coſsicum numerum ſimplicem maioris denominationis diuiditur, vt 8 ℨ. per 2 ℨȼ. conſtituunt hanc fractionem $\frac{8\ ℨ}{2\ ℨȼ}$. Item diuiſis 9 ℨ + 4. per 3 ꝛ. fit hæc fractio $\frac{9\ ℨ + 4}{3\ ꝛ}$. &c.

Probatio Multiplicationis & Diuiſionis.

SVPEREST, vt tradamus examen Multiplicationis atque Diuiſionis. Hoc autem duplex eſt. Primum Multiplicatio per Diuiſionem, & contra examinari poteſt, vt in numeris abſolutis præcipitur.

DEIN-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DEINDE probatio institui potest per resolutionem Cossicorum numerorum secundum aliquam radicẽ progressionis Geometricæ, vt dictum est ad finem cap. 4. Nam numeri Cossici, qui multiplicãtur inter se, resoluti tantum faciant necesse est, si multiplicentur inter se, quantum numeri Cossici producti, secundum eandem radicem resoluti. Et diuidendus numerus Cossicus resolutus tantum debet producere diuisus per diuisorem resolutum, quantum Quotiens secundum eandem radicem resolutus. vt hic apparet.

Exemplum Multiplicationis.

Secundum radicem 2. faciunt 6 ꝛ — 8. 4. & 5 ꝛ — 3. faciunt 7. Ex multiplicatione autem 4. per 7. fiunt 28. Tantundem quoque fit ex resolutione producti numeri secundum eandem radicem 2. vt patet.

```
          6 ꝛ — 8
          5 ꝛ — 3
   ─────────────────────
       — 18 ꝛ + 24
 30 ʒ — 40 ꝛ
   ─────────────────────
 30 ʒ — 58 ꝛ + 24
```

Exemplum Diuisionis.

```
      — 18 ꝛ
 30 ʒ — 58 ꝛ + 24     ( 5 ꝛ — 3 N
  6 ꝛ —  8
         6 ꝛ — 8
```

Diuidendus numerus 30 ʒ — 58 ꝛ + 24. secundum radicem 2. resolutus facit 28. Diuisor vero 6 ꝛ — 8. facit 4. Diuisis autem 28. per 4. producuntur 7. Perspicuum autem est, quotientem hunc 5 ꝛ — 3. secundum eandem radicem resolutum efficere quoque 7.

Quod eadem signa producant signũ +, Diuersa autẽ signum —.

QVOD autem eadem signa + & +, vel — & —, in Multiplicatione & Diuisione producant semper signum hoc +. Diuersa autem signa +, & —, vel — & +, faciant semper hoc signum —; præterquam quod examen Multiplicationis & Diuisionis abunde id comprobare possit: tamen idipsum clare perspicitur in numeris absolutis. Vt in hoc exemplo sequenti, quis non videt, si multiplicentur 8 — 2. hoc est, 6. per 7 — 3. hoc est, per 4. produci 24. nẽpe 56 — 38 + 6? Nam cum ex 7. in 8. fiunt 56. quoniam non multiplicatur totus hic numerus 7. in hunc 8. sed in 8, detractis prius 2. propterea numerus hic 56. maior est vero producto. Vnde ex multiplicatione postea eiusdem numeri 7. in — 2. fiunt 14. signanda hoc signo —. atque ita ex + in —, fit —. Rursus quia non totus hic numerus 7. sed detractis prius 3. multipli-

```
  8 — 2
  7 — 3
 ─────────────
 56 — 14
    — 24 + 6
 ─────────────
 56 — 38 + 6
```

catur in 8 — 2, fit vt productus 56 — 14. fit vero producto maior. Quare ex multiplicatione — 3, in 8. fiunt 24. notãda hoc signo —, atque ita rursus ex — in + fit —. Sed quia non totum hoc, quod prouenit ex — 3. in 8. sed quod producitur ex — 3. in 8, subtractis prius 2. idcirco restituendum est id, quod iniuste ablatum est; atque ita postremo ex — 3. in — 2, fiunt 6. notanda signo hoc +, quod additionem significat, vt restituantur 6. quæ ablata fuerant. Eadem ratio est in cæteris exemplis Multiplicationis.

IAM vero cum ex multiplicatione 6. in — 4. gignatur hic numerus — 24. vt dictum est, necesse est, vt ex diuisione — 24. per — 4. producantur 6; & ex diuisione — 24. per 6. fiant — 4. Quare in diuisione quoque ex —, in —, fit +, & ex —, in +, vel contra, fit —. Itaq. quemadmodum affirmatio affirmationis, & negatio negationis affirmant, ita siue Plus in Plus, siue Minus in Minus multiplicatum, aut diuisum producit Plus. Item; sicut affirmatio negationis, siue negatio affirmationis negat, ita siue Plus in Minus, siue Minus in Plus multiplicatum, aut diuisum producit Minus.

DE NVMERIS FICTIS, SIVE MINOribus quam nihil. Cap. VI.

Numeri ficti, siue minores quam nihil.

QVEMADMODVM variæ finguntur radices numerorum, qui eas non habent, qualis est radix quadrata, vel cubica, vel Zensizensica, vel Surdesolida huius numeri 20, sitq. hęc fictio summa vtilitate, & commodo eorum, qui in rebus Mathematicis versantur, vt suo loco dicemus: Ita etiam a scriptoribus Algebræ finguntur non temere numeri quidam minores quam nihil, vt 0 — 4. hoc est, nihil detractis prius quatuor vnitatibus. Item 6 — 10. hoc est, sex vnitates minus 10. vnitatibus. Quod vnico exemplo hoc subtractionis perspicuum fiet. Sint ex 8 — 2, deducenda 10 — 5. hoc est, 5, ex 6. Primo detraho — 5 ex — 2, hoc est, quia superior numerus minor est, detraho 2, ex 5, & reliquo numero 3, tribuo contrarium signum +, iuxta legem subtractionis supra traditam.

8	— 2
10	— 5
— 2	+ 3

Nam re vera hic numerus — 2. intelligitur superare hunc numerum — 5, tribus vnitatibus, cum — 2, cadat infra nihil duabus vnitatibus, at — 5. infra idem nihil descendat quinque vnitatibus, hoc est, tribus vnitatibus magis, quam — 2, recedat a nihilo. Quod etiam hinc potest intelligi, quod huic numero — 2, desint tantum duæ vnitates, vt æqualis sit nihilo, at huic — 5, desint quinque, vt nihilo æquiualeat. Deinde subtraho + 10, ex + 8, maiorem numerum ex minore, quod fieri non potest. Vnde non inuenio numerum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

aliquem verum, quem pro relicto reponam, si 10. ex 8, subducam. Nam si superior numerus 8, maior esset inferiore 10, remaneret verus numerus ex illa subtractione: Et si æqualis esset superior numerus inferiori, relinqueretur nihil. Nunc vero cum numerus subtrahendus 10, maior sit numero 8, a quo fieri debet subtractio, efficitur, vt numerus infra 0, hoc est minor nihilo, relinquatur, ille nimirum, qui deest superiori, vt ab eo inferior detractus relinquat 0, cuiusmodi est numerus, qui relinquitur ex subtractione superioris ab inferiore, notatus signo —. quod defectum significat, nẽpe — 2. Vt totus numerus relictus sit — 2 + 3. Sed quia non recte ad initium numeri præfigitur hoc signum —, ita statuendus erit relictus. 3 — 2. Eodem modo, quotiescunque maior numerus aliquis ex minore detrahendus est, (quod re vera fieri non potest) ponitur in hac scientia pro relicto excessus, quo inferior numerus superiorem superat, præfixo hoc signo —, vt subtractis 20, ex 12, relinquuntur — 8. &c.

VIDES igitur, quam pulchre hæc ars pro immensa copia sua vtatur & ijs, quæ sunt, & ijs, quæ non sunt, sed tantum esse finguntur. Quod accuratius adhuc ex ijs, quæ sequuntur, iam iam intelliges.

QVEMADMODVM supra vnitatem ponuntur numeri integri, & infra vnitatem fractiones vnitatis, vt vnitas media sit inter numeros integros & fractos; ita supra 0, seu nihilum, ponitur vnitas cum reliquis numeris veris, & infra 0, fingitur vnitas cum reliquis numeris, præposito tamen semper signo hoc —, ita vt 0, seu nihilũ, medium sit inter numeros veros, & fictos, siue minores nihilo. Quod apposite sequentes duæ progressiones commonstrant, quarum superior est naturalis series numerorum, inferior autem Geometrica, illiusq. numeri numeros huius exponunt, vt cap. 2. dixi-

&c.	— 7	— 6	— 5	— 4	— 3	— 2	— 1	0	1	2	3	4	5	6	7	&c.
&c.	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64	128	&c.

mus. Nam & hic superioris progressionis numeri idem faciunt additione, & subtractione, quod inferioris progressionis numeri multiplicatione, atque diuisione. Vt enim ex multiplicatione $\frac{1}{4}$ in 32, fiunt 8, ita ex additione — 2, ad 5. fiunt 3. Item sicut ex multiplicatione $\frac{1}{2}$ in 8, fiunt 4, ita ex additione — 1, ad 3, fiunt 2. Rursus, vt ex diuisione 8, per $\frac{1}{4}$, prodeunt 32, sic ex subtractione — 2, de 3, relinquuntur 5. Et quemadmodum ex diuisione 8, per $\frac{1}{2}$, exeunt 16, ita ex subtractione — 1, de 3, relinquuntur 4. &c. Vt ex ijs, quæ de additione subtractioneq. numerorum Cossicorum diximus, perspicuum est. Immo ex hoc facile constat, in additione & subtractione diuersa signa mutare speciem operationis, &c. vt docuimus cap. 4. alias non responderet additio & subtractio in progressione naturali numerorum multiplicationi ac diuisioni in Geometrica progressione.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

EX his liquido constat, non frustra excogitari huiusmodi numeros fictos, siue nihilo minores, quandoquidem tam concinne eorũ additio ad numeros integros, vel subtractio, respondet multiplicationi, & diuisioni numerorum integrorum progressionis Geometricæ per numeros fractos eiusdem progressionis, vt dictum est.

Vnum & eũdem numerũ habere posse duas radices quadratas inæquales.

EST autem hoc loco obseruatione dignum, dari posse numerum Cossicum, qui habeat duas radices quadratas inæquales; siue (quod idem est) exhiberi posse duos numeros inæquales, quorum vterque in seipsum ductus producat eundem numerũ. Nam hi duo numeri, 2 ȝ — 3 ꝛ. & 3 ꝛ — 2 ȝ. si vterque in se multiplicetur, producũt 4 ȝȝ + 9 ȝ — 12 ce. vt hic vides

2 ȝ — 3 ꝛ	3 ꝛ — 2 ȝ
2 ȝ — 3 ꝛ	3 ꝛ — 2 ȝ
— 6 ce + 9 ȝ	— 6 ce + 4 ȝȝ
4 ȝȝ — 6 ce	9 ȝ — 6 ce
4 ȝȝ + 9 ȝ — 12 ce	4 ȝȝ + 9 ȝ — 12 ce

Cum tamen ipsi numeri multiplicati inter se sint valde inæquales. Prior enim 2 ȝ — 3 ꝛ, si per radicem 2. resoluatur, efficit 8 — 6. hoc est, 2. qui numerus in se ductus procreat 4. qui æqualis est producto 4 ȝȝ + 9 ȝ — 12 ce. cum hic per eandem radicem 2. resolutus efficiat quoque 4. Posterior vero 3 ꝛ — 2 ȝ. efficit 6 — 8. id est 0 — 2. qui numerus in se multiplicatus producit quoque 4. si leges multiplicationis seruentur. Itaque tam numerus 2 ȝ — 3 ꝛ. quam 3 ꝛ — 2 ȝ. radix est quadrata numeri 4 ȝȝ + 9 ȝ — 12 ce. quod sanè mirum videri possit, & paradoxum, cum tamen ita rem sese habere, resolutiones radicum, & producti numeri euidenter comprobent.

HOC idem cernitur in numeris absolutis. Nam vterque horum numerorum 4 — 1. & 1 — 4. id est 3. & 0 — 3. in se multiplicatus gignit 9. vt hic cernis.

4 — 1	1 — 4
4 — 1	1 — 4
— 4 + 1	— 4 + 16
16 — 4	1 — 4
9	9

Idemq. in infinitis alijs numeris licebit experiri. Quod si ducantur 4 — 1. in 1 — 4. producetur numerus 8 — 17. hoc est, 0 — 9. At ex multiplicatione 2 ȝ — 3 ꝛ. in 3 ꝛ — 2 ȝ. procreabitur numerus 12 ce — 4 ȝȝ — 9 ȝ. qui resolutus per radicem 2. efficit 32 — 36. id est, 0 — 4. cum tamen vterque illorum in se ductus producat 4. Causa autem huius rei in multiplicationem numerorum

Cossi-

Cossicorum, & signorum + & — reijcienda videtur: & debilitas ingenij humani accusanda, quod capere non potest, quo pacto id verum esse possit. Neque enim de ratione prædictæ multiplicationis dubitandum est, cum illa per multa exempla sit confirmata.

DE FRACTIONIBVS numerorum Cossicorum. Cap. VII.

EADEM fere operationes sunt in fractionibus, seu Minutijs Cossicis, quæ in vulgaribus Minutijs, adhibitis tamen ijs, quæ de integris Cossicis numeris hactenus tradidimus, quod ad characteres Cossicos, & signa + & — attinet. Nam, vt de Numeratione exempla nonnulla ponamus, hæc fractio $\frac{3\,N}{8\,℞}$. significat, tres vnitates diuisas esse per 8 ℞. Et $\frac{7\,ℨ}{9}$. denotat 7. Zensos esse diuisos per 9, vnitates. Itẽ $\frac{9\,ℨℨ + 8\,ℨ}{6\,℞}$. indicat hunc numerũ 9 ℨℨ + 8 ℨ. diuisum esse p 6 ℞. Et $\frac{9\,ℨℨ - 8\,ℨ}{6\,℞}$. vult numerum hunc 9 ℨℨ — 8 ℨ, esse diuisum p 6 ℞. &c.

Numeratio fractionũ Cossicarum.

Abbreuiatio duobus modis fieri potest. Aut enim solum abbreuiantur numeri, vt in Minutijs vulgaribus fit, intactis characteribus Cossicis, aut etiam characteres Cossici abbreuiantur. Vt fractio hæc $\frac{8\,ℨ}{2\,℞}$. quod ad numeros attinet, reducitur ad hãc $\frac{4\,ℨ}{1\,℞}$. Hæc autem $\frac{9\,ℨ + 36}{81}$. reducitur ad hanc $\frac{1\,ℨ + 4}{9}$. quia maxima mensura communis est 9. Modus autem inueniendi maximam mensuram trium aut plurium numerorum colligitur ex propos. 3. lib. 7. Eucl. Si enim sunt tres numeri, inuenta maxima mensura duorum, si hæc metiatur quoque tertium, erit ipsa maxima mensura omnium; si vero non metiatur tertium, erit maxima mensura illius maximæ mensuræ, & tertij numeri, omnium trium mensura maxima. Eodẽ modo, datis quatuor numeris, inuenta maxima mensura trium, si hæc metiatur & quartum numerum, erit ipsa maxima omnium quatuor mensura; si vero non metiatur, erit maxima mensura mensuræ illius maximæ, & quarti numeri, maxima mensura omnium quatuor. Et sic de reliquis. Similiter hæc minutia $\frac{8\,ß}{2\,ℨ - 4}$. ad hanc reducitur $\frac{4\,ß}{1\,ℨ - 2}$. Hæc autẽ $\frac{18\,ℨ - 9\,℞}{6\,℞ + 3\,ℨ}$. reducitur ad hãc $\frac{6\,ℨ - 3\,℞}{2\,℞ + 1\,ℨ}$. &c.

Abbreuiatio fractionũ Cossicarum.

AT vero abbreuiatio characterum Cossicorum fit per subtractionem exponentis minoris characteris ab exponentibus aliorum characterum. Nam si reliquis numeris proprij characteres tribuantur, peracta erit abbreuiatio, quod ad characteres attinet. Hinc perspicuum est, numerum minoris characteris Cossici fieri in hac abbreuiatione Absolutum. Item Minutiam, in quo Absolutus numerus reperitur, non posse abbreuiari, quod ad characteres attinet. Vt hæc Minutia $\frac{7}{14\,ß}$. abbreuiari non potest, quod spectat ad characteres: sed quod ad numeros attinet, reducetur per abbreuiationẽ ad hanc

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ad hanc, 1/2ʒß. At vero hæc Minutia -3ʒ/2ʒce. quod ad characteres spectat, ad hanc reducitur. 1/2ʒʒ. Deinde quod ad numeros attinet, ad hanc 4/1ʒʒ. Hæc autem 12ʒ - 9ℨ/6ℨ + 3ʒ. reducitur ad istam, quod ad numeros & characteres attinet, 6ℨ - 3/2 + 1ℨ.

Demonstratio abbreuiationis fractionũ Cossicarum.

FACILIS autem est demonstratio huiusce abbreuiationis. Nam quod spectat ad numeros, cum Minutiæ propositæ numeri diuidantur per eundem numerum, per maximam videlicet eorum mensuram, erit eadem proportio inter quotientes, quæ inter numeros diuisos. Quare æquales erunt hæ fractiones, 8ʒ/2ʒce. 4ʒ/1ʒce. Quod vero ad characteres attinet, cum singuli characteres per eundem exponentem deprimantur, ita vt eadem prorsus sit distantia inter characteres, ad quos facta est reductio, quæ inter characteres initio propositos, habebunt eandem proportionem characteres, ad quos facta est reductio, quam priores characteres propositi. Aequales itaq. erunt hæ Minutiæ, 4ʒ/1ʒce. 4N/1ʒʒ. [a] Nam eadem proportio est 4ʒ. ad 1ʒce, quæ 4. ad 1ʒʒ. cum idem numerus fiat ex multiplicatione 4ʒ, primi numeri, in 1ʒʒ, numerum quartum, qui ex 4. numero tertio in 1ʒce, numerum secundum. Vtrobique enim producitur hic numerus 4ʒce. &c. Vel certe, cum & inter ʒ, ac ʒce, & inter N, ac ʒʒ, tres medij termini cadant proportionales, propterea quod ʒ, & ʒce, æqualiter sunt depressi, nempe per 1. exponentem huius characteris minoris ʒ. &c.

a 19.7.

Reductio fractionum Cossicarum.

REDVCTIO fractionum ad eundem denominatorem absoluitur multiplicando numeratores in denominatores per crucem, & denominatores inter se, vt in Minutijs vulgaribus. Vt hæ fractiones 3ℨ/4ʒ. ⋈ 4ce/5ʒce. reducuntur ad has. 15Bß/20ʒʒʒ. 16ß/20ʒʒʒ.

Demonstratio reductionis fractionũ Cossicarum.

RATIO autem huius reductionis perfacilis est. Quoniam enim idem numerus 5ʒce, multiplicans duos numeros 3ℨ, & 4ʒ, produxit 15Bß, & 20ʒʒʒ. [b] eadem proportio erit 15Bß, ad 20ʒʒʒ. quæ 3ℨ, ad 4ʒ. ac propterea eundem habebunt valorem fractiones hæ 3ℨ/4ʒ. & 15Bß/20ʒʒʒ. Eodem modo æquales erunt hæ fractiones 4ce/5ʒce. & 16ß/20ʒʒʒ. Nam hic numerus 4ʒ, multiplicans duos 4ce, & 5ʒce, genuit hos duos 16ß, & 20ʒʒʒ.

b 17.7.

QVOD si numerus aliquis integer, & fractio ad eandem denominationem sint reducenda, supponenda est vnitas numero integro pro denominatore, & reliqua peragenda, vt prius. Vt 6. & 4ℨ/7ʒ. hoc modo 6/1 ⋈ 4ℨ/7ʒ. reducentur ad has fractiones 42ʒ/7ʒ. & 4ℨ/7ʒ. Et hæ duæ 5ʒ/1. 4ce/3ʒ. ad has 15ʒʒ/3ʒ. 4ce/3ʒ. Nam huic numero Cossico integro 5ʒ, supposita est vnitas pro denominatore.

SI vero integris adhæreat fractio aliqua, reducenda erunt prius integra ad eam fractionem; quod quidem fit multiplicando integra per denominatorem fractionis, & numerum productum numeratori addendo. Vt si 4ʒ + 2ℨ/1ce & 1ʒ/1ß reducere velimus ad eandem denominationem, multiplicabimus prius 4ʒ, per 1ce, vt habeamus duas fractiones has 4ß + 2ℨ/1ce 1ʒ/1ß quas ad has duas reuocabimus. 4ʒß + 2ʒce/1ʒʒʒ 1ß/1ʒʒʒ. & sic de cæteris.

IAM

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

IAM vero quatuor reliquæ operationes fractionum Cossicarum, hoc est, Additio, Subtractio, Multiplicatio, atque Diuisio, non differunt ab ijs, quas de Minutijs vulgaribus tradidimus, habita tamen semper ratione signorum + & —, nec non characterũ Cossicorum, quorum operationes in superioribus præceptis continentur. Itaq. solum exemplis rem absoluemus hoc loco. *Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Diuisio fractionum Cossicarum.*

Exempla Additionis.

$\frac{3℞}{2N}$ ✕ $\frac{4ʓ}{3ce}$ faciunt $\frac{9ʓʓ + 8ʓ}{6ce}$ hoc est, $\frac{9ʓ + 8N}{6℞}$. Item $\frac{48N}{7ʓ}$ ✕ $\frac{48N}{12℞ - 3ʓ}$ faciũt $\frac{192ʓ + 576℞}{84ce - 21ʓʓ}$. Itẽ $\frac{9℞ + 2ʓ}{36ce}$ ✕ $\frac{21ʓʓ - 8ʓ}{36ce}$ faciũt $\frac{21ʓʓ - 6ʓ + 9℞}{36ce}$. Quoniam enim in posteriori exemplo denominatores omnino similes sunt, propterea solum numeratores adduntur inter se, & summæ idem denominator subscribitur. Hæc autem fractio quod ad numeros, & characteres simul spectat, reducetur ad hanc $\frac{7ce - 2℞ + 3N}{12ʓ}$.

Exempla Subtractionis.

$\frac{3℞}{2N}$ de ✕ $\frac{9ʓʓ + 8ʓ}{6ce}$ relinquũt $\frac{16ʓ}{12ce}$ hoc est, $\frac{4N}{3℞}$. Item $\frac{3N}{4℞}$ de ✕ $\frac{31ʓ}{20ce}$ relinquunt $\frac{64ce}{80ʓʓ}$ hoc est, $\frac{4N}{5℞}$. Item $\frac{5ʓ}{6N}$ de $\frac{20ʓ + 21℞}{24N}$ relinquunt $\frac{126℞}{144N}$ hoc est, $\frac{7℞}{8N}$. Item $\frac{9ʓ + 8℞}{2ce - 6N}$ de $\frac{11ce + 16ʓ + 8℞}{2ce - 6N}$ relinquunt $\frac{11ce + 7ʓ}{2ce - 6N}$. Quoniam enim in posteriori exemplo denominatores omnino sint similes, & ijdem, detrahendus est numerator a numeratore, & reliquo numero idem denominator subscribendus.

Exempla Multiplicationis.

$\frac{9ʓʓ + 8ʓ}{6ce}$ per $\frac{3℞}{2N}$ faciunt $\frac{27ß + 24ce}{12ce}$. Item $\frac{7ʓ}{8ʓʓ}$ per $4℞ - 8N$. faciunt $\frac{28ce - 56ʓ}{8ʓʓ}$. Hic enim integro numero supponitur vnitas pro denominatore, vt exemplum ad Multiplicationem paretur hoc modo. $\frac{7ʓ}{8ʓʓ}$ per $\frac{4℞ - 8N}{1N}$. Item $\frac{7ʓ + 8℞}{5ce - 11N}$ per $\frac{4℞}{5ʓ} - 8N$. faciunt $\frac{32ʓ - 280ʓʓ - 292ce}{25ß - 55ʓʓ}$. Prius enim in hoc exemplo facta est reductio — 8 N, ad fractionem, cui adhærebant, multiplicando videlicet — 8 N, per 5 ʓ, denominatorem. Quare fractiones multiplicandæ fuerunt hæ $\frac{7ʓ + 8℞}{5ce - 11N}$ per $\frac{4℞ - 40ʓ}{5ʓ}$.

Exempla Diuisionis.

$\frac{27ß + 24ce}{12ce}$ per $\frac{3℞}{2N}$ faciunt $\frac{54ß + 48ce}{36ʓʓ}$. Itẽ $\frac{8℞}{9ʓ}$ per $\frac{2N}{6℞}$ faciunt $\frac{24ʓ}{18ʓ}$ hoc est $\frac{4}{3}$ siue $1\frac{1}{3}$. Item $\frac{7ce - 14ʓ}{2ʓʓ}$ per $4℞ - 8N$. faciunt $\frac{7ce - 14ʓ}{8ß - 16ʓʓ}$. Item $\frac{7ce - 14ʓ}{2ʓʓ}$ per $\frac{7ʓ}{8ʓʓ}$ faciunt $\frac{56Rß - 112ʓce}{14ʓce}$.

QVONIAM verò Additio, & Subtractio, Item Multiplicatio ac

Diuiſio ſe mutuo probant, fit vt ſi ex additione $\frac{3\,\text{ꝛe}}{2\,N}$ & $\frac{4\,\text{ʒ}}{3\,\text{ce}}$ fiunt $\frac{9\,\text{ʒʒ}+8\,\text{ʒ}}{6\,\text{ce}}$ hoc eſt, $\frac{9\,\text{ʒ}+8\,N}{6\,\text{ꝛe}}$; ſubductis $\frac{3\,\text{ꝛe}}{2\,N}$ ex $\frac{9\,\text{ʒʒ}+8\,\text{ʒ}}{6\,\text{ce}}$ relinquatur $\frac{4\,\text{ʒ}}{3\,\text{ce}}$ Relinquuntur autem iuxta regulam $\frac{16\,\text{ʒ}}{12\,\text{ce}}$ hoc eſt, in minimis terminis $\frac{4\,N}{3\,\text{ꝛe}}$. Neceſſe eſt igitur, has duas minutias $\frac{4\,\text{ʒ}}{3\,\text{ce}}$ & $\frac{4\,N}{3\,\text{ꝛe}}$ eſſe æquales, hoc eſt, eandem proportionem eſſe 4 ʒ. ad 3 ce, atque 4 N, ad 3 ꝛe. Quod quidem verum eſt. Nam ſi Minutiæ dictæ multiplicentur per crucem, producentur æquales numeri, hoc eſt, tantum fiet ex primo numero in quartum, nimirum ex 4 ʒ, in 3 ꝛe, quantum ex ſecundo in tertium, nimirum ex 3 ce, in 4 N. Itaq. non eſt neceſſe, vt eadem Minutia omnino proueniat, ſed ſatis eſt, vt æqualis Minutia producatur, quæ quidem æqualitas facile comprobari poteſt ex multiplicatione per crucem. Idem dicendum eſt de exemplis Multiplicationis ac Diuiſionis, vt ex ſuperioribus exemplis apparet.

Compendiariæ quædam operationes Minutiarum ad plurimas quæſtiones ſoluendas perutiles.

I.

Compendia quædam fractionum.

Dati numeri partem quamcumque, vel partes nominatas ad ipſum numerum addere.

SIT datus numerus $\frac{3\,\text{ꝛe}-16\,N}{2\,N}$ cui volo addere $\frac{3}{4}$ ipſius numeri. Vtor ergo hoc compendio, etiamſi ignorem, quæ ſint $\frac{3}{4}$ ipſius. Addo ad partem, vel partes addendæs vnitatem, (quod breuiter fit, addẽdo denominatorem numeratori) nimirum ad $\frac{3}{4}$ facio $\frac{7}{4}$. Hanc vero minutiam multiplico per numerum datum, efficioq. $\frac{21\,\text{ꝛe}-112\,N}{8\,N}$ ſummam quæſitam.

Item ſi $\frac{2}{3}$, addendæ ſint ad 12 ʒ. addo vnitatem ad $\frac{2}{3}$, vt fiant $\frac{5}{3}$. Hanc minutiam multiplico per 12. ʒ, facioq. ſummam hanc $\frac{60\,\text{ʒ}}{3\,N}$. hoc eſt, 20 ʒ. Similiter ſi ad hanc minutiam $\frac{3}{5}$ addendum ſit eius dimidium; addita vnitate ad $\frac{1}{2}$, fiunt $\frac{3}{2}$. Multiplico $\frac{3}{2}$ per $\frac{3}{5}$. fit ſumma tota $\frac{9}{10}$. &c.

II.

Dati numeri partem, vel partes quaſcunque ad partem, vel partes quaſcunque eiuſdem numeri addere.

SIT datus numerus $\frac{8\,\text{ꝛe}-12}{7\,N}$ ad cuius $\frac{1}{3}$, volo addere $\frac{3}{4}$. eiuſdem dati numeri. Addo partes propoſitas inter ſe, vt $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{4}$, facioq. $\frac{13}{12}$. Hanc minutiam multiplico in datum numerum $\frac{8\,\text{ꝛe}-12\,N}{7\,N}$ efficioq. ſummam $\frac{104\,\text{ꝛe}-156\,N}{84\,N}$.

Similiter ſi $\frac{2}{5}$ huius numeri 35. ad $\frac{4}{7}$ eiuſdem volo addere. Addo prius $\frac{2}{5}$ & $\frac{4}{7}$. facioq. $\frac{34}{35}$. Multiplico $\frac{34}{35}$ per 35. efficioq. $\frac{1190}{35}$ hoc eſt, 34. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

III.

Dati numeri partem, vel partes quaſcunque ab ipſo numero ſubtrahere.

SIT datus numerus $\frac{7\mathfrak{z}+8\mathcal{R}-10}{12\mathcal{R}}$, a quo volo ſubtrahere $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$, hæc eſt $\frac{8}{15}$ (ſunt enim prius in vnam ſummã redigendæ fractiones, ſi plures fuerint). Demo $\frac{8}{15}$ ex vnitate (quod breuiter fit, ſubtrahendo numeratorem a denominatore. Nam reliquus numerus eſt numerator) remanentq. $\frac{7}{15}$. Multiplico $\frac{7}{15}$. per datum numerum $\frac{7\mathfrak{z}+8\mathcal{R}-10}{12\mathcal{R}}$ facioq. reliquum numerum $\frac{49\mathfrak{z}+56\mathcal{R}-70}{180\mathcal{R}}$.

Similiter volo ſubtrahere $\frac{4}{5}$ huius numeri $\frac{9}{10}$, ab ipſo numero $\frac{9}{10}$ Detraho $\frac{4}{5}$ ex vnitate, manet $\frac{1}{5}$. Multiplico $\frac{1}{5}$ per $\frac{9}{10}$, facioq. $\frac{9}{50}$ pro ſumma reliqua, &c.

IIII.

Dati numeri partem, vel partes quaſcunque a parte, vel partibus quibuſcunque eiuſdem numeri ſubtrahere.

SIT datus numerus $\frac{12\mathcal{R}+8}{5}$ a cuius $\frac{1}{3}$ volo detrahere $\frac{1}{4}$. Demo prius $\frac{1}{4}$ ex $\frac{1}{3}$, remanet $\frac{1}{12}$. Multiplico $\frac{1}{12}$ per $\frac{12\mathcal{R}+8}{5}$ facioq. ſummam reliquam $\frac{12\mathcal{R}+8}{60}$.

Item volo ſubducere $\frac{3}{4}$. huius numeri 36. ex $\frac{8}{9}$ eiuſdem numeri. Demo $\frac{3}{4}$ ex $\frac{8}{9}$ manent $\frac{5}{36}$. Multiplico $\frac{5}{36}$ per 36. facioq. $\frac{180}{36}$ hoc eſt, 5. pro numero reliquo. &c.

V.

Dati numeri partem, vel partes quaſcunque inuenire.

SIT datus numerus $\frac{12\mathcal{R}+8}{5}$. Volo ipſius $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, id eſt, $\frac{7}{12}$. (quãdo enim plures ſunt fractiones, colligendæ ſunt prius in vnam ſummam). Multiplico $\frac{7}{12}$ per datum numerum $\frac{12\mathcal{R}+8}{5}$ facioque $\frac{84\mathcal{R}+56}{60}$ atque hic numerus conſtituit $\frac{7}{12}$, hoc eſt, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$. dati numeri $\frac{12\mathcal{R}+8}{5}$.

Similiter volo $\frac{3}{4}$ huius numeri 24. Multiplico $\frac{3}{4}$ in 24. facioq. $\frac{72}{4}$ hoc eſt, 18. &c.

VI.

Numerum inuenire, cuius pars nominata data ſit, vel partes. Hoc eſt, numerum inuenire, cuius datus quilibet numerus ſit data quæuis pars, vel partes.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SIT hic numerus $\frac{12\,\mathfrak{x}-4}{5}$ duæ tertiæ partes alicuius numeri. Volo reperire illum numerum. Diuido $\frac{12\,\mathfrak{x}-4}{5}$ per $\frac{2}{3}$. facioq. $\frac{36\,\mathfrak{x}-12}{10}$ atque hic est numerus, cuius $\frac{2}{3}$ faciunt $\frac{12\,\mathfrak{x}-4}{5}$.

Pari ratione volo inuenire numerum, cuius hic numerus 8, sit $\frac{4}{5}$. Diuido 8 per $\frac{4}{5}$ facioq. $\frac{40}{4}$, hoc est, 10. atque hic est numerus, cuius $\frac{4}{5}$. faciunt 8. &c.

DE REGVLA ALGEBRAE. Cap. VIII.

ABSOLVTO Algorithmo numerorum Cossicorum, ordo iam postulat & locus, vt celeberrimã Algebræ regulam exponamus. Occasione enim huius omnia, quæ hactenus tradita sunt de numeris Cossicis, planiora fient, & reliqua, quæ ad perfectionem huius regulæ cognitionem requiruntur, declaranda erunt. Neque enim omnia, vt debent, explicari possunt, nisi occasione accepta a partibus regulæ Algebræ, vt suo loco dicemus. Regula igitur Algebræ, quam alij scriptores in plures distraxerunt, huiusmodi est.

Regula Algebræ.

Pro numero incognito in quæstione ponatur radix vna hoc modo, 1 $\mathfrak{x}$. (Possunt etiam interdum plures radices poni hoc modo 2 $\mathfrak{x}$. vel 3 $\mathfrak{x}$, &c. vel alius quidam numerus, pro commoditate quæstionis propositæ.) Quæ iuxta quæstionis tenorem examinetur, donec Aequatio aliqua inueniatur: Hæc reducatur, si reductione opus fuerit: Deinde per numerum characteris Cossici maioris diuidatur reliquus æquationis numerus. Nam vel Quotiens ipse erit numerus, qui quærebatur, pretium scilicet radicis in principio positæ, vel certe radix aliqua Quotientis numeri numerum, qui quærebatur, notum reddet. Pulchre autem diuisor suo charactere Cossico demonstrabit, quando radix ex Quotiente, & quænam sit extrahenda.

HABET autem regula hæc quatuor partes. Prima est Inuentio Aequationis: Secunda, Reductio Aequationis inuentæ: Tertia, Diuisio alterius numeri Aequationis per numerum maioris characteris Cossici: Quarta & vltima, Extractio radicis alicuius ex Quotiente.

HARVM duæ sunt omnino necessariæ, nimirum Inuētio Aequationis,

tionis, & Diuiſio. In omni enim quæſtione per hanc regulam ſoluenda inuenienda eſt Aequatio ſiue Aequalitas inter duos numeros, & Diuiſio inſtituenda. Reliquæ duæ, nimirum Reductio Aequationis, & Extractio radicis ex Quotiente, non omnino ſunt neceſſariæ. Neque enim omnis Aequatio inuenta reductionem exigit, neque ſemper ex Quotiente radix extrahenda eſt, vt ex ijs, quæ ſequuntur, manifeſtum erit. Quid porrò inter vnicam hanc regulam noſtram, & multiplices aliorum regulas (Plures enim alij regulas præſcribunt) cap. 13. manifeſtum erit.

SED priuſquam omnes has quatuor partes regulæ ſingulatim pertractemus, rudi quadam Minerua, & obiter regulam ipſam explanabimus, hoc propoſito problemate.

Inuenire numerum, ita vt dimidio ipſius, & tertia parte ab eo ſublatis, reliquus numerus ſit 7.

PONO hunc numerum ignotum, qui quæritur, eſſe 1 ℞. ita vt 1 ℞, æqualis intelligatur numero abſcondito, quem inquirimus. Cum enim omnis numerus ſiue integer, ſiue fractus, ſiue integer cũ fracto obtinere poſſit ſecundum locum alicuius progreſſionis Geometricæ ab vnitate incipientis, ita vt ſit radix illius progreſſionis: conſiſtit totum artificium huius regulæ Algebræ in eo, vt inueniat, quamnam progreſſionem Geometricam numerus quæſitus conſtituat; hoc eſt, in quanam progreſſione numerus, qui quæritur, locum vnitati proximum occupet. Iuxta igitur quæſtionis tenorem examino 1 ℞, hoc eſt, ſumo ipſius $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{3}$, hoc eſt, $\frac{1}{2}$ ℞, & $\frac{1}{3}$ ℞, quæ partes ſimul conſtituunt $\frac{5}{6}$ ℞. Aufero $\frac{5}{6}$ ℞, ex 1 ℞, remanet $\frac{1}{6}$ ℞. Iam ſic ratiocinor. Quoniam 1 ℞, poſita eſt æqualis toti numero abſcondito, qui quæritur, erit $\frac{1}{2}$ ℞, æqualis dimidio totius numeri, & $\frac{1}{3}$ ℞, tertiæ parti eiuſdem. Et quoniam dimidio, ac tertia parte ex toto numero ſubtractis, reliquus numerus eſt 7; fit, vt $\frac{1}{2}$ ℞, & $\frac{1}{3}$ ℞, hoc eſt, $\frac{5}{6}$ ℞. detractis ex 1 ℞, reliquus numerus, nimirum $\frac{1}{6}$ ℞, æqualis ſit reliquo numero 7, quia ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur, ſunt æqualia. Inuenta eſt igitur Aequatio, ſiue Aequalitas inter $\frac{1}{6}$ ℞, & hunc numerum 7. atque ita prima pars regulæ abſoluta eſt, quæ ita habet. [*Pro numero incognito in quæſtione ponatur 1 ℞, quæ iuxta quæſtionis tenorem examinetur, donec Æquatio aliqua inueniatur.*] Satis autem patet ex propoſito exemplo, qua ratione iuxta tenorem quæſtionis Aequatio inueniẽda ſit. Eſt autem Aequatio, vt hic ſumitur, nihil aliud, quam proportio æqualitatis inter duas quantitates, ſiue res varie denominatas. Vt in dato exemplo, proportio æqualitatis eſt inter $\frac{1}{6}$ ℞, & 7. quæ duo variè denominantur. Nam cum duæ res æquales dicũtur, quæ eandem habent denominationem, eſt ea æqualitas, ſiue æquatio vel falſa, vt cum dico æquationem eſſe inter 5, & 7, aut inter $\frac{1}{6}$ ℞, & $\frac{1}{5}$ ℞. vel certe identitas quædam ad regulam Algebræ inutilis prorſus, vt cum dico, æqualitatem eſſe, ſeu æquationem inter 4 ℞, & 4 ℞,

Prima pars regulæ Algebræ.

In quo conſiſtat artificiũ regulæ Algebræ.

Æquatio quid.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

& 4 ℞, aut inter 7. & 7. Necesse est ergo, vt æqualitas ad regulam Algebræ pertinens sit inter duas res diuersorum nominum.

Secunda pars regulæ Algebræ.

Sequitur deinde in regula. [*Hæc reducatur, si reductione opus fuerit.*] Hoc est, Aequatio inuenta reducatur, si res postulauerit. Quando autem, & quomodo sit reducenda Aequatio, paulo post docebimus. Nunc certum sit, nostram Aequationem inter $\frac{1}{6}$ ℞, & 7. non indigere reductione.

Tertia pars regulæ Algebræ.

QVARE subiungit regula. [*Deinde per numerum characteris Cossici maioris diuidatur reliquus æquationis numerus.*] Quoniam in omni Aequatione reperiuntur duo numeri inæqualiter denominati, præcipit regula Algebræ, vt per numerum maioris characteris Cossici diuidatur reliquus numerus æquationis. Non iubet, vt diuisio fiat per maiorem numerum Cossicũ, sed per maioris characteris Cossici numerum. Nam Diuisor in hac regula, dum diuidit, abijcit characterem suum, alioquin Quotiens semper foret vnitas. Cum enim numerus maioris characteris Cossici, quando a charactere denominatur, æqualis sit reliquo æquationis numero, perspicuum est, si alter per alterum ita diuidatur, produci vnitatem, propterea quod numerus quicunque in altero numero sibi æquali semel duntaxat continetur. Cur autem Diuisor huiusmodi abijciat suum signum Cossicum, paulo inferius cap. 11. dicam, vbi hanc diuisionem, quæ in Algebræ regula præcipitur, plenius explanabimus. In nostra Aequatione inuenta inter $\frac{1}{6}$ ℞, & 7 N, maior character Cossicus est ℞, hoc est, maiorem exponentem habet, quam N, cum huius exponens sit 0, illius vero 1. Per exponentes enim cognoscimus, vter character Cossicus maior sit, vel minor. Itaq. diuidendus est hic numerus 7 N, per $\frac{1}{6}$, relicto charactere ℞. fitq. Quotiens 42.

Quarta pars regulæ Algebræ.

ADDITVR autem tandem in regula. [*Nam vel quotiens ipse erit numerus, qui quærebatur, pretium scilicet radicis in principio positæ, vel certe radix aliqua Quotientis numeri numerũ, qui quærebatur, notum reddet, &c.*] Quando, & quæ radix Quotiẽtis manifestet numerum incognitum, qui quæritur, perpulchre docet maior character Cossicus, per cuius numerum Diuisio instituitur, vt proprio loco docebimus. In proposito nostro exemplo non est extrahenda vlla radix, sed ipse Quotiens offert numerum, qui quærebatur. Itaq. numerus, qui in problemate proponitur inueniendus, est 42. versaturq. propositum problema in progressione Geometrica ab 1. incipiente, in qua numerus vnitati proximus est 42. qualis est hæc.

1. 42. 1764. 74088. 3111696. &c.

In hac enim sola apparet, veram esse vltimam æquationem inuentã inter $\frac{1}{6}$ ℞ & numerum 7. Iam vero si huius numeri 42. inuenti sumatur $\frac{1}{2}$. nimirum 21. & $\frac{1}{3}$. videlicet 14. atque hæ partes ex ipso numero 42. detrahantur, fit reliquus numerus 7. id quod in quæstione proposita desiderabatur.

ATQVE hoc modo, inuento numero, qui inquirebatur, & vni radici ponebatur æqualis, institui potest examẽ, siue probatio, iuxta problematis, vel quæstionis propositæ tenorem. Sed problemate

propo-

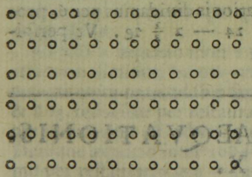
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

proposito, & explicatione regulæ pingui, vt diximus, Minerua, absoluta, declarandæ sunt deinceps singulæ partes regulæ exquisitius, ac clarius, vt facturos nos paulo ante recepimus.

DE AEQVATIONVM VARIETATE. Cap. IX.

SATIS constat ex ijs, quæ dicta sunt, vt ex positione 1 ℞, si ea examinetur secundum exempli pronunciationem, æquatio inter duos numeros inuenienda sit: Nunc autem de hac æquatione plura dicenda erunt, vt intelligamus, quotnam modis vna eademq. æquatio possit variari. Inuenta enim æquatione aliqua, poterunt ex ea plurimæ aliæ constitui. Vt in superiori exemplo, inuenta est æquatio inter $\frac{1}{6}$ ℞, & 7. Et quoniam ponebatur 1 ℞, æqualis toti numero inueniendo, fit vt $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, hoc est, $\frac{5}{6}$ ℞ & $\frac{1}{6}$ ℞, hoc est, 7. æquentur vni radici, ita vt æquatio sit inter $\frac{5}{6}$ ℞ + 7, & 1 ℞. iuxta hanc cõmunem sententiam. Omne totum æquale est omnibus suis partibus simul sumptis. Sic etiam si $\frac{1}{6}$ ℞, dematur ex 1 ℞, & 7, ex toto numero 42, inuenta erit æquatio inter $\frac{5}{6}$ ℞, & 35. &c.

SED vt accuratius varias æquationum commutationes cognoscamus, sciendum est, omnem calculum, qui in hac Algebræ regula instituitur, fieri per lineas, superficies, atque corpora, quæ progrediuntur secundum proportionem aliquam Geometricam ab vnitate inchoatam, vt supra diximus. Apposite igitur variæ æquationes ex hac sequenti figura Geometrica intelligi possunt.



Est enim 1 ℞, linea quædam partium sub certo quodam numero, seu series quædam rerum quarũcunque sub numero aliquo determinato. Vt in hac figura quadrangulari, sex lineæ longitudinis, quarum quælibet partes habet 12; similiterq. duodecim lineæ latitudinis, in quarum qualibet reperiuntur partes 6, videre licet. Vides autem primo, vt 6 ℞, longitudinis æquentur huic numero 72. quia sex lineæ, seu 6 ℞, longitudinis complent totam figuram continentem partes 72. Deinde cernis, vt 12 ℞, latitudinis eidem numero 72, æquales sint. Totam enim figuram habentem partes 72, constituunt 12 ℞, latitudinis, seu 12 lineæ latitudinis, vt patet. Sed in exemplum sumamus 12 ℞, latitudinis, vt æquatio sit inter 12 ℞, & 72. Et quoniam, si ab æqualibus æqualia auferantur,

tur,

Variæ permutationes æquationum.

tur, quæ remanent, æqualia sunt; si ex vtroque numero æquationis auferamus 4 2e, remanebit adhuc æquatio inter 8 2e, & 72 — 4 2e. Nã 8 2e, latitudinis in figura superiori continent partes 48. at 4 2e, faciunt 24. Sublatis autem 24, ex 72. relinquuntur 48. Similiter, quoniam si æqualibus æqualia addantur, quæ fiunt, æqualia sunt; si vtriq; parti huius vltimæ æquationis inter 8 2e, & 72—4 2e, addamus 10. inueniemus æquationem inter 8 2e + 10, & 82—4 2e. Nam 8 2e + 10, faciunt 58, & tantundem efficiunt 82—4 2e, vt constat. Quod si rursus vtrique parti huius æquationis inter 8 2e + 10, & 82—4 2e, auferamus 4 2e, remanebit æquatio inter 4 2e + 10, & 82 — 8 2e. Nam ex superiori figura vtraque pars constituit 34. Ita quoque si ex huius æquationis vltimę parte vtraque detrahamus 10. constituetur æquatio inter 4 2e, & 72 — 8 2e. Vtraque enim pars facit 24. Atque hac arte ex vna æquatione inuenta sexcentæ aliæ possunt constitui, non variato valore, seu pretio vnius radicis.

SVMMA autem huius variationis in hoc præcepto consistit.

Præceptũ variandi quamcunque æquationem.

Vtrique termino Æquationis idem commune addatur, aut ab vtroque idẽ commune subtrahatur; aut certe vterque terminus per eundem numerum multiplicetur, diuidaturve. Ita enim remanebit illæsa æquatio sub terminis mutatis.

IN qua quidem Additione, Subtractione, Multiplicatione, ac Diuisione in memoriam reuocanda sunt documenta illa, quæ de signis istis +, & —, tradidimus. Variatio superiorum æquationum facta est per additionem, & subtractionem eiusdem numeri ab vtroque termino æquationis: Nunc subijciemus alterum exemplum multiplicationis, & diuisionis. Sit igitur ex eadem figura superiori inuenta æquatio inter 3 2e + 12, & 72 — 7 2e. Quod si vtrunque terminum multiplicemus per 2, efficiemus æquationẽ inter 6 2e + 24 & 144 — 14 2e. Nam vterque terminus facit 60. Sic etiam, si vtrunque terminum huius posterioris æquationis diuidamus per 6, prodibit æquatio inter 1 2e + 4, & 24 — 2 $\frac{1}{3}$ 2e. Vt perspicuum est.

DE REDVCTIONE AEQVATIONIS.
Cap. X.

QVANDO in solutione alicuius quæstionis ad Aequationem deuentum fuerit, ita vt per numerũ maioris characteris Cossici reliquus Aequationis numerus diuidi non possit, vt regula Algebræ præcipit; reducenda est Aequatio inuenta prius, quam Diuisio instituatur. Tunc autem Diuisio fieri non potest, cum maior

chara-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

character Cofficus, per cuius numerum fieri debet diuifio, vel non folus ponitur in altera parte æquationis, vel etfi folus ponitur, tamen in reliqua quoque parte idem character reperitur, vt ex his exemplis perfpicuum fiet. Sit inuenta æquatio inter 9 ℞ — 12, & 42. Hic vides diuifionem fieri non poffe per 9, numerum videlicet maioris characteris Coffici ℞, quia non folum 9 ℞, conftituunt alteram æquationis partem, fed 9 ℞ — 12. Sic quoque, fi æquatio fuerit inter 9 ℞, & 72 — 3 ℞; non poterit diuifio fieri per 9, numerum fcilicet huius characteris ℞, quia licet folus hic numerus 9 ℞, occupet alteram partem æquationis, idem tamen character ℞, in altera quoque parte æquationis reperitur. Similiter inuenta æquatione inter 9 ℞ + 12, & 78 — 2 ℞, diuifio nulla fieri poteft, quod in vtraque parte æquationis reperiatur & character hic ℞, & hic N. Idem iudicium de alijs æquationibus huiufmodi habeto, qualis eft inter 1 ʒ — 3 ℞, & 108. Item inter 1 ʒ — 48, & 8 ℞. Itẽ inter 108 + 8 ℞, & 2 ʒ — 12 ℞ + 60. &c. Omnes hæ æquationes, in quibus valor radicis eft 12. & fimiles aliæ, reducendæ funt ad alias, in quibus maior character Cofficus in altera parte æquationis folus ftatuatur, & in altera parte amplius non repetatur, & in quibus nullus character Cofficus bis ponatur. Fit autem hæc reductio per variationem illam, feu permutationem particularum æquationis, quã in præcedenti cap. defcripfimus. Vt æquatio inter 9 ℞ — 12, & 42, reducitur per reftaurationem huius diminuti — 12, hoc eft, per additionem huius numeri 12, ad vtramque partem, ad hanc inter 9 ℞, & 54. Ita etiam æquatio inter 9 ℞, & 72 — 3 ℞, per reftaurationem huius diminuti — 3 ℞, hoc eft, per additionem 3 ℞, ad vtramque partem, reuocatur ad æquationem inter 12 ℞, & 72. Pari ratione æquatio inter 9 ℞ + 12, & 78 — 2 ℞, primo per reftaurationem diminuti huius — 2 ℞, feu additionem 2 ℞, ad vtrãque partem, reducitur ad æquationem inter 11 ℞ + 12, & 78. Secundo hæc per tranfpofitionem huius additi + 12, hoc eft, per fubtractionem 12, ex vtraque parte, reducitur ad æquationem inter 11 ℞, & 66.

Variæ æquationes reducẽdæ.

Æquationes ita reducendæ funt, vt maior character folitarie in vna parte ponatur, &c.

Reductiones variarũ æquationum.

RVRSVS æquatio inter 1 ʒ — 3 ℞, & 108, reducitur per reftaurationem diminuti huius — 3 ℞, ad æquationẽ inter 1 ʒ, & 3 ℞ + 108. vtrique enim parti additæ funt 3 ℞. Sic etiã æquatio inter 1 ʒ — 48, & 8 ℞, reducitur per reftaurationem huius diminuti — 48, hoc eft, per additionem 48. ad vtrãque partẽ, ad iftam inter 1 ʒ, & 8 ℞ + 48. Denique æquatio inter 108 + 8 ℞, & 2 ʒ — 12 ℞ + 60, reducitur primo per reftaurationem — 12 ℞, ad æquationem inter 108 + 20 ℞, & 2 ʒ + 60. Secundo hæc per tranfpofitionem + 60, id eft, per ablationem 60, ex vtraque parte, reducitur ad æquationem inter 2 ʒ, & 20 ℞ + 48. Itaq. omnis reductio æquationum, vt expeditior fiat, initium fumere debet a reftauratione diminuti, fi quod fuerit, hoc eft, numerus ille, qui hoc fignum — gerit, vtrique parti æquationis addi debet. Deinde tranfponendus eft numerus fignum + geftans, ex vna parte in alteram, hoc eft, ex vtraque parte eft detrahendus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Quæ quidem reſtauratio, ſeu additio,& tranſpoſitio,ſeu ſubtractio, quamuis recte fiat per regulam additionis , & ſubtractionis , vt ex dictis patet , tota tamen ars reductionis continetur in his duobut præceptis, quorum primum eſt .

Primum præceptum reductionis.

Quicquid tranſponitur , mutat ſignum . Hoc eſt, particula æquationis habens ſignum — , tranſpoſita in alteram partem acquirit ſignũ +, nimirum additur alteri parti . Particula vero gerens ſignum +, tranſpoſita mutat + in — , id eſt , ſubtrahitur . Quod quidem in omnibus reductionibus præmiſſis obſeruatum eſt . Quod ſi particula illa, quæ tranſponitur, habuerit ſimilem denominationem in altera parte , in quam eſt tranſponenda , vſurpandum erit ſecundum hoc præceptum .

Secundũ præceptum reductionis.

Eadem ſigna ſubtrahunt, diuerſa vero addunt . Hoc eſt , ſi particula æquationis tranſponenda gerens ſignum quodcunque ex his duobus +,—, habuerit in altera parte æquationis numerum maiorem eiuſdem denominationis cum eodem ſigno,ſubtrahendus eſt numerus illius partieulæ ab hoc numero , relinquendumq. eſt idem ſignum, quod habet numerus, a quo fit ſubtractio : Vnde inchoanda erit tranſpoſitio a minori numero . Si vero particula transferenda hàbuerit in altera parte numerum eiuſdem denominationis cum oppoſito ſigno , addendus eſt numerus illius particulæ huic numero, relinquendumq. eſt idem ſignum, quod habet numerus, ad quẽ fit additio . Atque vt vtriuſque regulæ vſus melius intelligatur, reducemus adhuc vnam aut alteram æquationem . Sit æquatio inter 6 ꝛe — 10,& 10 ꝛe — 34. quoniam igitur numeri 10. & 34. habẽt idem ſignum —, propterea, vt minor 10, transferatur , auferendus eſt numerus 10 , ex 34. atque ita remanebit æquatio inter 6 ꝛe , & 10 ꝛe— 24. Rurſus quia numeri 10 ꝛe , & 6 ꝛe , idem habent ſignũ +, idcirco minor 6 ꝛe, a maiori 10 ꝛe, aufertur,vt maneat æquatio inter 0 ꝛe, & 4 ꝛe— 24. Denique tranſponendo — 24,erit æquatio inter 24, & 4 ꝛe. Sit rurſum æquatio inter 54 + 4 ꝛe, & 1 ʒ— 6 ꝛe + 30. Primum quia + 4 ꝛe, & — 6 ꝛe, diuerſa ſigna habent , propterea adduntur 4 ꝛe, ad 6 ꝛe, vt fiant — 10 ꝛe . ſitq. æquatio inter 54, & 1 ʒ— 10 ꝛe+ 30. Deinde quia 54, & + 30, idem ſignum + habent, ideo ſubtrahuntur 30, a 54, vt maneat æquatio inter 24,& 1 ʒ— 10 ꝛe. Tertio tranſpono — 10 ꝛe, vt ſit æquatio inter 1 ʒ, & 10 ꝛe+ 24. & ſic de cæteris .

Summa reductionis.

ITAQVE colligitur ex ijs, quæ diximus, totum negotium reductionis in tranſpoſitione particularum eſſe poſitum ; Tranſpoſitionẽ autem iſtam ex proxime dictis documentis pendere . Oblata enim æquatione aliqua , in qua numerus characteris maioris Coſſici non ſolus vnam partem æquationis conſtituit,ſed ei coniunctus eſt alius numerus Coſſicus minoris denominationis , transferendus eſt hic in alteram partem , iuxta præceptum quidem primum , ſi in altera parte, in quam transfertur,non reperiatur numerus eiuſdem denominationis : At vero ſi altera pars æquationis , in quam fieri debet hæc tranſpoſitio, habuerit eiuſdem denominationis numerum, per-

agenda

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

agenda eſt hæc tranſlatio iuxta alterum documentum. quæ omnia in ſuperioribus exemplis obſeruata eſſe vides. Denique eouſque continuanda eſt æquatio, addendo, auferendo, & tranſponendo, quoad maioris characteris numerus in vna parte ſolitarius conſpiciatur.

VOLO autem ſtudioſum hoc loco eſſe monitum, hæc duo præcepta ſolum inuenta eſſe pro compendio reductionis. Nam qui additionis & ſubtractionis regula vult eſſe contentus, poteſt citra omne incommodum illis carere. Quod etiam nonnullis conſulerem, ne hæc præcepta cum præceptis additionis, & ſubtractionis confundant, id quod ſæpe accidere ſolet, præſertim tyronibus huius artis.

Securior eſt reductio ſine duobus præceptis prædictis.

SED agamus iam de reductione illarum æquationum, quæ inter Minutias reperiuntur. Omnis autem eiuſmodi æquatio reducitur ad æquationem integrorum per multiplicationem in crucem. Sit inuenta æquatio inter has Minutias $\frac{3\,\text{℞}+12}{5} \asymp \frac{35\,\text{ȝ}-198\,\text{℞}}{3\,\text{℞}}$. Multiplicentur in crucem, nempe numerator prioris Minutiæ in denominatorem poſterioris ducatur, & denominator prioris in numeratorem poſterioris; eritq. facta æquatio inter 9 ȝ + 36 ℞, & 180 ȝ — 990 ℞. Hoc eſt, per abbreuiationem characterum, inter 9 ℞ + 36, & 180 ℞ — 990. & per abbreuiationem numerorum, inter 1 ℞ + 4, & 20 ℞ — 110. Quod ſi fiat reductio per tranſpoſitionem, vt nuper tradidimus, erit eadem hæc æquatio inter 19 ℞, & 114.

Reductio æquationum inter Minutias, & inter numeros Coſſicos irrationales, & numeros abſolutos inuentam.

SIC æquatio inter $\frac{4\,\text{℞}+18}{1\,\text{℞}}$ & $\frac{12\,\text{℞}-58}{2}$, reducitur per multiplicationem in crucem ad hanc inter 8 ℞ + 36, & 12 ȝ — 58 ℞. Quæ ſi per tranſpoſitionem reducatur, erit eadem æquatio inter 66 ℞ + 36, & 12. ȝ.

QVOD ſi æquatio inuenta ſit inter hanc minutiam $\frac{628}{186+1\,\text{℞}}$ & quamcunque aliam rem, vt libram, vel vntiam, vel horam, vel gradum, vel minutum, &c. ſumenda eſt hæc res tanquam integrum aliquod, & pro ea vnitas conſtituenda, cui alia vnitas ſupponatur, vt fiat fractio. Vnde in dato exemplo erit æquatio inter $\frac{628}{186+1\,\text{℞}}$ & $\frac{1}{1}$ quæ per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 628, & 186 + 1 ℞.

DEMONSTRATIO reductionis æquationũ inter Minutias perfacilis eſt. Quoniam enim duæ Minutiæ ponuntur æquales, erit eadem proportio numeratoris Minutiæ prioris ad denominatorem eiuſdem, quæ numeratoris Minutiæ poſterioris ad denominatorem eiuſdem. Quare ſi Minutiæ per crucem multiplicentur, hoc eſt, numerator prioris Minutiæ in denominatorem poſterioris ducatur, & denominator prioris in numeratorem poſterioris, nempe primus nnmerus in quartum, & ſecundus in tertium, producti erunt numeri æquales: atque adeo Aequatio inuenietur inter illos numeros productos. Quod erat demonſtrandum.

Demonſtratio reductionis æquationũ inter minutias.

QVO pacto autem æquatio inter numerum Coſſicum irrationalem, & numerum abſolutum, vt inter √ȝ 24 ℞. & 12. vel inter

 √ȝ 10 ȝ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

√ʒ 10 ʒ. & 20. reducenda ſit, docebimus ad finem cap. 26. vbi de huiuſmodi numeris acturi ſumus.

Characteres abbreuiandi ſunt, vt habeatur numerus abſolutus in vna parte æquationis.

SI occurrat tandem æquatio, in qua nullus ſit numerus abſolutus, abbreuiandi erunt characteres Coſſici, vt cap. 7. docuimus. Vt æquatio inter 2 ʒ, & 12 ℞, reducenda eſt ad æquationem inter 2 ℞, & 12.

SIMILITER æquatio inter 1 ʒce, & 1 ß + 35156 ʒʒ, reducenda eſt ad æquationem inter 1 ʒ, & 1 ℞ + 35156.

Item æquatio inter 1 ß, & 1 ʒʒ + 35156 ce, reducenda eſt ad æquationem inter 1 ʒ. & 1 ℞ + 35156.

Item æquatio inter 1 ʒʒ. & 1 ce + 35156 ʒ, reducenda eſt ad æquationem inter 1 ʒ. & 1 ℞ + 35156.

Item æquatio inter 1 ce. & 1 ʒ + 35156 ℞, reducenda eſt ad æquationem inter 1 ʒ. & 1 ℞ + 35156. & ſic de alijs huiuſmodi.

VERVM hæc abbreuiatio non eſt omnino neceſſaria, vt in cap. 12. dicemus ante extractiones radicum numerorum Coſſicorum ſimplicium.

Reducẽda eſt æquatio, per diuiſionem, vt numerus maioris charactẽris ſolitariè poſitus ſit vnitas.

POSTREMO ſi facta reductione æquationis, vt maior character Coſſicus ponatur ſolus ex altera parte æquationis, qui maior ſit quam ℞, qualis eſt ʒ, vel ce, vel ʒʒ, &c. diuidendi erunt omnes numeri æquationis per numerum illius characteris. Coſſici maioris, ſi non eſt vnitas; ita vt vnitas ab illo charactere Coſſico denominata æqualis ſit alteri parti æquationis. Vt ſi æquatio ſit inuenta inter 4 ʒ, & 8 ℞ + 96. diuidendi erunt ſinguli numeri per 4. vt reducatur æquatio ad æquationem inter 1 ʒ. & 2 ℞ + 24.

Item æquatio inter 12 ʒ. & 66 ℞ + 36. reducenda eſt per diuiſionem ad æquationem inter 1 ʒ. & $5\frac{1}{2}$ ℞ + 3. &c.

RATIO huius reductionis obſcura non eſt. Cum enim ſinguli numeri per eundem numerum diuidantur, nempe per numerum maioris characteris Coſſici, habebunt Quotientes eandem proportionem, quam numeri diuiſi. Quam ob rem, quemadmodum inter numeros diuiſos, ita & inter Quotientes Aequatio neceſſario reperietur.

CAETERVM hæc reductio fiet, ſi iuxta tenorem regulæ Algebræ diuiſio inſtituatur per numerum maioris characteris, ipſo charactere abiecto, retentis tamen characteribus numerorum, qui diuiduntur, vt cap. inſequenti dicetur: adeo vt hæc reductio, de qua proximè diximus, ſuperuacanea eſſe videatur, quandoquidem Diuiſio, quæ in regula Algebræ præcipitur, eam nobis exhibeat. Quia tamen alij auctores eam reductionem neceſſariam eſſe docent, libuit eam etiam hic explicare, quamuis, vt diximus, eam diuiſio iuxta legem regulæ Algebræ, commodiſſimè quoque offerat.

DE

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DE DIVISIONE, QVAM PRAECIPIT regula Algebræ. Cap. XI.

FACTA reductione æquationis, vbi id res postulat, quemadmodum cap. præcedenti docuimus, præcipit regula Algebræ, vt per numerum maximi characteris Cossici, abiecto charactere, totus reliquus æquationis numerus diuidatur, vna cum characteribus Cossicis. Est autē hæc diuisio compendium quoddam regulæ illius aureę proportionum, quam trium appellant. Nam si exempli gratia 7 ℞. æquales sint huic numero 42. inquirendum est, cui numero 1 ℞. æqualis sit. Quare iuxta doctrinam regulæ trium, multiplicantur inter se 42, & 1 ℞, producunturq. 42 ℞, quibus diuisis per 7 ℞, prodeunt 6. pro æstimatione vnius radicis. Quando enim Cossicus numerus per numerum Cossicum eiusdem characteris diuiditur, producitur numerus absolutus, vt ex ijs constat, quæ cap. 5. scripsimus; quia nimirum exponentes æquales sunt, ac proinde detracto vno ex altero, remanet 0, exponens numeri absoluti. Hinc est, quod regula Algebræ absolute docet, per numerum maioris characteris Cossici diuidendum esse alterum numerum æquationis. Nam hac ratione idem numerus producitur, qui per proportionum regulam produceretur. Vt ex proposito exemplo constat. Idem enim numerus producitur ex diuisione 42 ℞, per 7 ℞, qui ex diuisione 42, per 7.

Explicatio plenior diuisionis, quam regula Algebræ præcipit.

SIMILITER si 12 ʒ, æquales sint 66 ℞ + 36, inquirendum est, cui numero æqualis sit 1 ʒ. Quare multiplicātur inter se 66 ℞ + 36. & 1 ʒ, producunturq. 66 ce + 36 ʒ: quibus diuisis per 12 ʒ, vt iubet regula trium, proueniunt 5 $\frac{1}{2}$ ℞ + 3. pro pretio vnius Zensi, seu quadrati. Idem hic numerus producetur, si per 12 ʒ, abiecto prius charactere hoc ʒ, diuidantur 66 ℞ + 36. vt constat: propterea ait regula Algebræ, per numerum maioris characteris Cossici diuidendum esse simpliciter reliquum æquationis numerum, ne longior operatio per regulam trium instituatur. Eodem modo si $\frac{1}{3}$ ʒ. & 6 ℞ + 13 $\frac{1}{3}$. æquales sint, quærendū est, quanta sit æstimatio vnius Zensi vel quadrati. Quod quidem fiet, iuxta legem regulæ Algebræ, diuidendo singulos numeros per $\frac{1}{3}$, numerum scilicet maximi characteris. Qua ratione inuenietur æquatio inter 1 ʒ. & 18 ℞ + 40. hoc est, pretium 1 ʒ. erit 18 ℞ + 40.

Item si æquatio inueniatur inter 3 ʒce. & 600 ce + 10368 indagandum est pretium vnius zensicubi. quod per regulam trium fiet, si dicatur. Si 3 ʒce. dant 600 ce + 10368. quid dabit 1 ʒce? Multiplicando enim duos posteriores numeros inter se, producetur numerus 600 cce + 10368 ʒce. quo diuiso per primum numerum,

vide-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

videlicet per 3 ce. fiet Quotiens 200 ce + 3456. eritq. æquatio inter 1 ʒce & 200 ce + 3456. quæ facilius inuenitur, si singuli numeri huius æquationis inter 3 ʒce. & 600 ce + 10368. diuidantur per 3. nimirum per numerum maioris characteris, vt ad finem antecedentis cap. scripsimus. Ita enim opus non erit adhibere regulam trium: sed satis erit, vt per numerum maioris characteris, abiecto charactere, singuli numeri alterius partis æquationis vnà cum characteribus diuidantur, vt regula Algebræ iubet.

QVOD si diuisor fuerit vnitas denominata a maiore charactere Cossico, non opus est diuisione, quoniam vnitas diuidens nihil noui producit. Vt si 1 ʒ, æqualis sit 3 ꝛe + 18. &c. Quare operæ pretium est, vt æquatio reducatur, ita vt numerus maioris characteris sit vnitas, quemadmodum ad finem præcedentis cap. docuimus.

QVOD autem, quando vnitas denominatur a maiore charactere, diuisione non sit opus, liquidò constat ex regula trium. Nam in hac æquatione inter 1 ʒ. & 3 ꝛe + 18. si dicatur. Quando 1 ʒ. dat 3 ꝛe + 18. quid dabit 1 ʒ? erit identitas, & nugatio. Nam ex multiplicatione 3 ꝛe + 18. per 1 ʒ. fit numerus 3 ce + 18 ʒ. qui diuisus per 1 ʒ. facit 3 ꝛe + 18. vt ex lege multiplicationis, atque diuisionis liquet.

DE EXTRACTIONE RADICVM, cuius mentionem facit regula Algebræ. Cap. XII.

Quando quotiens indicat pretium radicis.

DOCENDVM est vltimo loco, quando numerus Quotiens Diuisionis numerum ignotum, qui quæritur, patefaciat, & quando radix aliqua Quotientis, & quænam eundem numerum absconditum indicet. Quando igitur, facta reductione characterum Cossicorum, maior character Cossicus fuerit ꝛe, tunc numerus quotiens continuo numerũ, qui quæritur, manifestum facit. Vt si 5 ꝛe, æquales sint 30. facta diuisione 30. per 5. dabit Quotiens, nempe 6, pretium vnius radicis; vt ad initium præcedentis cap. dictum est. Immò quotiescunque numerus Cossicus maioris denominationis æquatur numero Cossico proximè minoris denominationis, diuiso numero minoris denominationis per maioris denominationis numerum, dabit Quotiens valorem vnius radicis, etiamsi non sit facta abbreuiatio characterũ: quia huiusmodi æquatio per abbreuiationem characterum reducitur ad æquationem inter ꝛe & N. Vt si 5 ß. æquentur 30. ʒʒ. diuisis 30. per 5. fit Quotiens 6. pro pretio vnius radicis. Nam hæc æquatio reducitur ad æquationem inter 5 ꝛe, & 30. si characteres abbreuientur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

uientur. Quod etiam ex regula trium manifeſtum eſt. Nam ſi dicatur. Si 5 ß. dant 30 ʒʒ. quid dabit 1 ℞? multiplicando 30 ʒʒ. per 1 ℞. fiunt 30 ß. quibus diuiſis per 5 ß. fit Quotiens 6. numerus abſolutus. Eademq. ratio eſt de cæteris numeris Coſſicis collateralibus. Ratio huius rei eſt, quod in omni progreſſione Geometrica incipiente ab 1. eadem ſemper eſt proportio cuiuſcunque numeri ad proximè antecedentem, quæ ſecundi ad primum, hoc eſt, radicis ad vnitatem.

Quando, & qua radix ſit extrahenda, quando alter numerorum æquationis eſt numerus abſolutus.

SI vero maximus character Coſſicus æquationis, qui ſolus ex vna parte ęquationis ſtatuitur, maior ſit, quã ℞, & numerus abſolutus ſit in altera parte, extrahenda eſt ex Quotiente radix, quam ipſe character ſignificat. Vt ſi character ſit ʒ, extrahenda eſt radix Zenſica, ſiue quadrata: ſi ce, cubica: ſi ʒʒ, Zenſizenſica: ſi ß, Surdeſolida, &c. Quia in huiuſmodi æquationibus ex diuiſione inuenitur æſtimatio vnius zenſi, vel cubi, vel zenſizenſi, &c. Exempli gratia, ſi æquatio ſit inter 2 ʒ, & 144 — 12 ℞, erit (facta prius diuiſione, vt 1 ʒ, ęqualis ſit 72 — 6 ℞.) extrahenda radix quadrata ex 72 — 6 ℞. Similiter, ſi æquatio ſit inter 1 ʒ, & 6 ℞ + 72, vel 72 + 6 ℞, eruenda erit quadrata radix ex 6 ℞ + 72, vel ex 72 + 6 ℞. Sic etiam, ſi æquatio inueniatur inter 5 ʒ, & 720. erit, facta diuiſione, quærenda radix quadrata ex Quotiente hoc 144. Item ſi 10 ce, ęquales ſint 466560, inuenienda erit, facta diuiſione, radix cubica huius Quotientis 46656. & ſic de cæteris. Vt autem generaliter ſciatur, quænam radix eruenda ſit ex Quotiente, quando duo numeri Coſſici non collaterales inter ſe æquantur, quorum neuter eſt numerus abſolutus, abbreuiandi ſunt characteres, vt æquatio fiat inter N. & numerum Coſſicum. Vt ſi æquatio ſit inter 10 ʒce. & 466560 ce. reducetur ea ad æquationem inter 10 ce & 466560. Facta ergo diuiſione, eruenda erit radix cubica ex Quotiente 46656. Et ſic de cæteris. Ratio eſt, quia per diuiſionem inuenitur valor vnius cubi, vel alterius numeri Coſſici, ad quem facta eſt abbreuiatio per characteres. Nam ſi dicas. Si 10 ce dant 466560. quid dabit 1 ce? facies ex multiplicatione ſecundi numeri in tertium, 466560 ce. quibus diuiſis per 10 ce. fit Quotiens 46656. valor vnius cubi &c.

Quænã radix ſit extrahẽda, quando duo numeri Coſſici non collaterales inter ſe æquantur, quorũ neuter eſt numerus abſolutus.

Qualis radix ſit extrahẽda, etiamſi characteres non abbreuientur.

DENIQVE quando duo numeri Coſſici non collaterales inter ſe æquantur, vt cognoſcas, quænam radix, facta diuiſione minoris numeri Coſſici per maiorem, ex Quotiente ſit eruenda, etiamſi characteres non abbreuientur: vide quot denominationes in progreſſione Geometrica inter propoſitos duos numeros Coſſicos ſint interiectæ. Nam ſi vna tantum eſt intermedia, extrahenda eſt radix quadrata: ſi duæ, cubica: ſi tres, Zenſizenſica, &c.

Extractio radicum ex numeris Coſſicis ſimplicibus.

CAETERVM qua arte radices ex numeris abſolutis ſint extrahendæ, copioſe ſatis in Geometria practica expoſuimus, nunc vero explicandum eſt, quonam modo ex numeris Coſſicis ſint eliciendę.

SI igitur extrahenda eſt radix aliqua ex numero Coſſico ſimplici, ſumatur propoſita radix illius numeri, relicto charactere, ac ſi abſolutus eſſet. Deinde exponens characteris eiuſdem numeri diuidatur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

uidatur per exponentem characteris, a quo radix extrahenda denominatur, inuenieturq. exponens characteris, a quo radix quæsita denominabitur. Vt sit inuenienda radix quadrata huius numeri 144 ʒ. Sumpta radice quadrata ipsius numeri 144. quæ est 12. diuidatur exponens huius characteris ʒ, per exponentem characteris ʒ, a quo videlicet radix quadrata, quæ quæritur, denominatur, nimirum 2, per 2. proueniet enim 1, pro exponente characteris ꝛe. Est ergo 12 ꝛe. radix quadrata huius numeri 144 ʒ. Nam si hic numerus 12 ꝛe, in seipsum multiplicetur, producetur numerus propositus 144 ʒ.

RVRSVS sit eruenda radix quadrata ex 144 ʒce. Accepta radice quadrata numeri, nempe 12. diuidatur exponens characteris huius ʒce. nempe 6, per exponentem radicis quadratæ, nimirum per 2. reperieturq. exponens 3. cuius character est ce. Igitur 12 ce, radix quadrata est huius numeri 144 ʒce.

SIC quoque radix cubica huius numeri 64 ce, erit 4 ꝛe. Nam radix cubica numeri huius 64, est 4. & exponente huius characteris ce, nempe 3, diuiso per 3, exponentem scilicet characteris, a quo radix cubica nomen sumit, producitur vnitas, exponens videlicet huius characteris ꝛe.

Item radix quadrata huius numeri 25 ʒʒ, erit 5 ʒ.
Et radix Zensizensica huius numeri 16 ʒʒʒ, erit 2 ʒ.
Et radix Surdesolida numeri huius 32 ʒß, erit 2 ʒ.
Et radix Zensizensica huius numeri 81 ʒʒ, erit 3 ꝛe. &c.

QVOD si vel numerus non habeat radicem, quæ inquiritur, vel ex diuisione exponentium non producatur numerus exponens integer, carebit propositus numerus Cossicus radice illa, quæ desideratur. Vt numerus 25 ce non habet radicem quadratam, vel cubicam, quia etiamsi numerus 25. habeat radicem quadratam, nempe 5. tamen ex diuisione 3, exponentis scilicet huius characteris ce, per 2, exponentem quadratæ radicis, prouenit numerus $1\frac{1}{2}$, cui nullus character respondet. Rursus etsi ex diuisione 3, exponentis huius characteris ce, per 3, exponentem radicis cubicæ, proueniat 1, exponens characteris huius ꝛe. tamen numerus 25. caret radice cubica. &c.

Qui numeri Cossici compositi habeant radices.

QVOD vero attinet ad extractiones radicum ex numeris Cossicis compositis, & diminutis, sciendum est, tunc solum posse certa via & arte ex eiusmodi numeris extrahi radices, quādo tres numeri Cossici æquationis habent exponentes, qui eundem inter se excessum habeant: hoc est, qui sint Arithmeticè proportionales. Quales sunt sequentes æquationes.

1.ʒ.	6ꝛe+72.	Exponentes sunt.	2. 1. 0.
1.ʒ.	72—6ꝛe.	Exponentes sunt.	2. 0. 1.
1.ʒ.	14ꝛe—48.	Exponentes sunt.	2. 1. 0.
1.ʒʒ.	18ʒ+648.	Exponentes sunt.	4. 2. 0.
1.ʒʒ.	725—4ʒ.	Exponentes sunt.	4. 0. 2.

1.ʒʒ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

1.ȝȝ.	433ȝ—41616.	Exponentes ſunt.	4. 2. 0.
1.ȝce.	200ce+3456.	Exponentes ſunt.	6. 3. 0.
1.ȝce.	5120—16ce.	Exponentes ſunt.	6. 0. 3.
1.ȝce.	800ce—156751.	Exponentes ſunt.	6. 3. 0.
1.ȝȝȝ.	2000ȝȝ+185076881.	Exponentes ſunt.	8. 4. 0.
1.ȝȝȝ.	214651701—20ȝȝ.	Exponentes ſunt.	8. 0. 4.
1.ȝȝȝ.	20000ȝȝ—78461119.	Exponentes ſunt.	8. 4. 0.
1.ȝß.	80ß+39609.	Exponentes ſunt.	10. 5. 0.
1.ȝß.	7424—200ß.	Exponentes ſunt.	10. 0. 5.
1.ȝß.	2000ß—999424.	Exponentes ſunt.	10. 5. 0. &c.

Quando exponentes Arithmeticam progreſſionem ſeruantes omnes ſunt maiores quam 0. abbreuiandi ſunt per ſubtractionem minimi numeri exponentis. Vt hæ ſequentes æquationes

1.Cß.	725Bß—4cce.	Exponentes ſunt.	11. 7. 9.
1.Cß.	200ȝȝȝ+3456ß.	Exponentes ſunt.	11. 8. 5.
1.ȝß.	200ȝce+14336ȝ.	Exponentes ſunt.	10. 6. 2.

reducuntur ad has.

1.ȝȝ.	725—4ȝ.	Exponentes ſunt.	4. 0. 2.
1.ȝce.	200ce+3456.	Exponentes ſunt.	6. 3. 0.
1.ȝȝȝ.	200ȝȝ+14336.	Exponentes ſunt.	8. 4. 0.

Et ſic de alijs infinitis dicendum eſt. Ita enim facile cognoſcetur, quænam radix eruenda ſit.

Qui numeri Coſſici compoſiti nō habeāt radices.

QVANDO autem exponentes non ſeruant Arithmeticam proportionalitatem, hoc eſt, non habent eundem exceſſum, vt ſi æquatio foret inter 1 ce, & 4ȝ+16. vbi exponentes ſunt 3. 2. 0. Vel inter 1ce, & 10℞+24. vbi exponentes ſunt 3. 1. 0. nondum eſt inuenta ars, qua huiuſmodi radices certò eruantur; quamuis Cardanus, & Nicolaus Tartalea in quibuſdam exemplis ſingularibus inuenerint æſtimationem vnius radicis. Raphael autem Bombellus ex quibuſdam etiam æquationibus eiuſmodi, & alijs nonnullis putat ſe inueniſſe, quo pacto eruendæ ſint radices. Franciſcus quoque Vieta dicitur demonſtraſſe regulam generalem pro eiuſmodi radicibus extrahendis: quā quia videre hactenus non licuit, & rationes Bombelli obſcuræ valde ſunt, atque æquationes eiuſmodi, in quibus nimirum plures numeri Coſſici quam duo æquantur vni numero Coſſico, (qualis eſt V.g. æquatio inter 1ce+3ȝ+7℞ & 34) numero fere infinitæ exiſtunt, & quæ rarò in vſum veniunt, patiunturq., ipſo teſte, non paucas exceptiones, contenti erimus in hac noſtra Algebra ijs, quæ facilem, certam, atque exploratam habent ſcientiam, id eſt, explicabimus tantummodo extractiones radicum ex numeris Coſſicis prioris generis, quando nimirum vnus numerus Coſſicus duobus æquatur, exponentesq. ſeruant proportionalitatē

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Arithmeticam: quippe cum hæ satis sint ad innumera fere numerorum ænigmata dissoluenda.

AC primo quidem agemus de extractione radicum ex ijs numeris, quorum exponentes sunt 2.1.0, vel 2.0.1, quæ omnes quadratę sunt. Deinde vero de inuentione radicum illorum numerorum dicemus, quorum exponentes sunt 4.2.0. vel 6.3.0. vel 8.4.0. vel 10.5.0. &c. quæ quidem radices sunt vel Zensizensicæ, vel Zensicubicæ, vel Zensizenzésicę, vel Zensurdesolidę, &c. vt maximi characteres æquationum indicant. Hæ enim æquationes omnes exploratã, ac certissimam habent scientiam, qua earum radices inueniantur.

Extractio radicis quadratæ ex Cossico numero composito vel diminuto.

HAC igitur arte radices quadratæ eruuntur ex compositis, siue diminutis numeris Cossicis.

1. *Dimidium numeri radicum sume.*
2. *Ad huius dimidij quadratum adde, vel ab eodem subtrahe numerum absolutum, prout signo + vel — fuerit affectus.*
3. *Ad huius summæ, vel relicti radicem quadratam adde, vel ab eadem subtrahe dimidium numeri radicum, prout radicum numerus signo + vel — fuerit notatus. Nam vltima hæc summa, vel relictum dabit æstimationem, & pretium vnius radicis quadratæ.*

SIT æquatio inuenta inter 1 ℨ, & 72 — 6 ℞. Facta diuisione 72 — 6 ℞, per 1, vt iubet regula Algebræ, prodit idem numerus, pretium videlicet vnius Zensi, cuius radicem ita inueniemus.

Primum sumo dimidium numeri radicum, nimirum 3.

Deinde ad huius dimidij quadratum, vt ad 9, addo absolutum numerum 72, propterea quod gerit signum +, facioq. 81.

Tertio à radice quadrata huius summæ 81, nempe à 9, detraho dimidium numeri radicum, puta 3: Nam numerus radicum signo — affectus est, relinquunturq. 6. pro æstimatione radicis quæsitę. Quod sic probatur. Si 1 ℞, est 6, erunt 6 ℞, 36, quibus sublatis ex 72, remanent 36, quibus æqualis est quadratus numerus huius radicis 6.

SIT rursus æquatio inuenta inter 1 ℨ. & 6℞+72. Inuenienda igitur est radix quadrata huius numeri 6℞+72.

Primum capio dimidium numeri radicum, puta 3.

Deinde ad huius dimidij quadratum, vt ad 9, addo 72, propter signum +, quod gerit numerus absolutus, facioq. 81.

Tertio ad radicem quadratam huius summæ 81, nimirum ad 9, adijcio dimidium numeri radicum, nempe 3; affectus enim est numerus radicum signo +, efficioq. 12, pro pretio radicis. Quod ita confirmatur. Cum 1 ℞, est 12, erunt 6 ℞, 72, quibus additis ad 72, fiunt 144, quibus æqualis est numerus quadratus radicis 12.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SIT denique inuenta æquatio inter 1 ȝ. & 18℞—72. Quærenda ergo eſt radix huius quadrati 18℞—72.

Primum accipio dimidium numeri radicum, nimirum 9.

DEINDE ab huius dimidij quadrato, puta ab 81, deduco 72, propter ſignum —, quod præponitur numero abſoluto, relinquunturq. 9.

Tertio ad radicem quadratã huius relicti 9, hoc eſt, ad 3, addo dimidium numeri radicum, vtpote 9. Gerit namq. numerus radicũ ſignum +. efficioq. 12, pro valore radicis. Quod hac ratione patet. 18 ℞, faciunt 216, ſi 1 ℞, eſt 12. ablatis igitur 72, ex 216, remanent 144. quibus æqualis eſt numerus quadratus radicis inuentæ 12.

SED hoc loco monendus lector eſt, huiuſmodi numeros Coſſicos Diminutos, in quibus numerus abſolutus gerit ſignum —, habere duplicem radicem, quæ æquationi ſatisfaciat, maiorem ſcilicet & minorem. Maior inuenitur, vt proxime dictum eſt. Minor vero habebitur, ſi radix quadrata illius relicti ex dimidio numeri radicum detrahatur. Vt in dato exemplo poſtremo, ſi 3, radix quadrata huius relicti 9, ſubtrahatur a 9, dimidio numeri radicum, relinquentur 6, pro altera radice, & minore huius numeri Coſſici 18℞—72. Quod ita conſtat. 18 ℞, faciunt 108, ſi 1 ℞, eſt 6, ablatis igitur 72, remanent 36, quibus æqualis eſt quadratus numerus huius radicis 6.

Qui numeri Coſſici habeãt duplicem radicem.

Quo pacto tũ maior, tũ minor radix inueniatur.

ITAQ. in huiuſmodi numeris liberum erit, tertio loco ad radicem quadratam inuentam ex relicto illo vel addere dimidium numeri radicum, vel eandem illam radicem inuentam ex dimidio numeri radicum ſubducere. Non tamen ſemper vtraque radix propoſitum problema ſoluet, ſed altera tantum, vt in ænigmate 25. cap. 32. manifeſtum fiet.

SOLVM numerus ille Coſſicus Diminutus habens numerum abſolutum ſigno — affectum. vnicam habet radicem, cuius numerus abſolutus quadrato dimidij numeri radicum æqualis eſt. Huius enim numeri Coſſici radix eſt dimidium ipſum numeri radicum. Vt ſi æquatio ſit inter 1 ȝ, & 12℞—36. erit radix huius numeri diminuti 12℞—36, dimidium numeri radicum, nimirum 6: quia numerus abſolutus 36, æqualis eſt quadrato dimidij numeri radicum. Nam capiatur dimidium numeri radicum, nempe 6; & a quadrato huius dimidij, vt a 36, detrahantur 36, quo facto remanet 0, cuius radix quadrata quoque eſt 0. Siue igitur ad hanc radicem addatur dimidium numeri radicum, puta 6, ſiue ex hoc dimidio radix dicta tollatur, ſemper inuenietur radix eſſe 6, quæ æquationi ſatisfaciat, vt conſtat.

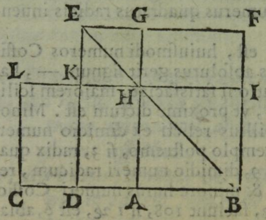
EX his perſpicuum eſt, triplicem eſſe numerum Coſſicum, cuius radix quæritur. Aut enim compoſitus eſt, cuius tam numerus radicum, quam numerus abſolutus gerit ſignum +; Aut Diminutus, cuius vel numerus radicum, vel numerus abſolutus ſigno — eſt notatus, vt ex tribus exemplis adductis liquido conſtare poteſt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

AGE vero, aperiamus rationem huius extractionis radicũ Geometricis demonſtrationibus, vt non ſolum experientia, ſed etiam certiſſima ſcientia cognoſcamus, recte hac arte erui radices quadratas ex numeris Coſſicis compoſitis, diminutisve. Repetamus ergo primum exemplum, in quo æquatio erat inter ℨ, & N — ℞. vel ſi reſtauretur diminutum hoc — ℞, inter ℨ + ℞, & N.

Demõſtratio extractionis radicũ ex Coſſicis numeris compoſitis, diminutisve.

SIT AB. latus Zenſi, ſeu quadrati nobis ignotum, quod quęritur, quo producto ad partes A, ſumatur recta AC, numero radicum æqualis, quę bifariam ſecetur in D, vt ſit AD, dimidium numeri radicum. Super rectam BD, compoſitam ex latere quadrati ignoti, & dimidio numeri radicum, deſcribatur quadratum DF, cuius diameter BE. Ducta deinde ipſi DE, parallela AG, quę diametrũ ſecet in H, ducatur per H, recta IL, ipſi BC, parallela ſecans DE, in K, occurrensq. rectę, quę ex C, ipſi DE, parallela ducitur, in L. Quoniam igitur AI, KG, quadrata ſunt ex coroll. propoſ. 4. lib. 2. Eucl. erit rectangulum CH, contentum ſub AC, numero radicum, & AH, latere quadrati, quod quęritur, valor, ſeu pretium radicum; (Numerus enim radicum multiplicatus in valorẽ radicis producit omnium radicum valorem. Vt exiſtente vna radice 6, valebunt 5 ℞, 30.) atque adeo DH, dimidium pretij radicum, [a] cum ęqualia ſint rectangula DH, DL. [b] Cum ergo rectangula DH, HF, ęqualia quoque ſint, erunt DH, HF, ęqualia integro radicum pretio. Et quoniam quadratum AI, ęquale ponitur alicui numero abſoluto, minus valore radicum: vel quia quadratum AI, vna cum valore radicum, quarum numerus eſt AC, ponitur ęquale alicui numero abſoluto, erit gnomon GBK, illi numero abſoluto ęqualis: qui ſi addatur ad GK, quadratum dimidij numeri radicum, cognitum erit totum quadratum DF, a cuius latere DB, ſi auferatur AD, dimidiũ numeri radicum, vt pręcipit regula, notum fiet latus AB. Quod eſt propoſitum.



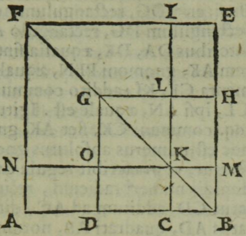
a 36. primi.
b 43. primi.

SED ſumamus iam ſecundum exemplum, vbi ęquatio erat inter ℨ, & ℞ + N.

SIT rurſus AB, latus quadrati, quod inquiritur. Et quia ponitur 1 ℨ, ęqualis ℞ + N, erit numerus radicum minor latere AB. Sit ergo recta AC, numero radicum ęqualis, cuius dimidium AD, vel DC. Deſcripto ex AB, quadrato AE, vna cum diametro BF, ducatur DG, ipſi AF, parallela ſecans BF, in G, puncto, per quod agatur GH, ipſi AB, parallela. Deinde ducatur CI, parallela ipſi BE, ſecans BF, in K, & GH, in L. Denique per K, agatur MN, parallela ipſi AB, ſecans DG, in O. Eruntq. DH, OL, CM,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

quadrata per coroll. propos. 4. lib. 2. Eucl. Quoniam igitur rectangulum AI, comprehensum sub AF, latere quadrati ignoti, & numero radicum AC, valor est omnium radicum, vt in precedēti demonstratione dictum est, poniturq. quadratum AE, equale valori radicum, vna cum numero aliquo absoluto, erit rectangulū CE, numero illi absoluto equale. [a] Et quoniam AO, DK, equalia sunt, [b] necnon & DK, KH; equalia erunt AO, KH. Addito ergo



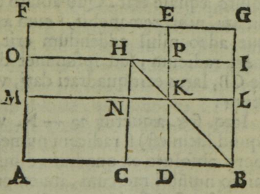
a 36. & 43. primi.
b 43. primi.

communi DM, erit rectangulum AM, gnomoni LBO, equale. Sed AM, ipsi CE, equale est, hoc est, numero absoluto. [c] (Sunt enim AK, KE, equalia, additoq. communi CM, equalia fient AM, CE.) Igitur & gnomon LBO, numero absoluto equalis erit: qui si addatur ad OL, quadratum dimidij numeri radicum, cognitum erit quadratum DH, cuius lateri DB, si adijciatur AD, dimidium numeri radicum, vt regula extractionis radicum iubet, notum fiet latus AB. Quod est propositum.

c 43. primi.

SVMAMVS denique tertium exemplum, in quo posita fuit equatio inter ℨ, & 2℞—N. Vel si restauretur diminutum hoc, —N, inter ℨ+N, & 2℞.

SIT numero radicum equalis recta AB, que bifariam secetur in C, & non bifariam in D. Super maiorem partem AD, describatur quadratum ADEF, & perficiatur rectangulum AG. Deinde ex BC, dimidio numeri radicum fiat quadratum BCHI, cuius diameter BH, secet DE, in K, puncto, per quod agatur ipsi AB, parallela LM, secans CH, in N. Producta quoque IH, secet AF, in O, & DE, in P. Eruntq. quadrata DL, NP, ex coroll. propos. 4. lib. 2. [d] & rectangulum AH, quadrato CI, equale. Siue igitur quadratum datum, quod queritur, sit AE, siue DL, siue CI, semper vera erit equatio, hoc est, erit ℨ, equalis radicibus minus aliquo numero



d 36. primi.

absoluto. vel 1 ℨ, cum aliquo numero absoluto equalis radicibus. Sit enim primum quadratum propositum AE. Erit ergo rectangulū AG, contentum sub latere quadrati AF, & numero radicum AB, valor omnium radicum: Atque adeo cum valori radicum equale sit quadratum AE, vna cum numero absoluto, vel quadratum AE,

aequale

æquale ſit valori radicum AG, minus numero abſoluto, ex hypotheſi; erit DG, rectangulum numero abſoluto æquale. Et quoniam rectangulum DG, rectangulo AK, æquale eſt, quod latera DE, DB, lateribus DA, DK, æqualia ſint, propter quadrata AE, DL: Eſt au-
a 43. primi. tem AK, gnomoni PBN, æquale. ([a]Cum enim æqualia ſint comple-
b 36. primi. menta CK, KI; addito communi DL, erit CL, ipſi DI, æquale: [b]Sed CL, ipſi AN, æquale eſt. Igitur & DI, ipſi AN, æquale erit; additoq. communi CK, fiet AK, gnomoni PBN, æquale.) Igitur & DG, hoc eſt, numerus abſolutus gnomoni PBN, æqualis erit. Qui ſi auferatur, vt præſcribit regula extractionis radicum, ex CI, quadrato dimidij numeri radicum, relinquetur notum quadratum NP, cuius latus CD, additum ad AC, dimidium numeri radicum, conſtituet latus AD, quadrati AE, notum. Quod eſt propoſitum.

SIT iam datum quadratum DL, eodem numero radicum, & numero abſoluto eodem manentibus; Erit ergo rectangulum AL, cõtentum ſub numero radicum AB, & latere quadrati BL, æſtimatio omnium radicum: Ac proinde, cum quadratum DL, vna cum numero aliquo abſoluto, valori radicum æquale ſit, vel quadratum DL, æquale ſit valori radicum AL, minus aliquo numero abſoluto, ex hypotheſi; erit rectangulum AK, numero abſoluto æquale. quod cum æquale ſit gnomoni PBN, vt oſtenſum eſt, erit & numerus abſolutus gnomoni PBN, æqualis. quo ablato ex CI, quadrato dimidij numeri radicum, notum remanebit quadratum NP, cuius latus CD, ex CB, dimidio numeri radicum ſubtractum, notum relinquet DB, latus quadrati dati DL. Quod eſt propoſitum.

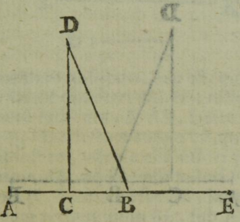
POSTREMO datum ſit quadratum CI. Erit igitur rectangulum AI, ſub AB, numero radicum, & latere BI, comprehenſum, pretium radicum propoſitarum, quibus æquale ponitur quadratum CI, vna cum dato numero abſoluto. Vel quibus æquale ponitur quadratum CI, minus numero abſoluto. Rectangulum igitur AH, numero abſoluto æquale erit. Quo ablato ex CI, quadrato dimidij numeri ra-
c 36. primi. dicum, nihil remanebit, [c] cum æqualia ſint rectangula AH, CI; atque adeo nihil addendum erit vel ſubtrahendum a dimidio numeri radicum, ſed ipſummet dimidium numeri radicum, nempe CB, latus erit quadrati dati, vt ante docuimus. Quod eſt propoſitum.

Itaq. ſi ℥. æquetur ℞ — N. vel æquatio ſit inter ℥ + N, & ℞. (quod idem eſt) ſi radicem numeri, qui relinquitur, ſubtracto numero abſoluto ex quadrato dimidij numeri radicum, addamus dimidio numeri radicum, inueniemus radicem maiorem æquationi propoſitæ ſatisfacientem: Si vero eandem ex dimidio numeri radicum ſubtrahamus, reperiemus radicem minorem æquationis propoſitæ: Si denique numerus abſolutus æqualis ſit quadrato dimidij numeri radicum, erit ipſum dimidium numeri radicum radix, quæ inquiritur.

Demonſtratio alia extractionis radicũ ex PETRVS Nonius cap. 4. primæ partis ſuæ Algebræ adducit alias demonſtrationes non minus elegãtes, quibus prius inueſtigat Geometrice,

metrice, quinam quadratus numerus, vel Zenſus, æqualis ſit cuicũque numero abſoluto, minus quotcunque radicibus, ſiue qui vnà cum quotlibet radicibus æqualis ſit cuicunque numero abſoluto: Vel qui æqualis ſit quotcunque radicibus, vnà cum quouis numero abſoluto: Vel denique qui ſit æqualis quotcunque radicibus, minus quolibet numero abſoluto, ſiue qui vnà cum quocunque numero abſoluto æqualis ſit quotlibet radicibus. *numeris Coſſicis compoſitis, diminutisve.*

PROPONATVR ergo primum hic numerus Coſſicus 55 — 6 ℞. Inueniendum eſt quadratum huic numero æquale, atque adeo demonſtrandum, recte ex ſuperioribus præceptis, eius radicem quadratam fuiſſe inuentam. Prius reſtituatur ablatum illud — 6℞, per tranſpoſitionem, vt ſit Aequatio inter 1℥ + 6℞, & 55. Sit numerus radicum recta AB, quæ bifariam ſecetur in C, & ex C, erigatur perpendicularis CD, æqualis lateri illius quadrati, quod numero abſoluto eſt æquale. (omnis enim numerus, etiam non quadratus, habet in quantitate continua radicem, ſeu latus, vt propoſ. 22. lib. 6. Geometricæ Practicæ docui.) connectaturq. recta BD, cui ex CB, producta æqualis abſcindatur CE. Dico quadratum rectæ BE, vna cũ radicibus propoſitis, quarum numerus eſt AB, æquale eſſe numero abſoluto, cuius latus quadratum eſt CD; ac proinde idem quadratum rectæ BE, æquale eſſe eidem numero, cuius latus quadratum CD, minus radicibus propoſitis, quarum numerus eſt AB.



a Quoniam enim quadratum ex BD, æquale eſt quadratis ex CD, CB; eſtq. quadratum ex BD, quadrato ex CE, æquale; erit quoque quadratum ex CE, quadratis ex CD, CB, æquale. b Sed quadrato ex CE, æquale eſt rectangulum ſub AE, BE, vna cum quadrato ex CB. Igitur & rectangulum ſub AE, BE, vna cum quadrato ex CB, æquale erit quadratis ex CD, CB: ablatoq. communi quadrato rectæ CB; æquale erit rectangulum ſub AE, BE, quadrato ex CD. c Eſt autem rectangulum ſub AE, BE, æquale quadrato ex BE, & rectangulo ſub AB, BE. Igitur & quadratum ex BE, vna cum rectangulo ſub AB, BE, æquale erit quadrato ex CD. Cum igitur (poſito quadrato ex BE) rectangulum ſub AE, BE, numero radicum, & latere quadrati comprehenſum ſit valor radicum, liquido conſtat, quadratum rectæ BE, vna cum radicibus datis, quarum numerus eſt AB, æquale eſſe numero propoſito abſoluto, cuius latus quadratum eſt CD, ideoq. idem quadratum rectæ BE, æquale eſſe numero abſoluto, cuius latus quadratum eſt CD, minus valore radicum, quarum numerus eſt AB. Quod eſt propoſitum.

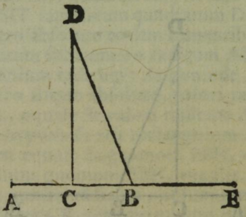
a 47. primi.
b 6. ſecun.
c 3. ſecun.

EX hac demonſtratione manifeſtum eſt, præceptum ſuperius recte

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

cte præſcribere modum inueniendi radicem ex numero hoc Coſſico 55—6℞. Nam ſi ad quadratum rectæ CB, dimidij numeri radicum, adijciatur numerus abſolutus, nempe quadratum ex CD, nota fient
a 47. primi. duo ſimul quadrata ex CB, CD, [a] hoc eſt, quadratum ex BD, atque adeo & quadratum ex CE. Si igitur ex hoc latere CE, auferatur CB, dimidium numeri radicum, cognitum erit latus BE, hoc eſt, radix quadrata, quæ quærebatur.

SIT rurſum Coſſicus numerus 6℞+55. Exhibendum eſt quadratum illi æquale, demonſtrandumq. recte eius radicem eſſe extractã, iuxta præcepta ſuperiora. Sit rurſus recta AB, ſecta bifariam in C, numerus radicum, & perpendicularis CD, latus quadratum numeri abſoluti, & ductæ rectæ BD, æqualis ſit recta CE. Dico quadratum rectæ AE, æquale eſſe radicibus datis, quarum numerus AB, vna cum numero dato abſoluto, cuius quadratum latus CD.



b 47. primi. [b] Quoniam enim quadratum ex BD, atque adeo & quadratum ex CE, quadratis ex CD, CB, æquale eſt;
c 6. ſecun. [c] Eſt autem quadrato ex CE, æquale quadratum ex CB, vna cum rectangulo ſub AE, BE: Erit quoque quadratum ex CB, vna cum rectangulo ſub AE, BE, comprehenſum quadratis ex CD, CB, æquale; ablatoq. communi quadrato rectæ CB, æquale erit rectangulum ſub AE, BE, quadrato ex CD, hoc eſt, numero abſoluto propoſito. Quare cum & rectangulum ſub AE, AB, latere quadrati, (poſito quadrato ex AE,) & numero radicum contentum ſit radicum propoſitarum valor,
d 2. ſecun. [d] ſitq. quadratum ex AE, duobus rectangulis ſub AE, BE, & ſub AE, AB, æquale; perſpicuum eſt, quadratum rectæ AE, æquale eſſe radicibus, quarum numerus eſt AB, vna cum dato numero abſoluto, cuius latus quadratum CD. Quod eſt propoſitum.

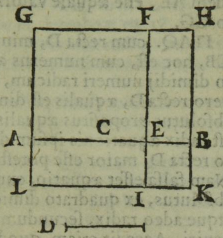
LATVS autem AE, ita notum fiet ex ſuperioribus, & hac demõſtratione. Ad quadratum rectæ CB, dimidij numeri radicum, addatur numerus abſolutus, quadratum videlicet rectæ CD; fientq. nota
e 47. primi. duo quadrata ſimul rectarum CB, CD, [e] hoc eſt quadratum ex BD, ſeu CE. Quod ſi ad latus CE, cognitum apponatur dimidium numeri radicum, nempe recta AC, nota erit tota AE, quæ quærebatur.

SIT denique numerus Coſſicus 18 ℞—56. cui inueniendum eſt quadratum æquale, & oſtendendum, recte inuentum eſſe eius latus. Sit, vt prius, numerus radicum recta AB, ſecta bifariam in C; & recta D, latus ſit quadratum numeri abſoluti; reſtituaturq. diminutũ hoc, —56, vt ſit etiam æquatio inter 1ʓ+56, & 18 ℞. Sit autem primum recta D, minor dimidio numeri radicum AC, vel CB. Di-

uidatur

diuidatur recta AB, in E, ita vt D, sit medio loco proportionalis inter segmenta AE,EB, ex ijs, quæ ex Peletario docuimus ad propos, 13.lib.6.Eucl. [a] Erit igitur rectangulum sub AE, EB, quadrato ex D, hoc est, numero absoluto proposito æquale. Dico tam quadratũ rectæ AE,quam EB, vna cum dato numero absoluto æquale esse radicibus propositis, quarum numerus est AB: ideoq. tam quadratum rectæ AE, quam EB, æquale esse valori radicum propositarum, minus numero absoluto. Describantur enim ex AE,EB, quadrata AF, EK,perficianturq. rectangula AH, BL. Eritq. tam rectangulum EH, quam EL, contentum sub AE, EB, numero absoluto, hoc est, quadrato rectæ D, æquale. Posito igitur latere quadrati AE, erit rectãgulum AH, contentum sub AB, numero radicum, & AE, latere quadrati, valor radicum propositarum; Manifestum autem est,quadratum AF, vna cum EH, numero absoluto, æquale esse valori radicum AH: ac proinde idem quadratum AF, æquale esse valori radicum AH, minus absoluto numero EH. Posito rursus EB, latere quadrati, erit pretium omnium radicum rectangulum BL, sub AB, numero radicum, & latere quadrati EB, comprehensum. Perspicuum autem est, quadratum etiam BI, vna cum EL, absoluto numero esse valori radicum BL, æquale: ideoq. idem quadratum BI, æquale esse valori radicum BL, minus numero absoluto EL.

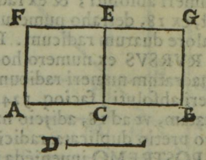
a 17.sexti.



Vtrumque autem latus AE, EB, ita notum efficietur. [b] Quoniam rectangulum sub AE, EB, vna cum quadrato ex CE,æquale est quadrato ex AC, vel CB; si ex quadrato rectæ AC, vel CB, id est, dimidij numeri radicum, auferatur rectangulum sub AE, EB, nempe numerus absolutus, relinquetur notum quadratum ex CE. Si igitur latus hoc CE, cognitum addatur ad AC, dimidium numeri radicum, notum fiet latus AE; Si vero idem latus CE, ex CB, dimidio numeri radicum dematur, notum remanebit latus EB.

b 5. secun.

SIT deinde recta D, æqualis dimidio numeri radicum AC, vel CB. Dico quadratum ex AC, dimidio numeri radicum, vna cum numero absoluto dato æquale esse radicibus propositis. Describatur enim ex AC, quadratum AE, compleaturq. rectangulum AG. eritq. CG,quoque quadratum. Quoniam igitur recta D,æqualis ponitur rectæ AC, vel CB, erit quadratum CG, æquale numero absoluto; positoq. AC, latere quadrati æquationis, erit rectangulum AG, sub latere



H AC,

AC, & numero radicum AB, contentum, æstimatio, siue pretium radicum. Liquido autem constat, quadratum AE, vna cum CG, numero absoluto, æquale esse radicibus AG: ideoq. quadratum idem AE, esse æquale valori radicum AG, minus numero absoluto CG.

ITAQ. cum recta D, minor est dimidio numeri radicum AC, vel CB, hoc est, cum numerus absolutus æquationis minor est quadrato dimidij numeri radicum, inuenitur duplex radix æquationis. Cũ vero recta D, æqualis est dimidio numeri radicum, id est, numerus absolutus propositus æqualis est quadrato dimidij numeri radicum, est radix æquationis ipsum dimidium numeri radicum. Neque vero recta D, maior esse potest dimidio numeri radicum AC, vel CB. Nam falsa esset æquatio, cum quadratum ipsius D, nempe numerus absolutus, ex quadrato dimidij numeri radicum auferri non posset, atque adeo radix, secundum præceptum traditum, nullo modo inueniri. Accedit etiam, quod D, si maior esset quam AC, vel CB, nõ posset esse medio loco proportionalis inter duo segmenta rectę AB, vt patet ex demonstratione illa, quam ex Peletario apposuimus ad propos. 13. lib. 6. Eucl. Quare inueniri non posset quadratum æquationi satisfaciens.

POSSVMVS cum eodem Petro Nonio artem hanc extractionis radicum ex numeris Cossicis compositis hoc etiam modo proponere.

Alius modus extrahẽdi radicem quadratam ex numero Cossico composito, vel diminuto.

1. *Ad quadratum numeri radicum adde, vel ab eodem subtrahe quadruplum numeri absoluti, prout signo +, vel —, fuerit affectus numerus absolutus.*
2. *Ad huius summæ, vel relicti radicrm quadratam adde, vel ab eadem subtrahe numerum radicem, prout radicum numerus signo +, vel —, fuerit notatus. Nã vltima hæc summa, vel relictum dabit æstimationem, & pretium duplicatæ radicis quadratæ. Quare dimidium ipsius valor erit vnius radicis.*

SIT enim extrahenda radix ex hoc numero Cossico, 72 — 6 ℞. Ad quadratum numeri radicum, vt ad 36, addo 288, quadruplum numeri absoluti; & ex radice quadrata summæ confectæ 324, hoc est, ex 18, detraho numerum radicum, nempe 6; remanentq. 12, pro valore duarum radicum. Pretium ergo vnius radicis erit 6.

RVRSVS ex numero hoc Cossico, 6℞ + 72, eruenda sit radix. Ad quadratum numeri radicum, vt ad 36, addo 288, quadruplum numeri absoluti, facioq. 324. Ad huius summæ deinde radicem quadratam, vt ad 18, adijcio numerum radicum, vtpote 6, facioq. 24, pro pretio duplicatæ radicis. Vnius ergo radicis pretium erit 12.

POSTREMO inueniẽda sit radix huius numeri Cossici, 18℞ + 72.

Ex 324, quadrato numeri radicum, subtraho 288, quadruplum absoluti numeri, relinquunturq. 36. Ad huius relicti radicem quadratam, nempe ad 6, adiungo 18, numerum radicum, conficioq. 24, pro duplicatæ radicis pretio. Vna ergo radix erit 12. Quod si radicem quadratam relicti illius, nempe 6, detraham ex 18, numero radicum, remanebunt 12. pro valore duplicatæ radicis minoris; (Huiusmodi enim numerus Cossicus duplicem habet radicem, vt dictum est) Quare vna radix erit 6.

ATQVE hic modus commodissimus est, quando radicum numerus impar est, vel fractus, ne cogamur accipere dimidium illius, quod semper est numerus fractus, &c.

Commoditas huius posterioris modi extractionis.

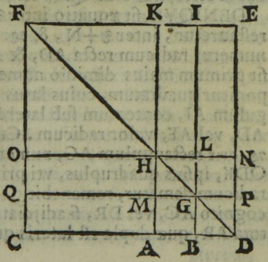
RATIO vero huius operationis hæc est. [a] Quoniam quadratum numeri radicum quadruplum est quadrati, quod ex dimidio numeri radicum gignitur, quemadmodum & numerus absolutus quadruplicatus numeri absoluti quadruplus est, [b] fit vt & summa, quæ fit ex quadrato numeri radicum, & quadruplo numeri absoluti, quadrupla sit summæ, quæ prius in alio modo operationis conficiebatur ex quadrato dimidij numeri radicum, & numero absoluto: [c] efficitur quoque, vt & relictum, quod fit ex detractione quadrupli numeri absoluti ex quadrato numeri radicum, quadruplum sit relicti, quod antea fiebat ex detractione numeri absoluti ex quadrato dimidij numeri radicum. [d] Quam ob rem radix quadrata huius summæ, vel relicti, dupla erit radicis quadratæ prioris summæ, vel relicti. quemadmodum & numerus radicum duplus est dimidij numeri radicum. Siue igitur ad hanc radicem quadratam adijciamus numerum radicum, vel ab eadem subtrahamus eundem, [e] fiet quoque summa, vel relictum duplum summæ, vel relicti, quod fit ex additione dimidij numeri radicum ad radicem quadratam in priore operatione inuentam, vel ex detractione dimidij numeri radicũ ex priore radice quadrata. Quare dimidium summæ huius, vel relicti pretium erit radicis æquationi satisfacientis.

a Schol. propos. 4. lib. 2.
b 1. quinti.
c 5. quinti.
d Schol. propos. 4. lib. 2.
e 1. vel 5. quinti.

QVAM tamen operationem ita quoque Geometricè confirmabimus cum Petro Nonio. Sit primum æquatio inter ȝ, & N — 𝔷, hoc est, si restauretur diminutum, inter ȝ + 𝔷, & N.

Demonstratio alterius huius modi extractionis.

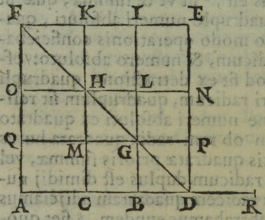
PONATVR AB, latus quadrati ignotum, quod quæritur, quo producto ad partes A, sumatur recta AC, numero radicum æqualis. Sumatur quoque ex eadem AB, ad partes B, protracta, recta BD, ipsi AB, æqualis; & ex tota CD, describatur quadratum CDEF, vna cum diametro DF, perficiaturq. figura, vt vides, ita vt similis sit omnino figuræ propos. 8. lib. 2. Euclidis. Erũt igitur, vt in propos. 8. lib. 2. Eucl. demonstratũ est,



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

eſt, BP, ML, AG, GN, OK, quadrata, & gnomon ODK, quadruplus rectanguli CG. Quoniam vero AG, ponitur quadratum, cuius latus AB, quæritur, erit rectangulum CM, contentum ſub numero radicum AC, & latere quadrati AM, valor radicum omnium. Cum ergo æquatio ſit inter ʒ+ꝛe, & N, erit rectangulum CG, æquale numero abſoluto, atque adeo gnomon ODK, quadruplus numeri abſoluti; qui ſi addatur ad OK, quadratum numeri radicum AC, totũ quadratum CE, cognitum erit; ex cuius latere CD, cognito, ſi tollatur AC, numerus radicum, relinquetur recta AD, dupla lateris AB, quod quæritur, cognita. Quod eſt propoſitum.

SIT deinde æquatio inter ʒ. & ꝛe+N. Ponatur AB, latus ignotum quadrati, quod quæritur, & AC, numerus radicum. Producta recta AB, ſumatur BD, ipſi BC, & DR, ipſi AC, æqualis; & ex AD, deſcribatur quadratum ADEF, vna cum diametro DF, perficiaturq. figura, vt prius. Erit rurſum, vt antea, gnomon ODK, quadruplus rectãguli KG, & OK, QI, quadrata. Et quia QI, quadratum ponitur, cuius latus AB, quæritur, erit rectangulum QK, contentum ſub QM, numero radicum, (a eſt enim QM, ipſi AC, æqualis) & latere quadrati QF, valor omnium radicum. Quocirca cum ſit æquatio inter ʒ, & ꝛe+N, erit rectangulum KG, numero abſoluto æquale, ac propterea gnomon ODK, numeri abſoluti quadruplus; quo addito ad OK, quadratum numeri radicum, notum fiet totum quadratum AE; ad cuius latus AD, cognitum ſi addatur DR, numerus radicum (poſita enim eſt recta DR, numero radicum AC, æqualis) cognita erit tota recta AR, quæ dupla eſt lateris AB, quod quæritur. Si enim æqualibus BC, BD, æquales rectæ adijciantur CA, DR, totæ BA, BR, æquales fient, atque adeo AR, dupla erit ipſius AB. Quod eſt propoſitum.



a 34. primi.

DENIQVE ſit æquatio inter ʒ, & ꝛe—N, hoc eſt, ſi diminutum reſtauretur, inter ʒ+N, & ꝛe. Repetatur præcedens figura, ſitq. numerus radicum recta AD, & AB, latus quadrati, quod quæritur, ſit primum maius dimidio numeri radicum. Quoniam igitur QI, ponitur quadratum, cuius latus AB, inueniendum eſt, erit rectangulum AI, contentum ſub latere quadrati AB, & numero radicum AD, vel AF, valor radicum. Cum ergo æquatio ſit inter ʒ+N, & ꝛe, erit rectangulum AG, numerus abſolutus, atque adeo gnomon ODK, ipſius quadruplus, vti prius; qui ſi ex AE, quadrato numeri radicum dematur, remanebit quadratum OK, notum, cuius lateri cognito AC, vel DR, ſi adijciatur numerus radicum AD, fiet nota tota AR, quæ dupla eſt lateris quadrati AB, vt prius eſt demonſtratum.

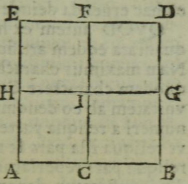
tum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

tum. Quod eſt propoſitum.

SIT iam BD, latus quadrati inueniendum dimidio numeri radicum minus. eritq. rectangulum AP, contentum ſub latere quadrati DP, & numero radicum AD, valor radicum. Et quia æquatio eſt inter ȝ+N, & ꝛe, erit rectangulum AG, numerus abſolutus, ac proinde gnomon ODK, ipſius quadruplus; qui ablatus ex AE, quadrato numeri radicum relinquit quadratum OK, eiusq. latus propterea AC, notum fiet. Quod ſi AC, ex AD, numero radicum dematur, remanebit nota recta CD, quæ lateris BD, dupla eſt. Quod eſt propoſitum.

IAM vero, ſi quadruplum numeri abſoluti æquale fuerit quadrato numeri radicum, erit dimidium numeri radicum latus quadrati, quod quæritur. Sit enim AB, recta numerus radicum ſecta bifariam in C; deſcriptoq. quadrato AD, ducantur rectæ CF, GH, ſecantes quatuor latera bifariam, & quadratũ in quatuor quadrata æqualia. Si igitur AC, dimidium numeri radicum ponatur latus quadrati, erit rectangulum AG, contentum ſub latere quadrati AH, & numero radicum AB, valor radicum; ac propterea cum æquatio ſit inter ȝ+N, & ꝛe, erit CG, rectangulum numero abſoluto æquale, & quadruplum eius quadrato AD, ex numero radicum AB, deſcripto æquale. Si igitur quadruplum numeri abſoluti, hoc eſt, quadratum AD, auferatur ex AD, quadrato numeri radicum AB, remanebit 0. quod ſiue addatur ad AB, numerum radicum. ſiue ab eo ſubtrahatur, nota fiet recta AB, quæ dupla eſt lateris AC. Quod eſt propoſitum.



QVOD vero ſpectat ad extractionem radicum Zenſizenſicarum, vel Zenſicubicarum, vel Zenſizenzenſicarum, vel Zenſurdeſolidarum, quando nimirum numeri Coſſici æquationis, abbreuiatis tamen eorum characteribus, habent exponentes, qui progreſſionem Arithmeticam conſtituant vnam ex his. 4.2.0. vel 4 0.2. vel 6.3.0. vel 6.0.3. vel 8.4.0. vel 8.0.4. vel 10.5.0. vel 10.0.5. &c. in quibus maior character ſemper componitur ex ȝ. & alio charactere Coſſico, vt ex numeris exponentibus manifeſtũ eſt: extrahenda eſt prius radix quadrata, propter characterem ȝ. iuxta modum hactenus deſcriptum, accommodando omnia ea, quæ de numero radicum præcepimus, illi numero, qui affectus eſt charactere Coſſico in illa parte æquationis, ex qua radix eruenda eſt. perinde ac ſi æquatio foret inter tres numeros Coſſicos characteribus ȝ. ꝛe & N. affectos. Deinde ex hac radice quadrata inuenta, ſiue ea rationalis ſit, ſiue irrationalis, elicienda eſt radix alia, iuxta reliquam partem characteris Coſſici maioris, relicto hoc charactere ȝ. (eſt enim character maior Coſſicus compoſitus) hoc eſt, eruenda eſt radix denominata a charactere Coſſico, qui in ea parte æquationis cernitur, in qua duo numeri reperiuntur, & qui medius eſt inter maximum characterem,

Extractio radicis zenſizẽſicæ, zenſicubicæ, &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

cterem, & minimum, siue N. Vt si æquatio sit inter 1ʒʒ. & 18ʒ+648. extrahenda erit radix quadrata ex hoc numero 18ʒ+648, propter priorem partem signi Cossici ʒ. non aliter, ac si esset æquatio inter 1ʒ. & 18 2e+648. quæ radix est 36. ex qua rursus eruenda est radix quadrata, nempe 6. ob reliquam partem characteris Cossici, nimirum ʒ. qui medium locum obtinet inter ʒʒ. & N. Igitur 6. erit radix numeri Cossici propositi.

Eodem modo si sit æquatio inter 1ʒce, & 5120—16ce. sumenda est prius radix quadrata huius numeri 5120 — 16ce, & ex hac elicienda radix cubica. Sic etiam, si æquatio habeatur inter 1ʒʒʒ, & 20000ʒʒ—78461119. accipienda est primum quadrata radix, & ex hac eruenda deinde radix Zensizensica. Et sic de cæteris.

QVOD autem ex huiusmodi numeris Cossicis extrahatur radix quadrata eodem artificio, quo superius vsi sumus, perspicuum est. Nam maximus character Cossicus, cum sit compositus ex ʒ. & alio quodam charactere Cossico siue simplici, siue composito, indicat vnitatem ab eo denominatam esse zensum, seu quadratum alicuius numeri a reliqua parte maximi characteris Cossici denominati, ita vt reliqua illa pars sit tanquam radix prioris partis. Quare cum hæc reliqua pars reperiatur quoque in altera æquationis parte, cuius radix inuestigatur, denominari poterit eius numerus a 2e, si numerus maximi characteris, nempe vnitas, a ʒ. denominetur: atque adeo iuxta præcepta tradita recte ex illo numero æquationis radix quadrata inuenietur. Verbi gratia. In æquatione inter ʒce, & ce+N. cum hic character ʒce. significet zensum vnius cubi, erit vnus cubus radix quadrata illius zensi, ac proinde numerus cuborum in altera parte æquationis, numerus erit radicum eiusdem zensi. Et sic de cæteris. Inuenta autem hac radice quadrata, extrahenda est ex ea radix a reliqua parte maximi characteris Cossici denominata, quia illa radix quadrata est numerus denominatus ab illa reliqua parte, & non absolutus. Quemadmodum qui vult radicem zensicubicam huius numeri 64. inuenire prius debet eius radicem quadratam, nempe 8. Deinde quoniam hæc radix quadrata non est numerus absolutus, sed cubus, cum numerus 64. sit zensus vnius cubi, sumenda erit radicis inuentæ 8. radix cubica, nimirum 2. atque hic numerus radix erit Zensicubica dati numeri 64.

E X E M P L A D V O,
in quibus occurrunt radices surdæ.

SIT æquatio inter 1.ʒce. & 800ce—156751. Dimidium cuborum, nimirum 400. quadro, efficioq. 160000. Detraho 156751. & reliqui numeri 3249. quadratam radicem 57. ad dimidium numeri cuborum, nimirum ad 400. adijcio, efficioq. 457. cuius radix cubica dat radicem Zensicubicam quæsitam, quæ surda est. Eius cubus est 457. qui ductus in se facit Zensicubum 208849. qui æqualis est

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

est 800 ce. id est, 365600. minus 156751. vt patet. Idem ferè constabit, si per radicem cubicam numeri 457. in numeris inuentam agemus. Radix enim cubica numeri 457. propinqua est $7\frac{7}{10}$. inuẽta per appositionem duorum ternariorum cifrarum. Eius cubus est $\frac{456533}{1000}$. & Zensicubus 208422. proximè: qui æqualis est fermè 800 ce, hoc est, $\frac{365226400}{1000}$. minus 156751. Nam post detractionẽ reliquus fit numerus $208475\frac{1}{5}$. qui parum differt a 208422. Causa huius inæqualitatis est, quod propinqua illa radix non est vera radix. Felicius ergo æquatio succedit, si operatio per ipsammet radicem surdam instituatur.

ET quoniam numerus 800 ce—156751. duplicem radicem habet, vt supra diximus, propterea quod numerus absolutus signo — affectus est; maior inuenitur, vt dictum est, nimirum radix cubica numeri 457. minor verò reperietur, si superioris numeri 3249. relicti post detractionem numeri absoluti ex quadrato dimidij numeri cuborum, radicem quadratam 57. ex 400. dimidio numeri cuborum detrahamus, & reliqui numeri 343. radicem cubicam sumamus 7. Huius enim Zensicubus est 117649. qui æqualis quoque est 800 ce. id est, 274400. minus 156751. vt manifestum est. Itaq. maior radix huius numeri 800 ce—156751. surda est, nimirum radix cubica numeri 457. minor autem rationalis est, nimirum 7. radix videlicet cubica cubi 343.

SIT rursus æquatio inter 1 ℨ. & 8 ℞—5. Dimidium numeri radicum, nimirum 4. quadro, & ex quadrato 16. demo 5. & reliqui numeri 11. propinquam radicem quadratam $3\frac{79}{250}$. (quæ inuenta est per appositionem trium binariorum cifrarum.) addo ad dimidium numeri radicum, vt ad 4. efficioq. radicem propinquam $7\frac{79}{250}$. numeri propositi 8 ℞—5. Eius quadratum est $53\frac{32741}{62500}$. quod ferè æquale est 8 ℞—5. quippe cum 8 ℞—5. efficiant $53\frac{66}{125}$.

RADIX minor eiusdem numeri 8 ℞—5. (Habet enim duplicem radicem, propter signum —. quod numerus absolutus gerit, vt supra diximus) est $\frac{171}{250}$. quæ habetur, si reliqui numeri superioris 11. radix propinqua $3\frac{79}{250}$. ex 4. dimidio numeri radicum detrahatur. Quadratum radicis $\frac{171}{250}$. est $\frac{29241}{62500}$. quod ferè æquale est 8 ℞—5. Nam 8 ℞—5. conficiunt $\frac{59}{125}$. qui numerus illum quadratum superat hoc fracto numero $\frac{259}{62500}$. qui minor est, quam $\frac{1}{241}$.

FELICIVS quoque æquatio succedet, si per radices surdas operari velimus. Nam maior radix est 4+√ℨ11. Minor vero 4—√ℨ11. Illius tam quadratum, quam octuplum radicis — 5. efficit 27+√ℨ 704. hoc est, $53\frac{28}{53}$. proximè. Huius verò tam quadratum, quam octuplum radicis —5. conficit $\frac{25}{53}$. proximè, nimirum 27—√ℨ704. Ratio porrò huius operationis per radices surdas intelligetur cap. 23. in algorithmo surdorum numerorum.

Multi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Multiplicationes ita formantur.

4 + √ʒ 11	4 — √ʒ 11
4 + √ʒ 11	4 — √ʒ 11
+ √ʒ 176 + 11	— √ʒ 176 + 11
16 + √ʒ 176	16 — √ʒ 176
summa. 27 + √ʒ 704.	Summa. 27 — √ʒ 704.
4 + √ʒ 11	4 — √ʒ 11
8	8
32 + √ʒ 704	32 — √ʒ 704
Demptis 5. remanent	Demptis 5. remanent
27 + √ʒ 704	27 — √ʒ. 704

Posui duo hæc exempla, vt videas, non minus veram esse regulam Algebræ a nobis traditam in numeris surdis, quam in rationalibus.

Quando aliquando quæstio aliqua nō soluitur, culpa in Arithmeticum, non autem in Algebram transferenda est.

IAM verò, si quando æquatio occurrat, quam resoluere nescias, culpa transferenda non est in artem Algebræ, sed in te potius, qui non omnium æquationum scientiam perdidicisti. Verbi gratia. Si incides in æquationem inter 1 ce. & 3ʒ+22℞+8. & nescias ex hoc numero 3ʒ+22℞+8. extrahere radicem cubicam, culpa erit tua, nō autem regulæ Algebræ, quæ docet, si ex illo numero radix cubica extrahatur, quæstioni satisfactum esse. Est autem radix cubica prædicta 4. Nam eius cubus est 64. qui æqualis est tribus quadratis, nimirum 48. & duabus radicibus, id est, 8. & octo vnitatibus. Idem iudicium habeto de æquatione inter 1 ce. & 196ʒ+147. Item inter 1 ce. & 30 ℞+ 133. Quia enim exponentes denominationum non seruant proportionem Arithmeticam, nondum est inuenta ars, qua resolui possint, cum tamen sint solubiles. Nam in vtraque radix valet 7.

SIC etiam, quando occurrunt radices surdæ, quarum doctrinam non perfectè calles, non erit vitio vertendum scientiæ Algebræ, si quæstio proposita maneat adhuc ignota. Id quod in duobus exemplis superioribus perspicuum esse potest, in quibus, vt æquatio proposita explicaretur, opus fuit, per numeros surdos, siue irrationales, operationem instituere.

SAEPENVMERO etiam accidit, vt in quæstionibus nonnullis explicandis requiratur magna doctrina Geometriæ, vel alterius cuiuspiam scientiæ, vt infra, quando varias quæstiones proponemus dissoluendas, perspicuum fiet. Qui ergo in ea doctrina satis non fuerit exercitatus, frustra se ad quæstionis propositæ explicationem accinget. Nunquam enim ea scientia destitutus illam expediet. quod quidem non culpa Algebræ, sed ipsius accidere, pro certo tenendum est.

QVEM-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

QVEMADMODVM ſi forte in regula illa aurea, quam regulam Trium dicunt, occurrant numeri ſurdi, ac irrationales, aut numeri fracti, atque is, qui per eam regulam ratiocinationem inſtituit, ignarus ſit doctrinæ illorum numerorum, ac proinde quæſtionem propoſitam ſoluere nequeat; accuſanda non eſt ipſa regula, ſed artifex. Cum enim prædicta regula iubeat multiplicare ſecundum numerum per tertium, ac productum per primum diuidere, vt Quotiens exhibeat quæſtionis ſolutionem, culpa erit artificis, ſi operari neſciat per numeros ſurdos, aut fractos, non autem ipſius regulæ. Vt ſi proponatur hæc quæſtio. 2. dant √ʒ 3. quid ergo dabit √ʒ 12? certum eſt, eum, qui neſciat multiplicare, ac diuidere radices ſurdas, quæſtionem non poſſe ſoluere. Secundus enim numerus √ʒ 3. ductus in tertium, id eſt, in √ʒ 12. facit √ʒ 36. qua diuiſa per primum numerum 2. fit Quotiens √ʒ 9. hoc eſt, numerus 3. Eadem ratione regula Algebræ docet, quid agendum ſit in qualibet quæſtione propoſita, vt ad æquationem aliquam deueniatur: quam etiamſi artifex enodare neſciat, nihil tamen Algebræ regula de ſua firmitate, ac robore amittit, ſed tota culpa in artificem reijcienda eſt.

DE MVLTITVDINE REGVLARVM Algebræ, quam alij auctores introducunt; Cap. XIIII.

VIDISTI hactenus, opinor ſtudioſe lector, vnicã noſtram regulam Algebræ perfectè, planèq. nos docere, qua ratione quamlibet quæſtionem propoſitam euoluere debeamus: quippe quæ præcipiat, vt 1 ℞, quæ pro numero inueſtigando ponitur, vel alium numerum, iuxta quæſtionis tenorem examinemus, donec in æquationem aliquam incidamus duorum numerorum: Deinde, æquatione huiuſmodi inuenta, ac reducta, vt cap. 10. de reductione æquationis tradidimus, per numerum maioris characteris Coſſici reliquum æquationis numerum diuidamus; ac tandem ex Quotiente radicem æquationi congruentem extrahamus, ſi opus eſt. Vt autem te non lateat, quam varias alij ſcriptores regulas Algebræ tradant, operæ pretium duxi, eorum regulas hic proponere, vt illis collatis cum vnica noſtra, quid inter noſtram, & multiplices aliorum regulas interſit, intelligas.

ALII ergo ſcriptores æquationes illas potiſſimum conſiderant, quæ inter tres primos terminos progreſſionis Geometricæ ab vnitate incipientis, hoc eſt, inter Numerum, Radicem, atque Quadratum, ſiue Zenſum, reperiuntur. qui quidem tres termini ſex poſſunt modis inter ſe æquari. Aut enim æquatio eſt inter ʒ. & ℞: aut

Inter quos numeros alij potiſſimũ æquationes obſeruent.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Tres simplices æquationes.

inter ℞. & N: aut inter ʒ. & N. quæ tres æquationes ab illis simplices dicuntur, quod solum vnus terminus in ijs vni termino æquetur: Aut inter ʒ+℞. & N: aut inter ʒ. & ℞+N: Vel (quod idem est) inter ʒ.& N+℞. Aut denique inter ʒ+N & ℞; quæ tres æquationes ab eisdem compositæ vocantur, propterea quod in ijs semper duo termini vni termino adæquantur. Pro his sex æquationibus sex regulas præscribunt.

Tres compositæ æquationes.

REGVLA PRIMA.

Quãdo æquatio est inter ʒ. & ℞.

QVANDO reperitur æquatio inter ʒ.& ℞. diuiso numero signi ℞. per numerum signi ʒ. Quotiens exhibet pretium 1 ℞. Vt si 5 ʒ. æquales sint 30 ℞. diuisis 30. per 5. prodibit Quotiens 6. pro æstimatione vnius radicis. Nam quadratum huius radicis est 36. atque idcirco 5 ʒ. faciunt 180. quantum nimirum faciunt 30 ℞.

REGVLA II.

Quãdo æquatio est inter ℞. & N.

QVANDO æquatio reperitur inter ℞. & N. diuiso numero absoluto per numerum signi ℞. procreabitur in Quotiente pretium 1 ℞. quemadmodum in 1. regula. Vt si 5 ℞. æquales sint 30. diuisis 30. per 5. exit Quotiens 6. pro valore 1 ℞. Nam radix 6. quinquies sumpta facit 30.

REGVLA III.

Quãdo æquatio est inter ʒ. & N.

QVANDO inter ʒ. & N, æquatio deprehenditur, diuiso numero absoluto per numerum signo ʒ. affectum, habebitur in Quotiente valor 1 ʒ. Eius ergo radix quadrata dabit pretium 1 ℞. Vt si æquatio sit inter 4 ʒ. & 144. diuisis 144. per 4. prouenit Quotiens 36. pro valore 1 ʒ. Radix ergo quadrata numeri 36. quæ est 6. offeret pretium 1 ℞. Nam quadratum numeri 6. est 36. quo multiplicato per 4. fit numerus 144.

REGVLA IIII.

Quãdo æquatio est inter ʒ+℞. & N.

QVANDO æquatio occurrit inter ʒ+℞. & N. multiplicanda est semissis numeri radicum in se, productoq. numerus absolutus addendus. Nam si ex huius aggregati radice quadrata dematur semissis numeri radicum, reliquum fiet pretium 1 ℞. Vt si æquatio constituatur inter 1 ʒ+12 ℞. & 85. multiplicabimus 6. semissem videlicet numeri radicum, in se, productoq. 36. adijciemus 85. vt fiat 121. Ab huius enim numeri radice quadrata 11. si subducatur semissis numeri radicum, nimirum 6. remanebunt 5. pro valore 1 ℞. Nam 1 ʒ. est 25. additis autem 12 ℞, videlicet 60. fit numerus absolutus 85. vt proponitur.

REGV-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

R E G V L A V.

QVANDO æquatio inſtituitur inter ȝ. & ꝛ+N, vel inter ȝ. & N+ꝛ. multiplicanda eſt ſemiſſis numeri radicum in ſe, & producto numerus abſolutus adijciendus. Nam ſi ad huius aggregati radicem quadratam addatur ſemiſſis numeri radicum, cōflabitur æſtimatio 1 ꝛ. Vt ſi æquatio ponatur inter 1 ȝ. & 6ꝛ+16. vel inter ȝ. & 16+6ꝛ. ducemus 3. id eſt, ſemiſſem numeri ꝛ. in ſe, ac producto 9. adijciemus numerum abſolutum 16. vt fiant 25. Ad huius enim numeri radicem quadratam 5. ſi addatur ſemiſſis numeri radicum, nimirum 3. conflabitur numerus 8. pro pretio 1 ꝛ. Nam eius quadratum eſt 64. qui numerus æqualis eſt 6 ꝛ. id eſt, 48. vna cum 16. vt patet.

Quãdo æquatio eſt inter ȝ & ꝛ+N.

R E G V L A VI.

QVANDO denique æquatio reperitur inter ȝ+N. & ꝛ; multiplicanda eſt ſemiſſis numeri radicum in ſe, & ex producto auferendus numerus abſolutus propoſitus. Nam ſi ad radicem quadratam reliqui numeri adijcias ſemiſſem numeri radicum, vel ex hac ſemiſſe eandem radicem detrahas, conficies pretium 1 ꝛ. ita vt eiuſmodi æquatio duplicem habeat radicem, maiorem ſcilicet ac minorem. Vt ſi propoſita ſit æquatio inter 1ȝ+21. & 10ꝛ. ducemus 5. ſemiſſem numeri radicum in ſe, & ex producto numero 25. auferemus numerum abſolutum 21. Nam ſi ad reliqui numeri 4. radicem quadratam 2. addemus ſemiſſem numeri radicum, hoc eſt, 5. efficiemus 7. valorem maioris radicis: Et ſi eandem radicem 2. ſubtrahemus ex 5. nimirum ex ſemiſſe numeri radicum, reliqua fient 3. pro valore minoris radicis. Nam maioris radicis 7. quadratum eſt 49. & additis 21. fit numerus 70. qui æqualis eſt 10 ꝛ. At vero minoris radicis 3. quadratum eſt 9. & additis 21. fit numerus 30. qui æqualis eſt 10 ꝛ. vt liquet.

Quãdo æquatio eſt inter ȝ+N. & ꝛ.

PORRO quando plures, vel pauciores zenſi, quam 1. in aliqua æquatione occurrunt, diuidendi erunt omnes numeri æquationis per numerum ſigno ȝ. affectum, vt æquatio fiat inter 1 ȝ. &c. quod & nos faciendum eſſe præcepimus. V. g. ſi æquatio detur inter 3ȝ+63. & 30. ꝛ. diuidendi erunt ſinguli numeri per 3. vt æquatio fiat inter 1 ȝ+ 21. & 10 ꝛ: ac deinde regula 6. vſurpanda. Sic ſi detur æquatio inter $\frac{1}{2}$ ȝ. & 3ꝛ+8. Vel inter $\frac{1}{2}$ȝ. & 8 + 3 ꝛ. ſi numeri ſinguli diuidantur per $\frac{1}{2}$. inuenietur æquatio inter 1 ȝ. & 6 ꝛ+ 16. vel inter 1 ȝ. & 16 + 6 ꝛ. quæ per 5. regulam explicabitur.

Quando in æquatione reperiuntur plures, paucioresve Zenſi.

HAE ergo ſunt 6. regulæ ab omnibus fermè auctoribus traditæ. Omnes enim aliæ æquationes inter alios numeros Coſſicos, qui diuerſi ſunt a ȝ. ꝛ. & N. ad prædictas 6. reducuntur; vt fruſtra nonnulli ſcriptores plures regulas præſcribant. Nã ſi huiuſmodi æqua-

Quo pacto aliæ æquationes ad 6. ſuperiores regulas reuocentur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ctiones occurrant, in quibus numeri exponentes characterum seruant proportionalitatem Arithmeticam, abbreuiandi erunt characteres, vt supra dictum est, ad eum finem, vt in altera parte æquationis numerus absolutus reperiatur: Deinde obseruanda ea, quæ circa finem cap. 12. de extractione radicis Zensizensicæ, Zensicubicæ, &c. scripsimus: quando videlicet exponentes seruant hanc proportionem Arithmeticam 4.2.0. vel 4.0.2. aut 6.3.0. vel 6.0.3. &c.

Præstantiorē esse vnicā nostram regulā Algebræ sex aliorum regulis.

QVOD si rem attentius introspicere velimus, facile deprehendemus, vnicam nostram Algebræ regulam longè esse præstantiorem supradictis 6. regulis aliorum: quippe cum in nostra fiat semper reductio æquationis ad 1 ℞. in vna parte æquationis, ac proinde signa + & —. in altera æquationis parte plene, atque abundè nos instruant, quando fieri debeat additio, & quando subtractio. quod in superioribus 6. regulis non tam clarè apparet.

Æquatio simplex, & cōposita quæ.

QVEMADMODVM autem scriptores Algebre æquationes priorum trium regularum, simplices appellant, trium vero posteriorum regularum æquationes compositas, vt paulo ante diximus: ita quoque nos in ijs, quæ sequuntur, æquationem, quæ inter duos numeros duntaxat occurrit, doctrinæ gratia, simplicem nominabimus, compositam vero eam, quæ inter tres numeros deprehenditur.

QVAESTIO PROPOSITA VTRVM possibilis sit, nec ne, an vero inepta, ac nugatoria, quo pacto ex ipsa operatione, quæ per Algebræ regulam fit, cognoscatur. Cap. XIIII.

Quo pacto cognoscatur, nū quæstio sit possibilis, an impossibilis.

QVONIAM in principio huius lib. diximus, regulam Algebræ hanc habere excellentiam, vt in ipso opere nos edoceat, num quæstio, quæ proponitur, solui possit, nec ne: docendum iam paucis erit, qua id ratione fiat. Quotiescunque igitur in dissoluenda per Algebræ præcepta quæstione aliqua incidimus in æquationem aliquam impossibilem, vel nugatoriam, atque ineptam, pronunciabimus quæstionem solui nulla ratione posse: vel certè esse nugatoriam, & ineptam. quod nonnullis exemplis declarabitur.

1. quæstio impossibilis.

1. *Quæratur numerus, qui ductus in 3. & hic productus in se, tantum faciat, quantum ex ipso numero in se multiplicato, & ex hoc producto in 5.*

PONA-

PONATVR quæſitus numerus 1 ℞. quæ ducta in 3. facit 3 ℞. & hic productus in ſe, facit 9 ʒ. qui numerus debet eſſe æqualis ei, qui fit ex 1 ℞ in ſe, & ex producto in 5. Fit autem ex 1 ℞ in ſe, 1 ʒ. & hic numerus in 5. ductus facit 5 ʒ. Inuenta ergo eſt æquatio inter 9 ʒ. & 5 ʒ. quæ eſt impoſſibilis. Quapropter enunciabimus, quæſtionem propoſitam eſſe impoſſibilem.

2. *Diuidatur numerus 12. in tales duas partes, vt $\frac{1}{3}$. vnius cum $\frac{1}{4}$. alterius efficiat 4.* *2. quæſtio impoſſibilis.*

PONATVR pro vna parte 1 ℞. eritq. altera 12 — 1 ℞. Tertia pars illius eſt $\frac{1}{3}$ ℞. & quarta pars huius eſt 3 — $\frac{1}{4}$ ℞. quę ſimul efficiũt 3 + $\frac{1}{12}$ ℞. (Nam ex + $\frac{1}{3}$ ℞. & — $\frac{1}{4}$ ℞. fit $\frac{1}{12}$ ℞. vt ex cap. 4. conſtat) quæ æqualia eſſe debent numero 4. Ablatis vtrinque 3. erit æqualitas inter $\frac{1}{12}$ ℞. & 1. Igitur diuiſa 1. per $\frac{1}{12}$. fiet 1 ℞ 12. atque hæc eſt prima pars numeri 12. & altera pars 0. quod eſt ineptum. Impropriè tamen $\frac{1}{3}$. illius, nimirum 4. cum $\frac{1}{4}$. huius, id eſt, cum 0. facit 4.

QVOD ſi, poſitis eiſdem partibus 1 ℞. & 12 — 1 ℞. accipiamus $\frac{1}{4}$. prioris, nempe $\frac{1}{4}$ ℞. & $\frac{1}{3}$. poſterioris, videlicet 4 — $\frac{1}{3}$ ℞. quę partes ſimul conficiunt 4 — $\frac{1}{12}$ ℞. (quod $\frac{1}{4}$ ℞. & — $\frac{1}{3}$ ℞. faciant — $\frac{1}{12}$ ℞. vt ex cap. 4. conſtat) quæ æqualia non poſſunt eſſe numero 4. Ergo neque hoc modo quæſtio poſſibilis eſt.

3. *Diuidatur numerus 10. in tales duas partes, vt ex ductu vnius in alteram producantur 26.* *3. quæſtio impoſſibilis.*

PONATVR pro vna parte 1 ℞. eritq. altera 10 — 1 ℞. quæ partes inter ſe multiplicatæ faciunt 10 ℞ — 1 ʒ. qui productus æqualis eſſe debet numero 26. Addito 1 ʒ. vtrinque, fiunt 10 ℞. æquales 1 ʒ + 26: ablatiſq. 26. vtrinque, erit æqualitas inter 1 ʒ. & 10 ℞ — 26. Ex hoc numero, qui æqualis eſt 1 ʒ. extrahemus radicem quadratam hoc modo, vt ſupra docuimus. Semiſſis radicum eſt 5. huius quadratum 25. ex quo auferri non poſſunt 26. vt vult ſignum —. Igitur dicemus, quæſtionem ſolui non poſſe.

4. *Inueniantur duo numeri, vt ex ductu vnius in alterũ fiat numerus triplus ſummæ ipſorum.* *4. quæſtio impoſſibilis.*

PONATVR vnus 1 ℞. & alter 2. vnitates. Ex 1 ℞. in 2. fit numerus 2 ℞. qui triplus eſſe debet ſummæ ipſorum, quæ eſt 1 ℞ + 2. Ergo ſumma hæc triplicata, nimirum 3 ℞ + 6. æqualis debet eſſe 2 ℞. quod falſum eſt. Impoſſibilis igitur eſt quæſtio propoſita, ſi alter numerorum conſtituatur 2. Si pro ſecundo numero poſitæ fuiſſent

plures

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

plures vnitates, quam in denominatore proportionis datæ continẽtur, nimirum 4. vel 5. vel 6. &c. quæstio solui posset. Nam posito secundo numero 4. inueniretur 1 ℞. esse 12. atque ita duo numeri quæsiti essent 12. & 4. qui inter se multiplicati efficiunt 48. qui numerus triplus est summæ ipsorum, quæ est 16.

5. quæstio impossibilis.

5. ***Quæratur numerus, qui per 3. multiplicatus producat ipsius quadratum, & summa ex ipso numero, & eius quadrato collecta sit 7.***

PONAMVS numerum esse 1 ℞. quæ multiplicata per 3. facit 3 ℞. qui numerus æqualis debet esse quadrato ex 1 ℞. producto, nimirum 1 ʒ. eritq. vnius radicis pretium 3. qui numerus per 3. multiplicatus, hoc est, in se ipsum, procreat eius quadratum 9. Sed quoniam hic quadratus cum sua radice 3. conficit 12. non autem 7. dices quæstionem esse impossibilem. quod etiam ex ipsis æquationibus constat. Nam 1 ℞. cum suo producto 3 ℞. facit 4 ℞. quæ æquales esse debent 7. atque ita 1 ℞. erit $\frac{7}{4}$. Et quia 1 ℞. cum suo quadrato, id est, cum 1 ʒ. etiam æqualis debet esse numero 7. erit æquatio inter 1 ʒ + 1 ℞. & 7. hoc est, (ablata 1 ℞ vtrinque) inter 1 ʒ. & 7 — 1 ℞. inuenieturq. 1 ℞. esse √ʒ $\frac{29}{4}$ — $\frac{1}{2}$. quæ a priori valde differt. Immo si tam 4 ℞. quam 1 ʒ + 1 ℞. æquales sunt 7. erunt bis 7. id est, 14. æquales 1 ʒ + 5 ℞. hoc est, æquatio constituetur inter 1 ʒ. & 14 — 5 ℞. eritq. 1 ℞ 2. quæ ab vtraque superiori longè etiam differt. Denique si tam 4 ℞. quam 1 ʒ + 1 ℞. æquales sunt 7. erit etiã æqualitas inter 4 ℞. & 1 ʒ + 1 ℞. ablataq. vtrinque 1 ℞. erunt 3 ℞. æquales 1 ʒ. Pretium ergo 1 ℞. erit 3. Quocirca cum tam variæ æstimationes 1 ℞ inueniantur, quæstio solui non poterit, præsertim cum per nullam radicum inuentarum quæstioni satisfiat, nisi priori eius parti per radicem 3.

6. quæstio impossibilis.

6. ***Quæratur numerus, cuius quadratus cum numero 40. æqualis sit 12. radicibus eiusdem quadrati.***

PONATVR numerus esse 1 ℞. Eius quadratus erit 1 ʒ. Igitur 1 ʒ + 40. æqualia sunt 12 ℞. hoc est, 1 ʒ. æqualis erit 12 ℞ — 40. Sumatur semissis numeri radicum, nimirum 6. Et quia ab huius semissis quadrato, id est, ex 36. numerus 40. detrahi non potest, erit quæstio impossibilis.

7. quæstio possibilis quidẽ, sed nugatoria.

7. IAM vero si quando accidat, æquationem inuentam esse inter duos numeros Cossicos æquales, eiusdemq. denominationis, quæstio solui poterit per quemuis numerum.

Quando q̃stio per quemuis

Vt si quæratur numerus, quo multiplicato per 2. & producto in seipsum ducto, faciat numerum æqualem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ei, qui ex numero in seipsum ducto producitur, & ex producto in 4. *numerũ solui possit.*

PONATVR numerus esse 1 ℞. Ex 1 ℞. in 2. fiunt 2℞. & ex 2℞ in se fiunt 4 ʒ. Et quia 1 ℞ ducta in se gignit 1ʒ. & ex 1ʒ. in 4. fiunt 4ʒ. inuenta erit æquatio inter 4ʒ. & 4ʒ. quæ nugatoria est & inepta. Quæstio igitur exerceri poterit in omni numero. Nam V.g. ex 10. in 2. fiunt 20. & ex 20. in se fiunt 400. quantum videlicet fit ex 10. in se, & ex producto 100. in 4.

8. ***Item numerus*** 10. ***diuidendus sit in tales duas partes, vt numerus, qui fit ex vna parte in totum numerum, æqualis sit quadrato eiusdem partis, vna cum numero, qui ex eadem parte in alteram ducta procreatur.*** *8. quæstio possibilis, sed nugatoria.*

PONATVR prima pars esse 1 ℞. ideoq. altera 10—1℞. Et quia ex priori parte, id est, ex 1 ℞. in totum numerum 10. fiunt 10 ℞: Ex eadem autem parte in se fit 1 ʒ. & ex 1 ℞ in 10—1 ℞ fiunt 10 ℞—1 ʒ. quæ addita ad 1 ʒ. fiunt 10 ℞. quia vt 1 ʒ addatur ad —1ʒ. debet fieri subtractio, vt in additione dictum est. Igitur inuenta est æquatio inter 10 ℞. & 10 ℞. quæ similiter nugatoria est: fieriq. potest, quod proponitur, in quolibet numero, quomodocunque in duas partes distributo, vt demonstratum est ab Eucl. lib. 2. propos. 3. Quòd si altera pars 10—1 ℞ ducatur in totum numerum 10. fiunt 100—10 ℞. Si vero eadem pars in se ducatur, fiunt 100—20℞+1ʒ. & duæ partes 1 ℞. & 10—1℞ inter se multiplicatæ faciunt 10℞—1ʒ. quæ cum 100—20℞+1ʒ. faciunt 100—10℞. quæ æqualia esse debent 100—10℞. producto scilicet secundæ partis in 10. quæ æquatio nugatoria quoque est.

9. ***Sit rursum diuidendus numerus*** 10. ***in tales duas partes, vt producti ex toto numero*** 10. ***in ipsas partes sint simul æquales quadrato totius numeri.*** *9. quæstio nugatoria, quãuis possibilis.*

PONATVR vna pars 1℞. ideoq. altera 10—1℞. Ex toto numero 10. in 1℞. & 10—1℞ fiunt 10℞. & 100—10℞. qui numeri simul efficiuut 100. vt ex regula additionis patet. Et quoniam ex 10. in se fiunt quoque 100. erit æquatio inter 100. & 100. quod est ineptum. Quæstio ergo soluitur per quemcunque numerum in quascunque duas partes diuisum, vt ab Eucl. lib. 2. propos. 2. ostẽsum est.

LIQVET igitur, ex ipsa operatione cognosci posse, num proposita quæstio solui possit, nec ne: an vero sit vana, ac nugatoria, quæ videlicet in omnem numerum conueniat.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DE SECVNDIS RADICIBVS. Cap. XV.

Cur excogitatæ sint secũdæ radices.

QVAERVNTVR non rarò duo, vel tres, aut etiã plures numeri sub incerta proportione : idcirco postquam pro primo numero posita est 1 ℞. non videtur commodum pro secundo numero ponere iterum 1 ℞ : & pro tertio etiam 1 ℞. &c. quia cum 1 ℞ primo loco posita diuersum plerunque valorem habeat a radice secundo loco posita, itemq. a radice tertio loco posita; facilè eueniret, vt in operatione exempli radices inter se confunderentur, nisi diuersis characteribus designentur. Quam ob rem excogitatæ sunt radices secundæ, quas Cardanus Quantitates surdas, Petrus Nonius, & alij Quantitates simplices, aut absolutas appellant, notantq. hoc modo. 1q. 2q. &c. hoc est, vna quantitas, duæ quantitates, &c. Nos cum alijs appellabimus radices secundas, notabimusq. hoc modo, 1 A. hoc est, 1 ℞. secunda distincta ab ea, quæ primo loco posita est. 1 B. id est, 1 ℞ secunda distincta a duabus, quæ primo, & secundo loco positæ sunt. & sic deinceps. Hac enim ratione facilius secundarum radicum algorithmus explicabitur.

IN numeratione, quando numerus duo signa habet, intelligitur numerus cum priore signo ductus in vnitatem posterioris signi. Vt 1℞A, significat 1 ℞, ductam in 1 A. & 3 ℞ A, significat 3 ℞. ductas in 1 A. Sic 1ȝAȝ, indicat 1ȝ. ductum in 1Aȝ. &c.

Additio secũdarũ radicũ.

ADDITIO vero perficitur, si numeri inter se addantur, & character idem secundæ radicis apponatur : quando videlicet secundæ radices sunt eiusdem generis. Vt ex 3 A. & 4 A, fiunt 7 A. atque ex 3 B, & 4 B, fiunt 7 B. &c. Quando verò secundæ radices non sunt eiusdem generis, fit additio per signum additorum +. Vt ex 3 A, & 4 B, fiunt 3 A + 4 B. Item ex 3 ℞. & 4 A, fiunt 3℞+4A. &c.

Subtractio secundarum radicum.

SVBTRACTIO quoque, quando secundæ radices sunt eiusdem generis, fit, si numerus a numero subtrahatur, & reliquo numero idem character secundæ radicis apponatur. Vt 3 A. ex 7 A. relinquunt 4 A, & 3 B, ex 7 B, relinquunt 4 B, &c. Quando autem secundæ radices sunt diuersæ, fit subtractio per signum subtractorũ —. Vt 3 A. ex 4 B, relinquunt 4B—3A.

Multiplicatio secundarũ radicum.

MVLTIPLICATIONES autem ita fiunt. Quando numerus radicis primæ multiplicandus est cum numero radicis secundæ signatæ solum litera A, vel B, &c. multiplicantur numeri inter se, & eadem signa apponuntur. Vt ex 2 ℞. in 2 A. fiunt 4 ℞ A. id est, 4 ℞ multiplicatæ in 1 A. Similiter ex 2 A, in 2 ℞. fiunt 4 A ℞, hoc est, 4 A, multiplicatæ in 1 ℞. Sic etiam ex 3ȝ in 4 B, fiunt 12ȝB. id est,

12 ʒ. multiplicati in 1 B. &c. Sic etiam ex 1 ꝛe in 1 A, fit 1ꝛeA, id eſt, 1ꝛe multiplicata in 1A. Et ex 1ʒ. in 1Aʒ. fit 1ʒAʒ. hoc eſt, 1ʒ. ductus in 1Aʒ.

QVANDO numerus abſolutus in numerum ſecundæ radicis ducitur, fit numerus ſecundæ radicis. Vt ex 6. in 3 C, fiunt 18 C. Et ex 7. in 4 B, fiunt 28 B, &c.

QVANDO numerus ſecundæ radicis ducitur in numerum ſecũdæ radicis diuerſæ literæ, ducitur numerus in numerum, productoq. eædem literæ apponuntur. Vt ex 3 A, in 9 B, fiunt 27 AB, hoc eſt, 27 A, multiplicatæ in 1 B.

QVANDO numerus ſecundæ radicis ducitur in numerum ſecundæ radicis eiuſdem literæ, producitur character ʒ, præpoſita tamen eadem litera. Vt ex 3 A, in 4 A, fiunt 12 Aʒ.

QVANDO numerus ſecundæ radicis ducitur in ſe quadratè, vel cubicè, &c. producitur character ʒ, vel ce, &c. præpoſita eadem litera. Vt 1 A, in ſe quadratè, facit 1Aʒ. hoc eſt, 1. quadratum ſecundæ radicis. Rurſus ex 1ꝛeA, in 1ꝛeA, fit 1ʒAʒ. id eſt, 1ʒ primæ radicis ductus in 1ʒ. ſecundæ radicis. Item 3 B, in ſe quadratè faciunt 9Bʒ. Sic 3 B, in ſe cubicè, faciunt 27 Bce.

QVANDO numerus ſecundæ radicis ducitur in alium numerum eiuſdem radicis ſecundæ, quæ etiam habet characterem Coſſicum, intelligitur primus numerus habere etiam ſignum Coſſicum ꝛe. Vt ex 1 A, in 1Aʒ, fit 1Ace. Et ex 3 B, in 4 Bce, fiunt 12Bʒʒ.

QVANDO numerus Coſſicus ſimplex, absq. litera ſecundæ radicis, multiplicatur in numerum ſignatum litera, & ſigno Coſſico, ducitur numerus in numerum, & producto eadem ſigna apponuntur. Vt ex 2 ce. in 4Aʒ. fiunt 8ceAʒ. hoc eſt, 8 ce multiplicati in 1Aʒ. Item ex 1ce in 1ꝛeAʒ. fit 1ʒʒAʒ. id eſt, 1ʒʒ. ductus in 1Aʒ. Tantum quoque fit ex 1ʒA, in ſe quadratè. Nam ex 1ʒ. in ſe fit 1ʒʒ. & ex 1 A, in ſe fit 1Aʒ.

QVANDO numerus poſt literam ſecundæ radicis ſignum Coſſicum gerens ducitur in numerum, qui poſt literam ſecundæ radicis gerit quoque ſignum Coſſicum, producitur numerus cum charactere Coſſico, quem exponentes characterum dant, cui præponenda inſuper eſt litera, vel literæ ſecundæ radicis. Vt ex 2Aʒ, in 5 Ace. fiunt 10 Aß. Item ex 3Aʒ. in 4Bce, fiunt 12ABß.

QVANDO numerus poſt literam ſecundæ radicis characterem Coſſicum gerens ducitur in numerum, qui poſt characterem Coſſicum literam quoque ſecundæ radicis habet, producitur numerus cum poſteriore charactere Coſſico, quem inſequitur litera ſecundæ radicis, deinde apponitur character Coſſicus productus ex priore charactere Coſſico in literam ſecundæ radicis, ac ſi haberet ſignum hoc ꝛe. Vt ex 1Ace in 1ʒA, fit 1ʒAʒʒ. Tantundem quoque fit ex 1ꝛeAʒ. in ſe quadratè. Item ex 3Aʒ, in 4ceA, fiunt 12ceAce, id eſt, 12ce multiplicati in 1Ace.

IN diuiſione ſecundarum radicum, fit prius reductio ſignorum Coſſicorum, per ſubtractionem ſimilium ſignorum. Vt ex diuiſio- *Diuiſio ſecundarũ radicũ.*

ne 8ceAȝ, per 4Aȝ, reductis ſignis, diuiduntur 8ce, per 4. fitque Quotiens 2ce. Sic 8ceAȝ, per 4ce, fit Quotiens 2Aȝ.

QVANDO autem diuiditur numerus ℞, per numerum ſecundarum radicum, fit minutia in Quotiente. Vt 2℞ per 4A, fit $\frac{2℞}{4A}$.

Extractio radicum ex ſecundis radicibus.

IN extractione radicum, eruitur radix ex numero, ſi habet, eiq. apponitur litera ſecundæ radicis, reiecto charactere Coſſico. Vt radix quadrata numeri 25Aȝ. eſt 5A. Itē radix cubica numeri 27Ace. eſt 3A. Et radix zenſizenſica numeri 16Dȝȝ. eſt 2D.

QVANDO vero numerus non habet talem radicem, vel character Coſſicus non eſt eiuſdem appellationis cum radice extrahenda, præponitur toti numero cum litera, & charactere, ſignum radicale. Vt radix cubica numeri 3Aȝ. eſt √ce3Aȝ. Item radix quadrata numeri 4Ace. eſt √ȝ4Ace.

Examen operationum radicum ſecundarum.

PROBANTVR prædictæ multiplicationes, diuiſionesq. per progreſſiones Geometricas ab 1. incipientes. Claritatis autem gratia progreſſionem duplarum proportionum aſcribemus primis radicibus, & progreſſionem triplarum radicibus ſecundis. cuiuſmodi ſunt hæ.

N	℞	ȝ	ce	ȝȝ	ß	ȝce	Bß	ȝȝȝ	cce	ȝß	&c.
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	&c.
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	&c.

Itaq. vt videas, ex 2℞ in 2A, fieri 4℞A, id eſt, 4℞ ductas in 1A. reſolutæ 2℞, faciunt 4. & 2A, faciunt 6. at 4. in 6. efficiunt 24. quantum videlicet faciunt 4℞, id eſt, 8 ductæ in 1A, id eſt, in 3.

DEINDE ex 2A, in 2℞, diximus fieri 4A℞, hoc eſt, 4A, ductas in 1℞. Et quia 2A, ſunt 6. & 2℞, ſunt 4. fiunt autem 24. ex 6. in 4. quantum nimirum faciunt 4A, id eſt, 12. in 1℞, videlicet in 2.

PRAETEREA ex 1℞. in 1A, producitur 1℞A, quia 1℞ eſt 2. & 1A, eſt 3. fiunt autem 6. ex 2. in 3. quantum nimirum fit ex 1℞, id eſt, ex 2. in 1A, id eſt, in 3.

SIC etiam ex 1ȝ. in Aȝ, fit 1ȝAȝ, nimirum 1ȝ, ductus in 1Aȝ. Et quia 1ȝ, eſt 4. & 1Aȝ, eſt 9. fiunt autem 36. ex 4. in 9. quantum nimirum fit ex 1ȝ. id eſt, ex 4. in 1Aȝ, id eſt, in 9.

RVRSVS ex 3ȝ. in 4B, facti ſunt 12ȝB, hoc eſt, 12ȝ. ducti in 1B. Nam 3ȝ. ſunt 12. & 4B, ſunt etiam 12. fiunt autem 144. ex 12. in 12. quantum nimirum fit ex 12ȝ, id eſt, ex 48. in 1B, id eſt, in 3.

ITEM ex 6. in 3C, fiunt 18C, hoc eſt, ex 6. in 9. fiunt 54. hoc eſt, 18C. Sic ex 7. in 4B, factæ ſunt 28B, nimirum 84. quantum nimirum fit ex 7. in 4B, id eſt, in 12.

EX 3A, in 9B, procreatæ ſunt 27AB, id eſt, 27A, multiplicatæ in 1B. Nam 3A, ſunt 9. & 9B, ſunt 27. Fiunt autem 243. ex 9. in 27. quantum nimirum fit ex 27A, id eſt, ex 81. in 1B, id eſt, in 3.

ITEM

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ITEM ex 3A, in 4A, fiunt 12Aʒ, hoc eſt, 12ʒ. ſecundæ radicis. Nam 3 A, ſunt 9. & 4 A, ſunt 12. Fiunt autem 108. ex 9. in 12. quantum nimirum faciunt 12 ʒ. ſecundæ radicis.

PRAETEREA ex 1 A, in ſe quadratè fit 1Aʒ. hoc eſt, 1 ʒ ſecundæ radicis. Item 3 B, in ſe quadratè faciunt 9Bʒ, id eſt, 9 ʒ. ſecundæ radicis. Nam 3 B, ſunt 9. at ex 9. in 9. fiunt 81. nimirum 9 ʒ. ſecundæ radicis. Item ex 1ꝛ A, in 1ꝛ A, fit 1ʒAʒ, id eſt, 1 ʒ. primæ radicis ductus in 1 ʒ ſecundæ radicis. Nam 1 ꝛ A, ſignificat 1 ꝛ. primam ductam in 1 radicem ſecundam, id eſt, 2 ducta in 3. hoc eſt, 6. Fit autem ex 6. in 6. numerus 36. quantum nimirum fit ex 1 ʒ. primæ radicis, id eſt, ex 4. in 1. quadratum ſecundæ radicis, nimirum in 9. Sic 3 B, in ſe cubicè faciunt 27 Bce, id eſt, 27 ce ſecundæ radicis. Quia 3 B, ſunt 9. & 9. in ſe cubicè faciunt 729. quantum videlicet faciunt 27 ce ſecundæ radicis.

POST hæc, ex 1A, in 1Aʒ, fit 1Ace, hoc eſt, cubus ſecundæ radicis, nimirum 27. Nam 1A, valet 3. & 1 ʒ. ſecundæ radicis 9. Liquet autem ex 3. in 9. gigni 27.

ITA quoque ex 3 B, in 4Bce, fiunt 12Bʒʒ. hoc eſt, 12ʒʒ. ſecundæ radicis. Nam 3 B, ſunt 9. & 4ce ſecundæ radicis 108. Fiunt autem 972. ex 9. in 108. quantum videlicet faciunt 12 ʒʒ. ſecundæ radicis.

AMPLIVS ex 2 ce. in 4 Aʒ. fiunt 8ceAʒ, hoc eſt, 8 ce multiplicati in 1 ʒ ſecundæ radicis. Nam 2 ce ſunt 16. & 4 ʒ ſecundæ radicis 36. Fiunt autem 576. ex 16 in 36. quantum nimirum faciunt 8 ce, id eſt, 64. multiplicati in 1 ʒ. ſecundæ radicis, videlicet in 9. Item ex 1 ce. in 1ꝛAʒ. fit 1ʒʒAʒ. id eſt, 1ʒʒ. ductus in 1 ʒ ſecundæ radicis. Nam 1ce. eſt 8. & 1ꝛAʒ. id eſt, 1ꝛ ducta in 1ʒ ſecundæ radicis, eſt 18: Fiunt autem 144. ex 8. in 18. quantum ſcilicet facit 1ʒʒ, nimirum 16. ductus in 1 ʒ. ſecundæ radicis, id eſt, in 9.

ITEM ex 2Aʒ, in 5Ace. fiunt 10 Aß. Nam 2 ʒ. ſecundæ radicis ſunt 18. & 5ce ſecundæ radicis ſunt 1080. Fiunt autem 2430. ex 18. in 1080. quantum ſcilicet faciunt 10ß. ſecundæ radicis. Item ex 3Aʒ. in 4Bce, fiunt 12ABß. Nam 3ʒ ſecundæ radicis faciunt 27. & 4ce ſecundæ radicis faciunt 108. Fiunt autem 2916. ex 27. in 108. ac tantundem faciunt 12ß. ſecundæ radicis.

POSTREMO ex 1Ace. in 1ʒA, fit 1ʒAʒʒ. hoc eſt, 1 ʒ. ductus in 1ʒʒ ſecundæ radicis. Nam 1 ce ſecundæ radicis eſt 27. & 1 ʒ eſt 4. Fiunt autem 108. ex 27. in 4. & ex 108. in 1 ꝛ ſecundam, id eſt, in 3. fiunt 324. ac tantundem fit ex 1ʒ. in 1ʒʒ. ſecundæ radicis, hoc eſt, ex 4. in 81. Quòd autem ex 1ꝛAʒ, in ſe quadratè fiat quoque 1ʒAʒʒ. ſic perſpicuum fiet. Numerus 1ꝛAʒ. ſignificat 1 ꝛ primã, id eſt, 2. ductam in 1 ʒ. ſecundæ radicis, id eſt, in 9. quę multiplicatio facit 18. At ex 18. in 18. fit numerus 324. qui ęquiualet numero 1ʒAʒʒ. hoc eſt, numero producto ex 1 ʒ. id eſt, ex 4. in 1ʒʒ. ſecundę radicis, hoc eſt, in 81. Similiter ex 3 A ʒ, in 4 ce A, fiunt 12ceAce. Nam 3 ʒ ſecundę radicis ſunt 27. & 4 ce A, (id eſt, 4 ce ducti in 1 A, vel in radicem ſecundam, hoc eſt, ex 32. in 3.) faciunt

96. Fiunt autem 2592. ex 27. in 96. Ac tantundem faciunt 12ce Ace. hoc est, 12ce multiplicati in 1 ce secundæ radicis, nimirum ex 96. in 27.

IAM vero ex diuisione 8ceAℨ. per 4Aℨ, produci Quotientem 2ce. eodem modo probabimus. Nam 8ceAℨ. (id est 8 ce multiplicati per 1Aℨ, hoc est, 64. per 9.) faciunt 576. qui numerus diuisus per 4 ℨ secundæ radicis, nimirum per 36. facit Quotientem 16. hoc est, 2 ce. Item ex diuisione 8ceAℨ. per 4ce. gigni Quotientem 2Aℨ. perspicuum etiam est. Nam 8ceAℨ (id est, 8 ce. ducti in 1Aℨ, videlicet 64. in 9.) sunt 576. qui numerus diuisus per 4 ce, id est, per 32. facit Quotientem 18. nimirum 2 ℨ. secundæ radicis.

PARI ratione, numeri 25Aℨ. radicem quadratam esse 5A. manifestum quoque est. Nam 5 A, sunt 15. at ex 15. in 15. fit numerus 225. cui æquales sunt 25ℨ secundæ radicis. Non aliter ostendemus, 3A, esse radicem cubicam numeri 27Ace. Nam 3 A, sunt 9. at ex 9. in se cubicè fiunt 729. videlicet 27 ce secundæ radicis. Ita quoque numeri 16Dℨℨ. radix Zensizensica erit 2 D. quia 2 D, sunt 6. & ex 6. in se Zensizensicè fiunt 1296. nimirum 16ℨℨ secundæ radicis.

LIBVIT omnes has operationes secundarum radicum examinare per progressiones Geometricas, vt earum veritas omnibus constaret: quia de illis fortasse non nemo dubitare posset, cum earum ratio sit paulo obscurior, quam illa operationum numerorum Cossicorum. Vsus porrò secundarum radicum explicabitur in ænigmatibus per regulam Algebræ dissoluendis.

DE NVMERIS IRRATIONALIBVS, siue surdis. Cap. XVI.

Irrationales numeri, siue surdi, qui.

NVMERI irrationales, siue surdi sunt radices numerorum, quæ exprimi non possunt numeris, ac proinde neque audiri, ob quam causam radices surdæ sunt appellatæ, signanturq. hoc modo. √ℨ. √ce. √ℨℨ. √β. √ℨce, &c. vt ad finem cap. 3. declarauimus. Vt √ℨ10. hoc est, radix quadrata numeri 10. dicitur surda, vel irrationalis, quia nullus numeru sdari potest, siue integer sit, siue integer cum fracto, qui in se quadratè multiplicatus producat 10. De integro manifestum est. Nam 3. in se ductus producit 9. numerum minorem, quam 10. At 4. in se multiplicatus gignit 16. numerum maiorem, quam 10. atque idcirco neque 3. neque 4. ideoq. neque vllus numerus minor quam 3. neque maior quam 4. radix quadrata esse potest numeri 10. De integro cum fracto res etiam clara est. Radix enim illa deberet esse inter 3. & 4. Sed quamuis inter 3. & 4. infiniti sint fracti, qui cum 3. constituant integrũ cum fractis, vt $3\frac{1}{2}$. $3\frac{1}{4}$. $3\frac{1}{5}$. $3\frac{5}{7}$. $3\frac{8}{11}$. &c.

nullus

nullus tamen eorum in ſe ductus quadratè producere poteſt 10. numerum integrum, vt in Lemmate ad finem defin. 8. lib. 5. Eucl. demonſtrauimus. Sic etiam √ce 10. irrationalis eſt, & √ʒce 100. &c.

DE hiſce numeris nunc agendum eſt, vt plurimæ quæſtiones, in quibus numeri irrationales interueniunt, queant explicari. Res quidem eſt non paucis difficultatibus inuoluta, ſed quæ tamen planè intelligatur, ſi modo vehemens, ardensq. ſtudium adhibeatur. Quòd ſi quis ad hanc rem perfectè intelligendam minus idoneus reperiatur, is ne deſperet omnino: quippe cum ſine hac cognitione innumerabiles penè quæſtiones per Algebræ regulã enodari queãt. Quo circa, omiſſa ad breue tempus tractatione hac numerorum irrationalium, quæ 13. capitibus continetur, conferre ſe poterit ad cap. 29. & 30. vbi innumerabilia penè ænigmata ſcitu iucundiſſima, ſine cognitione numerorum irrationalium, enodata inueniet. Deinde poſtquam ſe aliquandiu in Algebræ quæſtionibus exercuerit, regredi poterit ad tractationem hanc numerorum irrationalium perdiſcendam.

Vtrum radices ſurdæ ſint numeri, necne.

SOLET ante omnia a nonnullis diſputari, an numeri irrationales verè dicendi ſint numeri, necne. Cum enim neque integri numeri ſint, neque fracti, vt paulò ante diximus, neque certam proportionem, quæ numeris exprimi poſſit, habeant ad integros numeros, aut fractos, non videntur eſſe numeri dicendi. Quia tamen ſub regulam cadunt, cenſendi erunt aliquo modo eſſe numeri. Nam √ʒ 10. in ſe multiplicata gignit numerum 10. ſicut radix quadrata numeri 9. producit 9. Item √ʒ 3. in √ʒ 12. procreat √ʒ 36. hoc eſt, 6. quemadmodum idem numerus 6. fit ex 2. in 3. vt ex algorithmo numerorum irrationalium, de quo mox agemus, conſtabit. Habẽt autem numeri irrationales cum numeris fractis quandam affinitatem. Quemadmodum enim inter quoſuis duos numeros integros cadunt infiniti numeri fracti, vt hic apparet, vbi inter 2. & 3. cadunt omnes hi numeri fracti.

$2\frac{1}{2}.\ 2\frac{1}{3}.\ 2\frac{2}{3}.\ 2\frac{1}{4}.\ 2\frac{3}{4}.\ 2\frac{1}{5}.\ 2\frac{2}{5}.\ 2\frac{3}{5}.\ 2\frac{4}{5}.\ 2\frac{1}{6}.\ 2\frac{5}{6}.$ &c.

ita quoque inter quoſlibet duos numeros integros cadunt infiniti numeri irrationales. Vt inter 2. & 3. cadunt omnes hi.

√ʒ5. √ʒ6. √ʒ7. √ʒ8. √ce9. √ce10. √ce11. √ce12. √ce13. √ce14. √ce15. √ce16. √ce17. √ce18. √ce19. √ce20. √ce21. √ce22. √ce23. √ce24. √ce25. √ce26. √ʒʒ17. √ʒʒ18. √ʒʒ19. √ʒʒ20. √ʒʒ21. √ʒʒ22. √ʒʒ23. &c.

Tam enim ſinguli illi fracti, quam hi ſurdi ſinguli maiores ſunt quam 2. minores autem quam 3. vt liquet.

Duo genera radicum ſurdarũ, ſimplex, & compoſita.

AFFERVNTVR ab auctoribus duo genera radicum ſurdarum. Quædam enim ſunt ſimplices, vt √ʒ. alicuius numeri non quadrati. √ce alicuius numeri non cubi. √ʒʒ numeri alicuius non zenſizenſi. √ß alicuius numeri non ſurdeſolidi, atque ita de alijs radicibus numerorum progreſſionis Geometricæ ab 1. incipientis, quorum radices

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

radices numeris exprimi non possunt, atque has radices simplices vocant nonnulli numeros mediales, propterea quod per illos reperiuntur media proportionalia inter duos numeros, vt cap. 21. dicemus. Aliæ radices surdæ sunt compositæ per interposita signa +. & —. quarum duo item genera ab auctoribus describuntur. In primo continentur illæ, quas dicunt Ligatas, quando nimirum intelligimus summam ex pluribus radicibus; vel ex vna radice, pluribusvè, atque ex numero aliquo, vel ex numero Cossico, aut pluribus collectam. Vt cum per hunc numerum √ȝ9+√ȝ4. intelligimus 5. vnitates, summam videlicet ex 3. radice zensica numeri 9. & ex 2. radice zensica numeri 4. collectam, dicitur numerus ille radix Ligata, quæ æquiualet numero 5. Sic etiam Ligata radix erit √ȝ7+√ȝ4+3. quæ æquiualebit huic, √ȝ7+5. Significamus enim ad √ȝ 7. additum esse numerum 5. Eodem modo radix Ligata erit, √ȝ3+2℞. Denotamus enim 2 ℞ esse additas ad √ȝ3. Denique Ligata radix erit √ȝ49—√ce27. Item √ce 100 —√ȝ 9. In priori namq. intelligimus ex √ȝ49. hoc est, ex 7. ablatam esse √ce 27. id est, 3. atque ita pretium eius erit 4. In posteriori autem volumus ex √ce100. subtrahi √ȝ 9. nimirum 3. Sed nos hasce radices Ligatas nominabimus deinceps numeros irrationales compositos, vel diminutos. Immo, vt breuitati consulamus, appellabimus deinceps etiam numeros diminutos, plerunque compositos. Alterum genus compositarum radicum complectitur radices surdas, quæ Vniuersales dicuntur: quando videlicet intelligitur radix alicuius radicis Ligatę, vel numeri compositi, diminutivè. Vt huius numeri cõpositi. 22+√ȝ9. radix Vniuersalis est 5. Est enim sensus, vt ad 22. addatur radix zensica 9. quæ est 3. & aggregati 25. radix sumatur, quæ est 5. Eodem pacto, si inuertantur particulæ numeri eiusdem, vt fiat numerus √ȝ9+22. erit eius radix Vniuersalis eadem, nimirum 5. Nos radices has Vniuersales vocabimus simpliciter radices numerorum irrationalium compositorum, aut diminutorum, ac propterea huiusmodi numeris præfigemus signum radicale √ȝ. vel √ce. atque vt significemus, illud ad totum numerum compositum referri, includemus numerum compositum inter duas parentheses, hoc modo. √ȝ (22+√ȝ9.) vel sic, quod idem est, √ȝ (√ȝ9+22.) Alia exempla huiusmodi radicum sume hæc. √ȝ (√ȝ5+1℞.) Item √ȝ (4ȝ+1℞.) Item √ȝ (√ȝ9+√ȝ4) +√ȝ (11+√ȝ25.) Est enim sensus huius posterioris radicis, vt sumatur summa conflata ex √ȝ9. & √ȝ4. nimirum ex 3. & 2. quæ est 5. & ad hanc summam adijciatur radix aggregati ex 11. & √ȝ25. hoc est, aggregati 16. quæ est 4. vt tota summa fiat 9. eiusq. radix 3. Quòd si inuertantur duo illi numeri compositi hoc modo. √ȝ (11+√ȝ25) +√ȝ (√ȝ9+√ȝ4) variabitur sensus, quia signum radicale √ȝ. in principio positum videtur referendum esse ad totum illud, quod sequitur: ita vt 11. sumantur cum 5. radice 25. vt fiant 16. quibus addantur √ȝ9. & √ȝ4. nimirum 5. vt fiat tota summa 21. eiusq. radix √ȝ21. quæ multum a priori, quæ erat 3. differt. Denique huius numeri √ȝ (7+√ȝ48) radix erit 2+√ȝ3. Ná hic

Numeri mediales qui.

Radix ligata quæ.

Numerus irrationalis cõpositus, vel diminutus, qui.

Radix Vniuersalis, quæ.

Radix totius numeri compositi, diminutive, quæ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

hic numerus in ſe ductus producit 7+√ȝ48. vt ex ſequentibus patebit. Eſt & aliud genus radicis apud ſcriptores nonnullos, quam Diſtinctam dicunt, in qua videlicet particulæ ſeorſum accipiuntur, non autem earum ſumma. Vt hæc radix, √ȝ16+√ȝ9. quando particulæ per ſe ſumuntur, vt 4. & 3. non autem coniunctim, vt 7. quia ſic eſſet radix Ligata, quam nos ſimpliciter numerum irrationalem compoſitum nominauimus, dicitur radix Diſtincta: & multum differt a Ligata. Nam ſi accipiatur, tanquam Ligata, & in ſe ducatur, fiet numerus 49. At vt Diſtincta, fient numeri 16. & 9. qui ſimul efficiunt 25. duntaxat. Verum proprijs in locis declarabimus, quiſnam ſenſus ſit harum radicum. Variè enim hac de re auctores loquuntur. Et de eiſdem plura inuenies in cap. 24.

Radix Diſtincta, quæ.

DE REDVCTIONE RADICVM ſimplicium ad eandem denominationem. Cap. XVII.

VT radices ſurdæ ſimplices inter ſe poſſint multiplicari, ac diuidi, neceſſe eſt illas, ſi diuerſæ ſint denominationis, ad eandem denominationem reducere. quæ reductio eodem fere modo fit, quo minutiæ diuerſorum denominatorum ad eundem denominatorem reuocantur. Poſitis enim ſignis radicalibus ſub numeris, ad quos pertinent, multiplicandi ſunt ipſi numeri in ſigna radicalia per crucem, vt noui numeri procreentur: Deinde ſigna ipſa inter ſe addenda, hoc eſt, eorum exponentes inter ſe multiplicandi quoque, vt ſignum commune, vel exponens ſigni communis producatur. V.g. hæ duæ radices √ȝ5. & √ce4. ita ad idem ſignum radicale reuocabuntur. Poſitis numeris, ac ſignis, vt dictum eſt, & figura indicat, multiplicandus eſt numerus 5. cubice, propter ſignum ce, vt fiat nouus numerus 125. At numerus 4. zenſicè, propter ſignum ȝ, vt gignatur nouus numerus 16. Deinde addendum ſignum ȝ. ad ce, vt fiat ſignum ȝce. cuius nimirum exponens eſt 6. procreatus ex ductu 2. exponentis ȝ in 3. exponentē ce, vt cap. 2. docuimus. quod ſignum productum ȝce, vtrique numero prius producto præfigendū eſt: ita vt √ȝ5. & √ce4. reducta ſint ad √ȝce125. & √ȝce 16. Quo facto, erit √ȝce 125. æqualis √ȝ5. & √ȝce16. æqualis √ce4. Nam √ȝ5. eſt √ȝce numeri 125. propterea quod √ȝ5. in ſe quadratè efficit 5. & 5. in ſe cubicè facit 125. Eadem ratione √ce4. eſt √ȝce numeri 16. propterea quod √ce 4. in ſe cubicè facit 4. & 4. in ſe quadratè facit 16. quod etiam inde patet. Quoniam √ce, mul-

Qua ratione diuerſæ radices ad eandē denominationem reducantur.

125 16
5 X 4
√ȝ √ce
2 — 3
6

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

a 17. septimi

multiplicans √ȝ. & 5. produxit √ȝce. & 125. [a] erit eadem proportio √ȝce, ad 125. quæ √ȝ, ad 5. Sic quoque, cum √ȝ. multiplicans √ce. & 4. faciat √ȝce, & 16. erit eadem proportio √ȝce, ad 16. quę √ce. ad 4. ac proinde √ȝ5. æqualis erit √ȝce 125. & √ce4. ęqualis √ȝce 16.

Demonstratio reductionis.

VERVM prędicto modo rectè reduci radices ad eandem denominationem, hoc est, in dato exemplo, √ȝ5. esse √ȝce 125. & √ce4. æquiualere √ȝce 16. ita quoque Geometricè ostendemus.

	C. 2.				F. 3.		
	A	B	G		D	E	H
1.	√ȝ5.	5.	125	1.	√ce 4.	4.	16
			K. 6.				

Sit A, radix Zensica numeri B, cuius radicis exponens sit C. Item D, sit radix cubica numeri E, cuius exponens sit F. Ducatur B, quadratus huius numeri √ȝ5. in se cubicè, propter exponentem F, vel signum ce. (ita enim fiet multiplicatio per crucem) vt fiat numerus 125. ita vt B, sit √ce, numeri producti 125. cuius exponens F. Item ducatur E, cubus huius numeri √ce4. in se quadratè, propter signũ ȝ, vel exponentem C, vt fiat numerus 16. ita vt E, sit √ȝ numeri producti 16. cuius exponens C. Postremò ducatur exponens C, in exponentem F, fiatq. numerus K. Dico A, esse √ȝce, nimirum a 6. Et D, √ȝce esse numeri H, ab eodem numero K, denominatam. Cum enim A, sit radix ipsius B, denominata a C, erunt inter B, & vnitatem tot proportiones ęquales proportioni A, ad vnitatem, quot Vnitates sunt in C, nimirum duę, vt cap. 2. explicatum est, & hic perspicuum est, 1. √ȝ5. 5. Item quia B, radix est ipsius G, denominata ab F, erunt eandem ob causam inter G, & vnitatem tot proportiones ęquales proportioni B, ad vnitatem, quot sunt vnitates in F, nimirum tres, vt hic etiam patet. 1. 5. 25. 125. hoc est, inter G, & B, erunt duę proportiones ęquales proportioni B, ad vnitatem: quandoquidem inter G, & vnitatem sunt tres proportiones ęquales proportioni B, ad vnitatem. Cum ergo inter B, & vnitatem sint duę proportiones ęquales proportioni A, ad vnitatem; erunt sex huiusmodi proportiones inter G, & vnitatem, quot videlicet vnitates sunt in K. qui numerus proportionum gignitur ex multiplicatione duarum proportionum inter B, & vnitatem, in tres proportiones inter G, & vnitatem, hoc est, ex C, in F. ac proinde G, erit zensicubus, cuius exponens est 6. hoc est, A, erit √ȝce. numeri G. Non aliter demonstrabimus, D, esse √ȝce. numeri H. Eademq. ratio est de alijs, vt in hoc altero exemplo numerorum rationalium.

		C. 3.				F. 4.	
	A	B	G		D	E	H
1.	2.	8.	4096	1.	3.	81.	531441
			K. 12.				

A, est

A, est √ce. numeri B, denominata a C. At vero D, est √ʒʒ. numeri E, denominata ab F. Ex B, in se zensizensicè, propter exponentem F, fiat G, ita vt B, sit √ʒʒ. numeri 4096. Item ex E, in se cubicè, propter exponentem C, fiat H, ita vt E, sit √ce. numeri H. Ac tandem ex C, in F, fiat K. Dico A, esse √ʒʒce. numeri G, denominatam a K, id est, a numero 12. Et D, esse √ʒʒce. numeri H, denominatam ab eodem numero 12. Cum enim A, sit radix ipsius B, denominata a C; erunt inter B, & vnitatem tot proportiones æquales proportioni A, ad vnitatem, quot vnitates sunt in C, nimirum tres, vt hic patet, 1.2.4.8. Item quia B, radix est ipsius G, denominata ab F; erunt tot proportiones inter G, & vnitatem, quarum quælibet æqualis est proportioni B, ad vnitatem, quot vnitates sunt in F, nimirum quatuor, vt hic patet, 1.8.64.512.4096. hoc est, inter G, & B, erunt tres proportiones æquales proportioni B, ad vnitatem: quandoquidem inter G, & vnitatem sunt quatuor proportiones æquales proportioni B, ad vnitatem. Cum ergo inter B, & vnitatem sint tres proportiones æquales proportioni A, ad vnitatem; erũt inter G, & vnitatem duodecim proportiones æquales proportioni A, ad vnitatem: quot videlicet sunt vnitates in numero K, nimirũ 12. qui numerus proportionum gignitur ex multiplicatione trium proportionum inter B, & vnitatem, in quatuor proportiones inter G, & vnitatem, hoc est, ex C, in F: ac proinde G, erit ʒʒce, cuius exponens est 12. id est, A, erit √ʒʒce. numeri G. Eademq. ratione D, erit √ʒʒce numeri H.

SINT rursus reuocandi duo numeri 6. id est, √o 6. (quod exponens numeri absoluti sit o.) & √ʒʒ 12. Ducantur 6. in se zensizensicè, vt fiant 1296. Sed 12. ducenda non sunt in √o. propter exponentem o. neque 4. exponens ʒʒ. in o, eandem ob causam. Quare 6. & √ʒʒ 12. reducentur ad √ʒʒ 1296. & √ʒʒ 12. Atque ita, quando proponitur numerus absolutus, & radix aliqua, multiplicandus est tantummodo numerus absolutus in se, prout exigit character radicis. Vt in proximo exemplo numerus absolutus 6. ductus est in se zensizensicè, factaq. est reductio ad √ʒʒ 1296. & √ʒʒ 12.

1296   12
6 X 12
√o   √ʒʒ
4

Quo pacto numerus absolutus, & radix reducantur ad eandẽ denominationem.

COMPENDIOSE interdum fieri possunt huiusmodi reductiones, per abiectionem signi radicalis, quando nimirum vterque numerus habet radicem, quam signum radicale indicat. Tunc enim extrahitur illa radix, signumq. eius radicale deletur. Vt si duæ radices, √ce 27. & √ʒʒ 25. reuocandæ sint ad eandem denominationem, extraho ex 25. radicem zensicam 5. cui præpono reliquum signum ʒ, hoc modo. √ʒ 5. Deinde ex 27. extraho radicem cubicam 3. quam multiplico zensice, vt fiat √ʒ 9. Erunt ergo datæ duæ radices reductæ ad has √ʒ 9. & √ʒ 5. Si prius extrahetur radix cubica ex 27. nimirũ 3. deleto signo √ce, remanet numerus absolutus 3. Extracta deinde

Compendium reductionis.

531441   15625
27 X 25
√ce   √ʒʒ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

radice zensica ex 25. quæ est 5. præpono ei reliquum signum ʒ. hoc modo. √ʒ 5. Quia vero prius inuentus est numerus absolutus 3. ducendus est in se zensicè, vt fiat √ʒ 9. atque ita rursus facta est reductio ad √ʒ 9. & √ʒ 5. vt prius. Sine compendio reducerentur ad has duas, √ʒʒce 531441. & √ʒʒce 15625. quæ tandem reducentur ad √ʒ 9. & √ʒ 5. hoc modo. Extraho ex 531441. radicem cubicam 81. & ex hac radicem zensizensicam 3. cui nullum signum radicale præpono, quia numerus habuit √ʒʒce. Deinde ex 15625. eruo radicem cubicam 25. & ex hac radicem zensicam 5. cui præfigo signũ ʒ. quod reliquum est, hoc modo √ʒ 5. quia numerus 5. non habet √ʒ. Quoniam vero prius inuentus est numerus absolutus 3. ducatur 3. in se zensicè, vt fiat √ʒ 9. atque ita reductio facta erit ad √ʒ 9. & √ʒ 5. vt prius. Sic etiam si reducendæ sint √ʒß 1024. & √ʒce 216. Extraho ex 1024. radicem surdesolidam 4. deletoq. charactere ß. manet √ʒ 4. Extracta autem radice zensica ex 4. habebimus 2. Item ex 215. eruo radicem cubicam 6. cui præpono signum ʒ. Sed quia prius habuimus numerum absolutum 2. ducemus 2. in se zensice, vt fiat √ʒ 4. Erunt igitur dictæ radices reductæ ad √ʒ 4. & √ʒ 6. Atque hoc modo fit compendium per abiectionem alicuius signi radicalis.

NONNVNQVAM fieri etiam potest compendium per assumptionem alicuius signi radicalis. Vt si reducendæ sint √ce 2 & √ʒce 6. duco 2. in se zensicè, propter signum ʒ. quod præter ce reperitur in altera radice, facioq. 4. cui præpono ʒ. eritq. facta reductio ad √ʒce 4. & √ʒce 6. Sine compendio fieret reductio, vt hic vides, ad √ʒcece 64. & √ʒcece 216. Et si ex his numeris eruantur radices cubicæ 4. & 6. deleanturq. signa ce. singula ex singulis, facta erit reductio ad √ʒce 4. & √ʒce 6. vt prius. Sic etiam reducentur √ce 2. & √ʒce 8. ad √ʒce 4. & √ʒce 8. si nimirum 2. ducatur in se zensicè, & producto addatur idem signũ radicale ce, præposito insuper signo ʒ.

64 216
2 X 6
√ce √ʒce

Regula reductionis quarundam radicum facilis.

DENIQVE vt alia adhuc exempla ob oculos ponam, quotiescunque in vtraque radice idem character reperitur, reducentur illę radices facile ad eandem denominationem, si numerus minoris denominationis multiplicetur in se secundum exigentiam alterius characteris, qui in maiore denominatione reperitur, & producto addatur character ille, secundum quem facta est multiplicatio. Vt √ʒʒ 9. & √ʒ 4. reducentur ad √ʒʒ 9. & √ʒʒ 16. si nimirum numerus 4. minoris denominationis ducatur in se zensicè, propter characterem ʒ. qui in maiore denominatione præter ʒ. reperitur.

ITEM √ʒce 8. & √ʒ 9. reducentur ad √ʒce 8. & √ʒce 729. si nimirum numerus 9. minoris denominationis ducatur in se cubicè, propter characterem ce, qui præter ʒ. in maiore denominatione continetur.

SIC etiam √ʒʒce 20. & √ʒ 10. reducentur ad √ʒʒce 20. & √ʒʒce 1000000. si nimirum numerus 10. minoris denominationis

ducatur

ducatur in se zensicubicè, propter characterem ʒce. qui præter ʒ. reperitur in maiore denominatione: hoc est, vel prius in se zensicè, & productus 100. in se cubicè: vel prius in se cubicè, & productus 1000. in se zensicè. Vtroque enim modo producitur numerus 1000000.

ITA quoque √ʒce 30. & √ce 15. reducentur ad √ʒce 30. & √ʒce 225. si videlicet numerus 15. minoris denominationis ducatur in se zensicè, & producto 225. præter characterem ce. apponatur quoque character ʒ. & sic de alijs.

ITAQ. maior character semper manet intactus, & solum minor mutatur, assumendo alium characterem præter illum, quem habet; characterem, inquam, secundum cuius exigentiam multiplicatus fuit numerus minoris denominationis, & qui in maiore denominatione reperitur vltra minoris denominationis characterem.

DE MVLTIPLICATIONE, ac Diuisione radicum simplicium. Cap. XVIII.

VT doctrinæ ordo seruetur, agendum erit de multiplicatione, diuisioneq. radicum simplicium ante additionem, subtractionemque, quia sine multiplicatione additio, subtractioq. radicum absolui non potest. Quando ergo duæ radices multiplicandæ, aut diuidendæ sunt eiusdem generis, multiplicantur earum numeri inter se, aut diuiduntur, & producto numero idem signum radicale præponitur.

Multiplicatio, ac diuisio radicum simplicium, quo pacto fiat.

Vt ex ductu √ʒ 7. in √ʒ 10. fit √ʒ 70.
Ex √ʒ 3. in √ʒ 12. fit √ʒ 36. id est, 6.
Ex √ʒ $2\frac{1}{4}$. in √ʒ 8. fit √ʒ 18.
Ex √ce 24. in √ce 10. fit √ce 240.
Ex √ce 4. in √ce 16. fit √ce 64. hoc est, 4.
Ex √ʒʒ 9. in √ʒʒ 8. fit √ʒʒ 72.
Ex √ß 4. in √ß 8. fit √ß 32. id est, 2.
Item ex diuisione √ʒ 70. per √ʒ 7. fit √ʒ 10.
Ex √ʒ 36. per √ʒ 12. fit √ʒ 3.
Ex √ʒ 18. per √ʒ 8. fit √ʒ $2\frac{1}{4}$. hoc est, $\frac{3}{2}$.
Ex √ce 240. per √ce 24. fit √ce 10.
Ex √ce 64. per √ce 4. fit √ce 16.
Ex √ʒʒ 72. per √ʒʒ. 8. fit √ʒʒ 9.
Ex √ß 32. per √ß 8. fit √ß 4.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

QVANDO autem propositæ duæ radices non sunt eiusdem naturæ, reducendæ sunt ad eandem denominationem: deinde multiplicatio, aut diuisio instituenda vt prius.

VT ex ductu √ʒ 8. in $1\frac{1}{2}$. fit √ʒ 18. Nam numerus $1\frac{1}{2}$. Zensicè in se ductus facit √ʒ $2\frac{1}{4}$. hoc est, √ʒ $\frac{9}{4}$. atque ita ex √ʒ 8. in √ʒ $\frac{9}{4}$. fit √ʒ $\frac{72}{4}$. hoc est, √ʒ 18.

EX √ce 2. in √ʒce 6. fit √ʒce 24. Duæ namq. illæ radices reducuntur ad has duas √ʒce 4. & √ʒce 6.

EX √ʒ 5. in √ce 4. fit √ʒce 2000. Nam datæ duæ radices reuocãtur ad has, √ʒce 125. & √ʒce 16.

ITEM ex diuisione √ʒ 18. per $1\frac{1}{2}$. fit √ʒ 8. Numerus enim $1\frac{1}{2}$. ductus in se quadratè facit $2\frac{1}{4}$. cui præponendum est signum ʒ. vt fiat √ʒ $2\frac{1}{4}$. atque ita diuisa √ʒ 18. per √ʒ $2\frac{1}{4}$. hoc est, per √ʒ $\frac{9}{4}$. fit Quotiens √ʒ 8.

EX √ʒce 24. per √ce 2. fit Quotiens √ʒce 6. Nam duæ illæ radices reducuntur ad has √ʒce 24. & √ʒce 4. si nimirum numerus 2. ducatur in se quadratè, & producto 4. præter signum ce, apponatur etiam signum ʒ, vt fiat √ʒce 4. atque ita diuisa √ʒce 24. per √ʒce 4. fit Quotiens √ʒce 6.

EX √ʒce 2000. per √ʒ 5. fit Quotiens √ce 4. Duæ namq. illæ radices reducuntur ad √ʒʒce 4000000. & √ʒʒce 15625. Nam 2000. in se quadratè faciunt 4000000. & 5. in se Zensicubicè faciunt 15625. quibus productis præponitur commune signum ʒʒce. cuius exponens 12. gignitur ex 6. exponente signi ʒce. in 2. exponentem signi ʒ. Atque ita si diuides √ʒʒce 4000000. per √ʒʒce 15625. facies Quotientem √ʒʒce 256. hoc est, √ce 4. Nam √ʒʒ. numeri 256. est 4. cuius √ce, est √ce 4.

EX √ʒ $\frac{3}{4}$. per √ʒ $\frac{7}{8}$. fit Quotiens √ʒ $\frac{24}{28}$. id est, √ʒ $\frac{6}{7}$. Nam ex ductu Quotientis √ʒ $\frac{6}{7}$. in diuisorem √ʒ $\frac{7}{8}$. fit √ʒ $\frac{42}{56}$. hoc est, √ʒ $\frac{3}{4}$. numerus diuisus.

Multiplicatio radicum in se quadratè, cubicè, zensizēsicè, &c.

QVANDO radix aliqua multiplicatur in se quadratè vel cubicè, vel secundum exigentiam alterius signi radicalis, quod gerit, sumendus est ipsemet numerus pro numero producto, deleto signo radicali.

VT √ʒ 4. in se quadratè facit 4. Nam √ʒ 4. in √ʒ 4. facit √ʒ 16. hoc est, 4.

EX √ʒ 18. in se quadratè facit 18. id est, √ʒ 324. quæ est 18.

EX √ce 4 in se cubicè facit 4. Nam √ce 4. in √ce 4. facit √ce 16. & ex √ce 4. in √ce 16. facit √ce 64. hoc est, 4. atque radix cubica huius producti est √ce 4.

SIC √ʒʒ 16. in se zensizensicè facit 16. Nam ex √ʒʒ 16. in √ʒʒ 16. fit √ʒʒ 256. & ex √ʒʒ 256. in se fit √ʒʒ 65536. nimirum 16. quia radix quadrata numeri 65536. est 256. & huius radix quadrata est 16.

AT quando radix aliqua multiplicatur in se secundum exigentiã alterius signi radicalis, ducendus est numerus in se secundum exigentiam alterius huius signi radicalis, ac producto signum radicale

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

cale numeri multiplicati præponendum.

VT ex √ȝ 6. in ſe cubicè fit √ȝ 216. Vnde radix cubica huius producti erit √ȝ 6. Nam ex √ȝ 6. in ſe fit √ȝ 36. & ex √ȝ 6. in √ȝ 36. fit √ȝ 216.

EX √ce 8. in ſe quadratè fit √ce 64. id eſt, 4. Vnde radix quadrata numeri √ce 64. eſt √ce 8. hoc eſt, 2.

EX √ce 6. in ſe quadratè fit √ce 36. Atque ita radix quadrata numeri √ce 36. eſt √ce 6.

EX √ȝce 6. in ſe quadratè fit √ȝce 36. hoc eſt, √ce 6. Nam radix Zenſica numeri 36. eſt 6. & huius radix cubica eſt √ce 6. Vnde radix quadrata numeri √ȝce 36. vel √ce 6. eſt √ȝce 6.

EX √ȝce 6. in ſe cubicè fit √ȝce 216. vel √ȝ 6. quia huius numeri 216. radix cubica eſt 6. & huius radix quadrata eſt √ȝ 6. Itaq. radix cubica numeri √ȝce 216. vel √ȝ 6. eſt √ȝce 6.

EX √ȝȝ 6. in ſe quadratè fit √ȝȝ 36. hoc eſt, √ȝ 6. quia radix quadrata numeri 36. eſt 6. & huius radix quadrata eſt √ȝ 6. Ex quo fit, radicem quadratam numeri √ȝȝ 36. vel √ȝ 6. eſſe √ȝȝ 6. Itaque vt habeatur quadratum alicuius radicis zenſizenſicæ, ſatis eſt, amouere vnum ſignum ȝ. Vt in dato exemplo quadratum √ȝȝ 6. fuit √ȝ 6. Sic etiam quadratum √ȝȝ 8. eſt √ȝ 8. & ſic de cæteris.

Facilis inuẽtio quadrati radicis Zenſizenſicæ.

ITAQ. ſi radix quadrata aliqua ſurda duplanda eſt, multiplicandus eſt eius numerus per 4. Producti namq. √ȝ. eſt dupla radicis datæ. Vt duplum √ȝ 3. erit √ȝ 12. Nam vt √ȝ 3. ducatur in 2. reducendæ ſunt numeri √ȝ 3. & 2. ad eandem denominationem √ȝ 3. & √ȝ 4. &c.

Quo modo radix dupletur, vel tripletur, &c.

SIC etiam ſi duplanda ſit √ce 10. multiplicanda erit per √ce 8. fietq. eius duplum √ce 80. Duo namq. numeri √ce 10. & 2. reuocãdi ſunt ad eandem denominationem, √ce 10. & √ce 8.

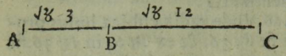
NON aliter radix quæcunque multiplicabitur per 3. 4. 5. &c. ſi dicti numeri multiplicentur zenſicè, vel cubicè, vel zenſizenſicè, ſecundum conditionem nimirum radicis multiplicandæ. Vt √ß 9. triplicabitur, ſi ducatur in √ß 243. vt gignatur √ß 2187. Quadruplicabitur autem, ſi multiplicetur per √ß 1024. vt fiat √ß 9216. quæ quadrupla eſt √ß 9. &c.

HINC facilè cognoſcemus ſummam quotcunque radicum ſurdarum æqualium. Si enim vnà illarum radicum multiplicetur per tot vnitates, quot ſunt radices propoſitæ, gignetur earum ſumma. Vt quinque √ȝ 7. faciunt √ȝ 175. Item quatuor √ce 8. faciunt √ce 512. hoc eſt, 8. Sic decem √ȝce 4. faciunt √ȝce 4000000. Nam redigere quotlibet numeros æquales in vnam ſummã, nihil eſt aliud, niſi vnum illorum numerorum ducere in ipſorum multitudinem. Vt ſumma trium horum numerorum æqualium 12. 12. 12. æqualis eſt numero producto ex 12. in 3. &c.

Summa quotuis radicum æqualium.

RECTE autem fieri multiplicationem radicis in radicem, vt diximus, ſic demonſtrabimus in radicibus quadratis. Sint duæ lineæ, AB, √ȝ 3. & BC, √ȝ 12. Dico √ȝ 36. hoc eſt, radicem quadratam numeri 36. qui fit ex quadrato 3. lineæ AB, in quadratum

Demonſtratio multiplicationis radicum quadratarũ.



12. lineæ BC, eſſe numerum productum ex linea AB, id eſt, ex √ʒ 3. in lineam BC, hoc eſt, in √ʒ 12. Quoniam enim ex Lemmate propoſ. 54. lib. 10. Eucl. rectangulum ſub AB, BC, medio loco proportionale eſt inter quadrata rectarum AB, BC: [a] erit id, quod fit ex 3. quadrato rectæ AB, in 12. quadratum rectæ BC, æquale ei, quod fit ex rectangulo ſub AB, BC, in ſe multiplicato: ideoq. productum ex AB, in BC, radix quadrata erit producti ex 3. quadrato rectæ AB, in 12. quadratum rectæ BC. quod erat demonſtrandum.

a 20. ſept.

Demonſtratio generalis multiplicationis omnium radicum.

IN alijs autem omnibus radicibus, etiam non quadratis, idem hoc modo demonſtrabimus. Sit A, √ʒ. numeri B: & C, √ʒ numeri D: atque ex A, in B, fiat cubus E, vt A, ſit √ce numeri E: Et ex C, in D, fiat cubus F, vt C, ſit √ce numeri F. Item ex A, in E, fiat zenſizenſus G, vt A, ſit √ʒʒ numeri A: Et ex C, in F, fiat zenſizenſus H, vt C, ſit √ʒʒ numeri H. Ac tandem ex A, in C, fiat I: Et ex quadrato B, in quadratum D, fiat quadratus K: Et ex cubo E, in cubum F, fiat cubus L: Et ex Zenſizenſo G, in Zenſizenſum H, fiat Zenſizenſus M. Dico numerum I, productum ex A, √ʒ B, in C, √ʒ D, eſſe √ʒ numeri K, producti ex ʒ B, in ʒ D. Item eundem numerum I, productum ex A, √ce E, in C, √ce F; eſſe √ce numeri L, producti ex ce E, in ce F. Denique eundem numerum I, productum ex A, √ʒʒ G, in C, √ʒʒ H, eſſe √ʒʒ numeri M, producti ex ʒʒ G, in ʒʒ H. Atque ita deinceps, ſi A, & C, in G, & H, ducantur, vt fiant Surdeſolidi; & deinde Zenſicubi, &c.

	M, 1296.	
G 16		H 81
	L, 216	
E 8		F 27
	K, 36	
B 4		D 9
	I, 6	
A 2		C 3

Quoniam enim A, multiplicans A, & C, fecit B, & I; [b] erit B, ad I, vt A, ad C. Item quia C, multiplicans A, & C, fecit I, & D; [c] erit quoque I, ad D, vt A, ad C, hoc eſt, vt B, ad I: ac proinde B, I, D, continuè ſunt proportionales. [d] Igitur idem numerus fiet ex B, in D, qui ex I, in ſe. Fit autem K, ex B, in D. Igitur idem K, fiet ex I, in ſe; hoc eſt, I, erit √ʒ numeri K.

b 17. ſept.
c 17. ſept.
d 20. ſept.

DEINDE quia B, multiplicans A, & D, fecit E, & K; [e] erit E, ad K, vt A, ad D. Item quia C, multiplicans A, & D, fecit I, & F; [f] erit quoque I, ad F, vt A, ad D, hoc eſt, vt E, ad K: ac proinde quatuor nnmeri E, K, I, F, proportionales ſunt. [g] Igitur idem numerus fiet ex E, primo in F, quartum, qui ex I, tertio in K, ſecundum. Factus eſt autem L, cubus ex E, in F. Idem igitur L, fiet ex I, in K, ſuum quadratum: ac proinde I, erit √ce numeri L.

e 17. ſept.
f 17. ſept.
g 19. ſept.

RVRSVS quoniam E, multiplicans A, & F, fecit G, & L; [h] erlt G, ad L, vt A, ad F. Item quia C, multiplicans A, & F, fecit I, & H; [i] erit quoque I, ad H, vt A, ad F, hoc eſt, vt G, ad L: ac proinde quatuor numeri G, L, I, H, proportionales ſunt. [k] Igitur idem numerus fiet ex G, primo in H, quartum, qui ex I, tertio in L, ſecundum. Factus eſt autem M, Zenſizenſus ex G, in H. Idē ergo M, fiet

h 17. ſept.
i 17. ſept.
k 19. ſept.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

fiet ex I, in L, ſuum cubum : ideoq. I, erit √ʒʒ numeri M. & ſic de cæteris. quod erat demonſtrandum.

QVAMVIS autem in exemplo poſiti ſint numeri rationales, idem tamen verum etiam eſt in numeris irrationalibus, vt Franciſcus Maurolicus in ſua Arithmetica ſpeculatiua docuit. quod & in hac formula cernitur, in qua eadem demonſtratio locum habet. Nam quemadmodum propoſitiones lib. 7. Eucl. demonſtratæ ſunt in numeris fractis, ita eædem oſtendentur in numeris ſurdis. V.g. quia A, multiplicans A, & C, fecit B, & I; erit ex defin. 15. lib. 7. tam B, ad A, quam I, ad C, vt A, ad vnitatem. quamuis proportio hæc ſit irrationalis. Igitur erit B, ad A, vt I, ad C: Et permutando B, ad I, vt A, ad C; ac proinde A, multiplicans duos A, & C, fecit duos B, & I, qui eandem proportionem habent, quam multiplicati A, & C. vt vult propoſ. 17. lib. 7. Eademq. ratio eſt de cæteris propoſitionibus lib. 7. Eucl.

	M, 225. vel √ʒ 50625	
G, 9. vel √ʒ 81		H, 25. vel √ʒ 625
	L, √ʒ 3375	
E, √ʒ 27		F, √ʒ 125
	K, 15. vel √ʒ 225	
B, 3. vel √ʒ 9		D, 5. vel √ʒ 25
	I, √ʒ 15	
A, √ʒ 3		C, √ʒ 5

RECTE etiam diuidi radicem per radicem, ſi præceptum traditum ſeruetur, demonſtratione non indiget: quippe cum Quotiens multiplicatus per diuiſorem producat numerum diuiſum. Vt quia √ʒ 15. diuiſa per √ʒ 3. Quotientem facit √ʒ 5. Et √ʒ 5. ducta in √ʒ 3. facit √ʒ 15. vt demonſtratum eſt, dubitandum non eſt, rectè factam eſſe diuiſionem.

IMMO ritè fieri multiplicationem, diuiſionemq. radicum ſurdarum eo modo, quem præſcripſimus, abundè nos docere poſſunt radices rationales: quippe quæ eo modo multiplicatæ, atque diuiſę procreent veros numeros productos, ac Quotientes. Nam ex √ʒ 4. in √ʒ 49. fit √ʒ 196. hoc eſt 14. Et ex diuiſione √ʒ 196. per √ʒ 4. fit Quotiens √ʒ 49. id eſt, 7. Item ex √ce 8. in √ce 27. fit √ce 216. nimirum 6. Et ex diuiſione √ce 216. per √ce 8. fit Quotiens √ce 27. nimirum 3. &c.

L E M M A.

VTRVM duæ radices ſurdæ commenſurabiles ſint nec ne; & quam proportionem inter ſe habeant, cognoſcere.

DIVIDATVR vna radix per alteram. Si enim Quotiens fuerit ratio-

An duæ radices sint commensurabiles, & quam habeant proportionẽ; quo pacto cognoscatur.

rationalis, ipsæ radices cõmensurabiles erunt, proportionẽq. habebunt inter se, quã Quotiens ad vnitatẽ. Vel si Quotiens est minutia, quam numerator minutiæ ad denominatorem. Vt quoniam si diuidatur √ȝ 12. per √ȝ 3. fit Quotiens √ȝ 4. hoc est, 2. erunt √ȝ 12. & √ȝ 3. commensurabiles, habebuntq. proportionem duplam, nimirum 2. ad 1.

SIC etiam diuisa √ȝ 3. per √ȝ 12. fit Quotiens √ȝ $\frac{3}{12}$. vel √ȝ $\frac{1}{4}$. hoc est, $\frac{1}{2}$. Sunt ergo √ȝ 3. & √ȝ 12. commensurabiles, earumq. proportio eadem est, quæ $\frac{1}{2}$. ad 1. hoc est 1. ad 2. numeratoris ad denominatorem. Nam per propos. 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Eucl. eadem est proportio numeratoris minutiæ cuiusuis ad eiusdẽ denominatorem, quæ ipsius minutiæ ad vnitatem.

ITEM √ȝ 18. & √ȝ 8. commensurabiles erunt, proportionemq. habebunt, quam 3. ad 2. nimirum sesquialteram. quod maiore diuisa per minorem, Quotiens fit √ȝ 2$\frac{1}{4}$. vel √ȝ $\frac{9}{4}$. hoc est, $\frac{3}{2}$. Diuisa autem √ȝ 8. per √ȝ 18. fit Quotiens √ȝ $\frac{4}{9}$. hoc est $\frac{2}{3}$. Sunt ergo √ȝ 8. & √ȝ 18. commensurabiles, proportionemq. habent, quam 2. ad 3.

RVRSVS commensurabiles erunt √ȝ 75. & √ȝ 48. Nam diuisa illa per hanc, fit Quotiens √ȝ 1$\frac{9}{16}$. vel √ȝ $\frac{25}{16}$. id est, $\frac{5}{4}$. proportionem autem habebunt, quam 5. ad 4.

ITA quoque reperientur esse commensurabiles √ȝ 9. & √ȝ 4. proportionemq. habere, quam 3. ad 2.

PRAETEREA √ce 320. & √ce 135. commensurabiles sunt: quia illa per hanc diuisa, fit Quotiens √ce 2$\frac{10}{27}$. vel √ce $\frac{64}{27}$. id est, $\frac{4}{3}$. estq. earum proportio sesquitertia, nimirum 4. ad 3.

EADEM ratione commensurabiles sunt √ce 162. & √ce 2058. habentq. proportionem, quam 7. ad 3. nimirum duplam sesquitertium, si maior cum minore conferatur. Diuisa namq. maiore per minorem, fit Quotiens √ce 12 $\frac{19}{27}$. vel √ce $\frac{343}{27}$. hoc est, $\frac{7}{3}$.

COMMENSVRABILES quoque sunt √ce 6000. & √ce 2058. habentq. proportionem, quem 10. ad 7. Diuisa enim priore per posteriorem, fit Quotiens √ce 2$\frac{314}{343}$. vel √ce $\frac{1000}{343}$. hoc est, $\frac{10}{7}$.

NON secus commensurabiles eruut √ȝȝ 3888. & √ȝȝ 243. quia ex diuisione prioris per posteriorem fit Quotiens √ȝȝ 16. hoc est 2. Habent ergo proportionem duplam.

EODEM modo commensurabiles erunt √ȝȝ 19683. & √ȝȝ 243. habebuntq. proportionem triplam. quia ex diuisione prioris per posteriorem prodit Quotiens √ȝȝ 81. hoc est, 3.

DENIQVE commensurabiles etiam erunt √ȝȝ 19683. & √ȝȝ 3888. proportionemq. habebunt sesquialteram. quia ex diuisione fit Quotiens √ȝȝ 5 $\frac{1}{16}$. vel √ȝȝ $\frac{81}{16}$. id est, $\frac{3}{2}$.

IAM vero si ex diuisione gignatur numerus surdus, vel irrationalis, radices incommensurabiles erunt, proportionemq. habebunt irrationalem. Cuiusmodi sunt √ȝ 48. & √ȝ 8. quia ex diuisione oritur Quotiens √ȝ 6. irrationalis, cum 6. non habeat radicem quadratam: habent tamen proportionem, quam √ȝ. 6. ad 1.

INCOMMENSVRABILES quoque erunt √ce 32. & √ce 18. Nam

ex

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ex diuiſione gignitur Quotiens √ce $1\frac{7}{9}$. vel √ce $\frac{16}{9}$. qui licet habeat radicem quadratam $\frac{4}{3}$. cubicam tamen non habet. Erit autem earũ proportio eadem, quæ √ce 16. ad √ce 9. vel √ce $\frac{16}{9}$. ad 1.

QVANDO radices ſunt diuerſorum generum, reducendæ prius ſunt ad eandem denominationem. Vt ſi dentur √ʒce 64. & √ce 27. Reductis ad eandem denominationem, nimirum ad √ʒce 64. & √ʒce 729. ſi poſterior per priorem diuidatur, fit Quotiens √ʒce $11\frac{25}{64}$. hoc eſt, √ʒce $\frac{729}{64}$. id eſt, $\frac{3}{2}$. ſunt ergo √ʒce 64. & √ce 27. commenſurabiles, habetq. poſterior ad priorem proportionem, quam 3. ad 2.

EST Lemma hoc perneceſſarium ad radicum additionem, ſubtractionemque, de qua in duabus propoſitionibus ſequentibus.

DE ADDITIONE RADICVM ſimplicium. Cap. XIX.

Additio radicũ æqualiũ.

QVANDO addendæ ſunt inter ſe duæ, vel plures radices æquales, multiplicanda eſt vna earum per 2. vel 3. aut 4. &c. prout radices fuerint 2. vel 3. aut 4. &c. Productus enim numerus erit ſumma illarum radicum, vt cap. præcedenti diximus. Vt ſumma ex √ʒ 6. & √ʒ 6. collecta eſt √ʒ 24. Nam √ʒ 6. duplicata, hoc eſt, multiplicata per √ʒ 4. facit √ʒ 24. Item √ce 6. √ce 6. √ce 6. faciunt √ce 162. propterea quod √ce 6. triplicata, id eſt, multiplicata per √ce 27. facit √ce 162. & ſic de alijs.

Additio radicum incõmenſurabilium.

QVANDO autem duæ radices inæquales eiuſdem ſpeciei addẽdæ inter ſe ſunt, experiendum prius eſt, per Lemma præcedens, an ſint commenſurabiles, an vero incommenſurabiles: idemq. faciendum eſt, ſi radices ſint diuerſarum denominationum, poſtquam ad eandem denominationem fuerint reuocatæ. Et ſi quidem deprehendentur eſſe incommenſurabiles, non poterunt in vnam ſummam colligi, ita vt ex illis vna radix ſimplex conficiatur, ſed addendæ ſunt per interpoſitionem ſigni additorum +. Vt ex √ʒ 6. & √ʒ 11. fit ſumma √ʒ 6 + √ʒ 11. Vel √ʒ 11 + √ʒ 6. Item ex 8. & √ʒ 7. fit ſumma 8 + √ʒ 7. vel √ʒ 7 + 8. Sic ex √ce 9. & √ce 20. fit ſumma √ce 9 + √ce 20.

Additio radicum quadratarũ per propoſ. 4. lib. 2. Eucl.

RADICES tamen quadratæ incommenſurabiles addi inter ſe poſſunt, hoc etiam modo. Ad ſummam quadratorum addatur duplum eius, quod fit ex vna radice in aliam. Summæ enim huius collectæ radix quadrata erit ſumma propoſitarum duarum radicum. Sint addendæ √ʒ 6. & √ʒ 11. Quadrati numeri 6. & 11. faciunt 17. Et ex √ʒ 6. in √ʒ 11. fit √ʒ 66. cuius duplum eſt √ʒ 264. Summa ergo ex √ʒ 6. & √ʒ 11. collecta erit radix quadrata huius aggregati 17 + √ʒ 264. nimirum √ʒ (17 + √ʒ 264) Ratio huius operationis ex

propoſ.4.lib.2.Eucl. colligitur. Nam ſi linea aliqua recta diuiſa ſit in √ʒ 6. & √ʒ 11. erunt duo quadrata harum partium 6. & 11. quibus ſi addatur productum ex √ʒ 6 in √ʒ 11. bis, fiet totum quadratū totius lineæ binomium hoc, 17 + √ʒ 264. Huius ergo radix quadrata, nimirum √ʒ (17 + √ʒ 264) erit ſumma quæſita, ex √ʒ 6. & √ʒ 11. collecta. Quo pacto autem ex binomijs radix quadrata ſit extrahenda, quando res exigit, & ratio poſtulat, cap.27.dicemus: quæ tamen hic inuenietur eſſe √ʒ 11 + √ʒ 6. quæ non differt a ſumma radicum propoſitarum, ſi per ſignum + copulentur. Hæc autē ratio addendi in numeris rationalibus euidens quoque eſt. Sint enim addendæ √ʒ 4. & √ʒ 9. vbi manifeſtum eſt, ſummam collectā eſſe 5. Quadrati 4. & 9. faciunt 13. Et ex √ʒ 4. in √ʒ 9. fit √ʒ 36. cuius duplum eſt √ʒ 144. Summa ergo ex √ʒ 4. & √ʒ 9. collecta, erit radix quadrata huius aggregati 13 + √ʒ 144. nimirum √ʒ (13 + √ʒ 144). Conſtat autem, 13. cum √ʒ 144. id eſt, cum 12. conficere 25. cuius radix quadrata eſt 5.

IMMO hoc etiam artificio addi poſſunt radices quadratæ commenſurabiles, ſed ſemper producetur radix ſimplex in ſumma. Vt ſi addendæ ſint √ʒ 3. & √ʒ 12. Diuiſa hac per illam, fit Quotiens √ʒ 4. rationalis: ac proinde commenſurabiles ſunt. Ergo ſi earum quadrati 3. & 12. in vnam ſummam colligantur, fit numerus 15. Et ſi vna radix in alteram ducatur, fit numerus √ʒ 36. cuius duplum √ʒ 144. cum 15. facit 15 + √ʒ 144. Huius igitur radix quadrata, nimirum √ʒ (15 + √ʒ 144) hoc eſt, √ʒ 27. ſumma erit collecta ex √ʒ 3. & √ʒ 12.

Additio radicum cōmenſurabilium.

AT verò ſi radices cuiuſcunque generis addendæ fuerint inuentę commenſurabiles, hoc eſt, ſi diuiſa vna per alteram, Quotiens fuerit rationalis ſiue integer, ſiue fractus, aut integer cum fracto, & ſi quidem integer, ſubſcripta vnitate, vt fiat fractio: ita agemus. Quam proportionem multiplicem habet ſumma ex numeratore, ac denominatore collecta ad 1. eam quoque habebit ſumma propoſitarum radicum ad talem partem minoris radicis, qualis pars eſt 1. minoris numeri fractionis. Quare ſi talis pars ſumatur ex minore radice, eaq. multiplicetur per denominatorem proportionis illius multiplicis, procreabitur ſumma propoſitarum radicum. Item quā proportionem multiplicem habet ſumma ex numeratore, ac denominatore collecta ad 1. eam quoque habebit ſumma propoſitarum radicum ad talem partem maioris radicis, qualis pars eſt 1. maioris numeri fractionis. Quare ſi talis pars ex maiore radice accipiatur, eaq. ducatur in denominatorem proportionis illius multiplicis, producetur propoſitarum radicum ſumma.

Vt ſi addendæ ſint √ʒ 8. & √ʒ 18. Ex diuiſione maioris per minorem fit Quotiēs rationalis √ʒ $2\frac{1}{4}$. ſiue √ʒ $\frac{9}{4}$. hoc eſt, $\frac{3}{2}$. Quia igitur ſumma numerorum fractionis $\frac{3}{2}$. nimirum 5. ad 1. ſemiſſem minoris numeri fractionis, proportionem habet quintuplam, habebit quoque quintuplam proportionem ſumma datarum radicum ad ſemiſſem minoris radicis. Eſt autem √ʒ 2. ſemiſſis minoris radicis

√ʒ 8.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

√℞ 8. Diuiſa namq. √℞ 8. per 2. hoc eſt, per √℞ 4. fit Quotiens √℞ 2. Quamobrem ſi √℞ 2. multiplicetur per 5. denominatorem proportionis quintuplæ, hoc eſt, per √℞ 25. gignetur √℞ 50. ſumma ex √℞ 8. & √℞ 18. collecta.

ITEM quia ſumma numerorum fractionis $\frac{3}{2}$. id eſt, 5. ad 1. tertiam partem maioris numeri fractionis proportionem habet quintuplam, eandem habebit ſumma radicum propoſitarum ad tertiam partem maioris radicis. Eſt autem √℞ 2. tertia pars maioris radicis √℞ 18. Diuiſa namq. √℞ 18. per 3. hoc eſt, per √℞ 9. fit Quotiens √℞ 2. Si igitur √℞ 2. ducatur in 5. denominatorem quintuplæ proportionis, id eſt, in √℞ 25. procreabitur eadem ſumma √℞ 50.

EADEM ſumma conflabitur, ſi minor radix, √℞ 8. diuidatur per maiorem √℞ 18. Fiet enim Quotiens √℞ $\frac{4}{9}$. hoc eſt, $\frac{2}{3}$. Ergo rurſus quemadmodum 5. ſumma numerorum fractionis $\frac{2}{3}$. ad 1, tertiam partem maioris numeri fractionis habet proportionem quintuplã, ita quoque eandem habebit ſumma radicum propoſitarum ad tertiã partem maioris radicis, √℞ 18. hoc eſt, ad √℞ 2. Item quemadmodum 5. ſumma numerorum fractionis $\frac{2}{3}$. ad 1. ſemiſſem minoris numeri fractionis, proportionem habet quintuplam, ita quoque eandem habebit ſumma radicum √℞ 8. & √℞ 18. ad ſemiſſem minoris radicis, √℞ 8. nimirum ad √℞ 2. &c.

RVRSVS ſint addendæ √℞ 3. & √℞ 12. Diuiſa maiore per minorem, fit Quotiens √℞ 4. hoc eſt 2. Suppoſita ergo vnitate, vt fiat fractio $\frac{2}{1}$. quoniam ſumma 3. numerorum huius fractionis ad 1. proportionem habet triplam, eſtq. 1. æqualis minori numero fractionis 1. habebit quoque ſumma datarum radicum ad minorem radicem √℞ 3. proportionem triplam. Quare ſi √℞ 3. minor radix ducatur in 3. denominatorem proportionis triplæ, nimirum in √℞ 9. fiet ſumma √℞ 27.

ITEM quia prædicta ſumma 3. numerorum fractionis $\frac{2}{1}$. ad 1. proportionem habet triplam, eſtq. 1. ſemiſſis maioris numeri 2. fractionis, habebit quoque ſumma radicum propoſitarum ad ſemiſſem maioris radicis √℞ 12. hoc eſt, ad √℞ 3. proportionem triplam. Si igitur √℞ 3. ſemiſſis videlicet maioris radicis, ducatur in 3. denominatorem proportionis triplæ, id eſt, in √℞ 9. producetur eadẽ ſumma √℞ 27.

Demonſtratio additionis radicum cõmenſurabilium.

DEMONSTRATIO huiuſce rei eſt, quod datis quatuor numeris proportionalibus, ita ſe habeat ſumma priorum duorum ad maiorem vel minorem ipſorum, vt ſumma duorum poſteriorum ad maiorem, vel minorem ipſorum. Item ita ſumma priorum duorum ad quamlibet partem maioris, vel minoris, vt ſumma duorum poſteriorum ad ſimilem partem maioris, vel minoris. Vt datis numeris 6.4. & 18.12. proportionalibus: erit componendo, vt 10. ad 4. ita 30. ad 12. Et per conuerſionem rationis, vt 10. ad 6. ita 30. ad 18. Quia vero eſt quoque vt 4. ad 1. quartam partem, ita 12. ad 3. quartam partem: erit ex æquo, vt 10. ad 1. ita 30. ad 3. Item quia eſt quoque, vt 6. ad 1. ſextam partem, ita 18. ad 3. ſextam partẽ: erit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

quoque ex æquo, vt 10. ad 1. ita 30. ad 3. Cum ergo ex diuisione vnius radicis per aliam gignatur denominator proportionis vnius ad alteram, ita vt eadem proportio sit vnius ad alteram, quæ numeratoris fractionis ad denominatorem; (supposita 1. quando Quotiens est numerus integer) manifesta euadit ratio additionis radicum. Et sane admiratione dignum est, additionem fieri præcisam in ijs, quæ præcisam, & cognitam quantitatem non habent.

HINC fit, summam quoque ex duabus radicibus commensurabilibus colligi, si per denominatorem proportionis, quam habet summa numerorum fractionis $\frac{3}{2}$. nimirum 5. ad maiorem fractionis numerum 3. vel ad minorem 2. hoc est, per $\frac{5}{3}$. vel per $\frac{5}{2}$. multiplicetur maior radix √ʒ 18. vel minor, √ʒ 8. Ita vides ex √ʒ 18. in $\frac{5}{3}$. hoc est, in √ʒ $\frac{25}{9}$. Vel ex √ʒ 8. in $\frac{5}{2}$. id est, in √ʒ $\frac{25}{4}$. gigni √ʒ 50. vt prius.

SINT rursus addendæ √ʒ 72. & √ʒ 18. Diuisa illa per hanc, fit Quotiens √ʒ 4. hoc est, 2. & supposita 1. fit $\frac{2}{1}$. denominator proportionis duplæ. Sicut igitur summa 3. ad 1. habet proportionem triplam, ita quoque summa duarum radicum ad minorem √ʒ 18. tripla erit. Si ergo ducatur √ʒ 18. in 3. id est, in √ʒ 9. fiet √ʒ 162. pro summa radicum √ʒ 72. & √ʒ 18. Item sicut eadem summa 3. numerorum fractionis $\frac{2}{1}$. ad 2. habet proportionem sesquialteram, cuius denominator est $\frac{3}{2}$. ita quoque summa quæsita erit ad maiorem radicem √ʒ 72. sesquialtera. Si ergo √ʒ 72. ducatur in $\frac{3}{2}$. id est, in √ʒ $\frac{9}{4}$. producetur eadem summa √ʒ 162.

Pulchra ratio addendi radices commensurabiles.

POSSVNT etiam addi radices commensurabiles percommode per regulam auream, & in idem res recidet. Cum enim in primo exemplo sit, vt 5. summa numerorum fractionis $\frac{3}{2}$. ad minorem numerum 2. vel ad maiorem 3. ita summa radicum ad radicem minorem, vel maiorem, vt ostendimus: erit conuertendo quoque, vt 2. vel 3. ad summam 5. ita minor radix, vel maior ad radicum summam. Si ergo fiat,

Vt 2. ad 5. ita √ʒ 8. ad aliud. Vel

Vt 3. ad 5. ita √ʒ 18. ad aliud: procreabitur summa √ʒ 50. vt prius.

In postremo autem exemplo, in quo denominator proportionis fuit $\frac{2}{1}$. si fiat,

Vt 1. ad 3. ita √ʒ 18. ad aliud. Vel

Vt 2. ad 3. ita √ʒ 72. ad aliud: gignetur summa √ʒ 162. quæ prius.

SINT rursus addendæ √ʒ 2. & √ʒ 8. Ex diuisione √ʒ 8. per √ʒ 2. fit Quotiens rationalis √ʒ 4. id est, 2. & supposita 1. fit $\frac{2}{1}$. Si ergo fiat,

Vt 1. ad 3. ita √ʒ 2. ad aliud. Vel

Vt 2. ad 3. ita √ʒ 8. ad aliud: colligetur summa √ʒ 18.

Sint quoque addendæ √cе 162. & √cе 2058. Diuisa maiore radice per minorem, fit Quotiens rationalis √cе 12 $\frac{19}{27}$. vel √cе $\frac{343}{27}$. hoc est, $\frac{7}{3}$. Si igitur fiat,

Vt 3.

Vt 3. ad 10. ita √ce 162. ad aliud. Vel,

Vt 7. ad 10. ita √ce 2058. ad aliud: reperietur summa √ce 6000.

ITEM addendæ sint √ce 8. & √ce 27. qui numeri rationales sunt. Ex diuisione √ce 27. per √ce 8. fit Quotiens rationalis √ce $3\frac{3}{8}$. vel √ce $\frac{27}{8}$. hoc est, $\frac{3}{2}$. Si ergo fiat,

Vt 2. ad 5. ita √ce 8. ad aliud. Vel

Vt 3. ad 5. ita √ce 27. ad aliud: prodibit summa √ce 125. hoc est 5.

RVRSVS addendæ sint √zz 243. & √zz 3888. Proportio est $\frac{2}{1}$. Si ergo fiat,

Vt 1. ad 3. ita √zz 243. ad aliud. Vel

Vt 2. ad 3. ita √zz 3888. ad aliud: exurget summa √zz 19683.

POSTREMO sint addendæ √z 4. & √ce 27. qui numeri sunt rationales. Reductis hisce radicibus ad eandem denominationem, vt ad √zce 64. & √zce 729. Ex diuisione maioris per minorem fit Quotiens rationalis √zce $\frac{729}{64}$. hæc est, $\frac{3}{2}$. Si igitur fiat,

Vt 2. ad 5. ita √zce 64. ad aliud. Vel

Vt 3. ad 5. ita √zce 729. ad aliud: procreabitur summa √zce 15625 hoc est, 5.

ADDI quoque possunt radices commensurabiles hoc modo. Diuisa maiore radice per minorem, addatur Quotienti rationali vnitas. Si namq. numerus conflatus ducatur in minorem radicem, procreabitur summa quæsita. Nam si Quotiens ducatur in minorem radicem, id est, in diuisorem, producetur maior radix, quæ diuisa fuit: Et si vnitas ducatur in eundem diuisorem, id est, in minorem radicem, producetur minor radix: atque adeo duo producti summã duarum radicum conficient. Cum ergo, per theor. 1. ad propos. 14. lib. 9. Eucl. quod respondet propos. 1. lib. 2. idem numerus fiat ex minore radice in summam ex Quotiente, & vnitate collectam, qui ex eadem radice minore in Quotientem, & in vnitatem fiunt seorsum; producetur quoque summa duarum radicum datarum ex minore radice in summam ex Quotiente, & vnitate collectam. *Alia ratio pulchra addendi radices commensurabiles.*

SINT enim addendæ √z 8. & √z 18. Diuisa maiore per minorẽ, fit Quotiens rationalis √z $2\frac{1}{4}$. id est, $\frac{3}{2}$. & addita 1 fit $\frac{5}{2}$. Et quoniã ex $\frac{5}{2}$. in √z 8. fit √z 50. erit √z 50. summa duarum radicum √z 8. & √z 18.

ITEM sint addendæ √ce 162. & √ce 2058. Ex diuisione nascetur Quotiens rationalis $\frac{7}{3}$. & addita 1. fit numerus $\frac{10}{3}$. qui ductus in √ce 162. gignit √ce 6000. summam duarum radicum propositarum.

QVANDO duæ radices, vel plures, per vnam aliquam eiusdem generis radicem diuidi possunt, ita vt Quotientes sint rationales, coniungentur in vnam summam, si summa Quotientum ducatur in communem illam radicem diuidentem. Productus enim numerus erit summa quæsita. Nam cum, per theorema proxime citatum, numerus, qui fit ex radice diuidente in Quotientum summam, æqualis sit ijs, qui ex eadem diuidente radice fiunt in singulos Quotientes, hoc est, omnibus simul radicibus propositis; liquidò constat, *Addere plures radices habẽtes communẽ mensurã vnam radicẽ eiusdẽ generis*

ex

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ex radice diuidente in summam Quotientum gigni summam radicum propositarum.

Vt si addendæ sint √ʒ 8. & √ʒ 18. Si vtraque diuidatur per √ʒ 2. producentur Quotientes rationales √ʒ 4. & √ʒ 9. hoc est 2. & 3. quorum summa 5. si ducatur in communem diuisorem, id est, in √ʒ 2. procreabitur summa √ʒ 50.

ITEM sint addendæ √ʒ 8. √ʒ 50. & √ʒ 72. si diuidantur singulæ per √ʒ 2. fient Quotientes rationales, √ʒ 4. √ʒ 25. & √ʒ 36. hoc est, 2. 5. & 6. quorum summa 13. ducta in √ʒ 2. communem diuisorem, producet summam √ʒ 338.

SINT tandem addendæ √ʒ 8. √ʒ 32. & √ʒ 48. Diuidantur singulæ per √ʒ 2. fiunt Quotientes √ʒ 4. √ʒ 16. & √ʒ 24. quorum priores duo sunt rationales, nimirum 2. & 4. at posterior irrationalis. Non ergo hoc modo in vnam colligi summam poterunt, sed solum duæ priores facient summam √ʒ 72. atque ita ex omnibus tribus fiet summa √ʒ 72 + √ʒ 48.

DE SVBTRACTIONE radicum simplicium. Cap. XX.

Subtractio radicis ab æquali radice.

Subtractio radicũ inæqualium.

QVANDO radix aliqua a radice æquali subtrahitur, nihil relinquitur. Vt √ʒ 12. a √ʒ 12. Item √ce 100. a √ce 100. subtracta relinquit √ʒ 0. vel √ce 0.

QVOD si radices fuerint incommensurabiles, (quando nimirum, diuisa maiore per minorẽ, Quotiens est irrationalis) non poterit fieri subtractio, nisi per signum subtractorum —. Vt √ʒ 3. ex √ʒ 10. relinquit √ʒ 10—√ʒ 3. Item √ce 20. ex √ce 50. relinquit √ce 50—√ce 20.

Subtractio radicũ quadratarũ per propos. 7. lib. 2. Eucl.

QVANDO tamen radices sunt quadratæ, & incommensurabiles, poterit minor a maiore subtrahi hoc etiam modo. A summa quadratorum subducatur, quod ex vna radice in aliam bis fit. Radix enim quadrata eius, quod relinquitur, erit residuum subtractionis. Sit subtrahenda √ʒ 12. a √ʒ 20. Quadrati numeri 12. & 20. faciunt 32. Et ex √ʒ 12. in √ʒ 20. fit √ʒ 240. cuius duplum √ʒ 960. detractum ex summa quadratorum relinquit 32—√ʒ 960. Radix ergo quadrata huius relicti, nimirum √ʒ (32—√ʒ 960.) erit id, quod relinquitur, detracta √ʒ 12. ex √ʒ 20. Huius operationis ratio ex propos. 7. lib. 2. Eucl. colligitur. Nam si tota aliqua linea sit √ʒ 20. quæ secetur ita, vt vna pars sit √ʒ 12. erunt duo quadrati numeri 20. & 12. nimirum 32. æquales numero √ʒ 960. qui fit bis ex √ʒ 12. in √ʒ 20. vnà cum quadrato reliquæ partis lineæ. Si ergo numerus, qui fit bis ex √ʒ 12. in √ʒ 20. dematur ex 32. summa quadratorum, reliquum fiet quadratum reliquæ partis lineæ. Igitur quadratum huius partis erit 32—√ʒ 960. Ac proinde residuum, quod relinquitur

tur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

tur post subtractionem √ʒ 12. ex √ʒ 20. erit √ʒ (32—√ʒ 960.) Quo pacto autem radix quadrata, quando res exigit, ex Apotomis, siue Residuis sit extrahenda, dicemus cap. 27. quæ tamen hic erit √ʒ 20 —√ʒ 12. non differens a residuo, si √ʒ 12. a √ʒ 20. subtrahatur per interpositionem signi —. Verum hæc ratio subtrahendi perspicua, quoque est in numeris rationalibus. Sit enim auferenda √ʒ 4. a √ʒ 49. vbi liquido constat, residuum esse 5. Quadrati 4. & 49. efficiunt 53. Et ex √ʒ 4. in √ʒ 49. fit √ʒ 196. cuius duplum √ʒ 784. ablatum ex 53. summa quadratorum relinquit 53—√ʒ 784. ac proinde residuum quæsitum erit √ʒ (53—√ʒ 784.) Constat autem, esse 53 —√ʒ 784. hoc est, 53—28. eam 25. cuius radix quadrata est 5.

IMMO hoc eodem artificio subtrahi poterit radix quadrata a radice quadrata, si fuerint commensurabiles: sed tunc residuum erit radix simplex. Vt si subducenda sit √ʒ 3. a √ʒ 27. Diuisa hac per illam, fit Quotiens √ʒ 9. rationalis, ac proinde commensurabiles sunt. Summa quadratorum 3. & 27. est 30. a qua si dematur √ʒ 324. nimirum duplum eius, quod fit ex √ʒ 3. in √ʒ 27. remanebunt 30 —√ʒ 324. Igitur √ʒ (30 —√ʒ 324.) hoc est, √ʒ 12. erit residuum subtractionis.

Subtractio radicum commensurabiliũ.

SI autem radices cuiuscunqne generis propositæ fuerint cõmensurabiles, hoc est, si diuisa maiore per minorem, Quotiens fuerit rationalis, ita tamen, vt si fuerit numerus integer, ei supponatur vnitas, vt fiat fractio, ita agemus. Quam proportionem habet numerus, qui relinquitur, detracto denominatore fractionis ex numeratore, hoc est, quam habet differentia numerorum fractionis ad 1. eam quoque habebit residuum post detractionem minoris radicis ex maiore ad talem partem minoris, qualis pars est 1. denominatoris fractionis: vel eam quoque proportionem habebit dictum residuum ad talem partem maioris radicis, qualis pars est 1. numeratoris fractionis. Quocirca si talis pars capiatur ex minore radice, vel maiore, eaq. per denominatorem proportionis illius multiplicetur, producetur residuum, quod quæritur.

SIT subtrahenda √ʒ 8. ex √ʒ 50. Ex diuisione maioris per minorem, fit Quotiens rationalis √ʒ $\frac{25}{4}$. hoc est, $\frac{5}{2}$. Quia ergo differentia numerorum fractionis $\frac{5}{2}$. est 3. quòd detracto denominatore 2. ex numeratore 5. remaneant 3. quæ differentia ad 1. semissem minoris numeri fractionis, vel quintam partem maioris numeri fractionis, proportionem habet triplam: habebit quoque residuum, quod relinquitur, dempta √ʒ 8. ex √ʒ 50. ad semissem minoris radicis, nimirum ad √ʒ 2. vel ad quintam partem maioris radicis, videlicet ad √ʒ 2. proportionem triplam. Si igitur √ʒ 2. ducatur in 3. hoc est, in √ʒ 9. producetur residuum √ʒ 18. quod desideratur.

IDEM residuum habebitur, si minor radix √ʒ 8. diuidatur per maiorem √ʒ 50. Fiet enim Quotiens √ʒ $\frac{4}{25}$. hoc est, $\frac{2}{5}$. Rursus ergo, quemadmodum 3. differentia numerorum fractionis ad 1. semissem minoris numeri fractionis, vel ad quintam partem maioris numeri fractionis proportionem habet triplam: ita quoque differentia

rentia duarum radicum propositarum triplam habebit proportioné ad semissem minoris radicis, vel ad quintam partem maioris, videlicet ad √ȝ 2. Quare triplum √ȝ 2. nimirum √ȝ 18. erit differentia datarum radicum, id est, residuum post detractionem √ȝ 8. ex √ȝ 50. Demonstratio eadem est, quæ supra in additione adducta est.

HINC fit, residuum quoque produci, si per denominatoré proportionis, quam habet differentia numerorum fractionis, hoc est, reliquus numerus, dempto minore fractionis numero ex maiore, ad maiorem numerum fractionis, vel ad minorem, nimirum in proposito exemplo per $\frac{3}{5}$. vel $\frac{3}{2}$. (nam $\frac{3}{5}$. est denominator proportionis, quam habet differentia numerorum fractionis, ad 5. maiorem numerum fractionis: At $\frac{3}{2}$. denominator est proportionis, quam eadem differentia 3. habet ad minorem numerum fractionis) multiplicetur maior radix, vel minor. Ita vides ex ductu √ȝ 50. in $\frac{3}{5}$. vel ex ductu √ȝ 8. in $\frac{3}{2}$. gigni residuum √ȝ 18. idem, quod prius.

Pulchra ratio subtrahēdi radices commēsurabiles.

SVBTRACTIO quoque radicum commensurabilium commodissimè fieri potest per regulam auream. Cum enim sit, vt differentia numerorum fractionis ad maiorem, vel minorem eiusdem fractionis numerum, ita residuum, quod quæritur, ad radicem maiorem, vel minorem: Et conuertendo, vt maior numerus fractionis, vel minor, ad differentiam numerorum fractionis, ita maior radix, vel minor ad residuum subtractionis; Si in dato exemplo fiat:

Vt 5. ad 3. ita √ȝ 50. ad aliud, Vel

Vt 2. ad 3. ita √ȝ 8. ad aliud, producetur residuum quæsitum √ȝ 18.

SIC etiam si subtrahenda sit √cꝛ 162. ex √cꝛ 6000. Diuisa hac per illam, fit Quotiens rationalis √cꝛ $\frac{1000}{27}$. id est, $\frac{10}{3}$. vbi differentia numerorum fractionis est 7. Si ergo fiat,

Vt 10. ad 7. ita √cꝛ 6000. ad aliud. Vel

Vt 3. ad 7. ita √cꝛ 162. ad aliud, gignetur residuum desideratum √cꝛ 2058.

Alia ratio pulchra subtrahendi radices cōmensurabiles.

SVBTRAHI etiam potest radix a radice, si sint commensurabiles, hac ratione. Diuisa maiore per minorem, dematur vnitas ex Quotiente rationali. Si namq. reliquus numerus in minorem radicem ducatur, prodibit residuum quæsitum. Nam si totus Quotiens in minorem radicem, id est, in diuisorem ducatur, producetur maior radix, quæ diuisa fuit. Cum ergo vnitas in minorem radicem faciat minorem radicem; liquido constat, si Quotiens, dempta prius vnitate, ducatur in minorem radicem, gigni eandem maiorem radicé, minus minore radice, hoc est, differentiam radicum propositarum.

SIT subtrahenda √ȝȝ 3888. a √ȝȝ 19683. Ex diuisione fit Quotiens rationalis √ȝȝ $\frac{81}{16}$. hoc est, $\frac{3}{2}$. Dempta 1. remanet $\frac{1}{2}$. quæ (reuocata prius ad √ȝȝ $\frac{1}{16}$.) ducta in √ȝȝ 3888. facit √ȝȝ 243. differentiam radicum propositarum.

Alia subtrahendi ratio quando radi-

DENIQVE fieri poterit subtractio hoc alio modo. Diuidatur vtraque radix per communem aliquam radicem eiusdem generis, ita vt Quotientes sint rationales, si fieri potest. Nam subtracto vno

Quo-

Quotiente ex alio, si reliquus numerus ducatur in communem illũ diuisorem, procreabitur radix residua. Vt si demenda sit √ȝ 27. a √ȝ 75. Diuisa vtraque per √ȝ 3. fiunt Quotientes rationales √ȝ 9. & √ȝ 25. hoc est, 3. & 5. Quorum differentia 2. ducta in communem diuisorem √ȝ 3. facit √ȝ 12. pro residuo subtractionis. Ratio huius operationis hæc est, Sint duo numeri 10. & 30. quorum differentia 20. diuidanturq. per communem diuisorem 5. Habebunt ergo Quotientes 6. & 2. eandem proportionem, quam 30. & 10. Ac proinde per conuersionem rationis, erit 30. ad 20. excessum, quo antecedens 30. superat consequentem 10. vt 6. ad 4. excessum, quo antecedens 6. superat consequentem 2. Et permutando erit 30. ad 6. vt 20. ad 4. Habet autem 30. ad 6. proportionem quintuplam, denominatam videlicet a communi diuisore 5. Igitur & 20. ad 4. proportionem habebit quintuplam: ideoq. 20. diuisus per 5. faciet Quotientem 4. Ex quo constat, si 4. differentia Quotientum 2. & 6. ducatur in diuisorem communem 5. produci 20. differentiam numerorum 10. & 30.

ces proposita habent aliam radicem eiusdem generis communem mensuram.

	20	
10		30
	5	
2		6
	4	

INTER DATOS DVOS NVMEROS quotlibet medios proportionales constituere. Cap. XXI.

AGENDVM iam esset de Algorithmo numerorum irrationalium compositorum; sed libet prius exponere vsum quendam præclarum radicum simplicium in constituendis quotlibet medijs proportionalibus inter datos duos numeros. qui est eiusmodi. Si cõstituendus sit vnus medius proportionalis, assumendum erit signum radicale hoc, √ȝ. quod inter quadratum, & vnitatem cadat vnus medius proportionalis in qualibet progressione Geometrica, quæ ab 1. incipiat. Si duo medij, accipiendum est signum radicale √c: si tres, signum √ȝȝ: si quatuor, signum √β. si quinque, signum √ȝc. & sic deinceps. quod facile nos docebit progressio Geometrica in cap. 2. posita.

Quotuis medios proportionales inter duos numeros collocare.

DEINDE diuiso maiore numero per minorem, instituenda est progressio Geometrica ab 1. incipiens, & per Quotientem progrediens tot terminorum, duobus amplius, quot medij proportionales desiderantur.

Tertio cuilibet termino huius progressionis præfigendum signum radicale, quod assumendum esse docuimus, pro ratione numeri mediorum.

Quarto, extractis radicibus, quas signum radicale indicat, quando extrahi possunt, delenda sunt signa radicalia, quorum radices extractæ sunt.

Quinto ac vltimo pro extremis progressionis vltimæ ponendi sunt numeri dati, ac per minorem singuli termini medij multiplicandi.

V.g. si inter 5. & 20. statuendus sit vnus numerus medius, asciscendum est signum hoc radicale √ʒ.

DEINDE diuiso maiore numero 20. per minorem 5. constituenda progressio hæc trium terminorum 1. 4. 16. per Quotientem 4. progrediens.

Tertio cuilibet termino præfigendum signum √ʒ. hoc modo. √ʒ 1. √ʒ 4. √ʒ 16. eruntq. hi termini continuè quoque proportionales, cum sint radices quadratæ numerorum 1. 4. 16. continuè proportionalium.

Quarto extractis radicibus quadratis, sic stabit progressio. 1. 2. 4.

Quinto, huius progressionis termini singuli per numerum minorem 5. multiplicandi sunt. Vnde sic stabit progressio 5. 10. 20. inuentusq. erit medius terminus proportionalis 10. [a] quia 5. 10. 20. easdem habent proportiones, quas 1. 2. 4. cum hos numeros idem numerus 5. multiplicans illos produxerit.

a Schol. 18. septimi.

SINT rursus inter 6. & 18. inueniendi quinque medij proportionales. Hic asciscendum est signum √ʒce.

DEINDE diuiso maiore numero 18. per minorem 6. instituenda est progressio septem terminorum per Quotientem 3. progrediens, hoc modo.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729.

Tertio cuilibet termino præponendum signum √ʒce. vt hic.

√ʒce 1. √ʒce 3. √ʒce 9. √ʒce 27. √ʒce 81. √ʒce 243. √ʒce 729.

eruntq. hi termini continuè quoque proportionales, cum sint radices Zensicubicæ numerorum 1. 3. 9. &c. continuè proportionalium.

Quarto extractis radicibus, quæ extrahi possunt, & deletis signis, quorum radices extractæ sunt, sic stabit progressio.

1. √ʒce 3. √ce 3. √ʒ 3. √ce 9. √ʒce 243. 3.

Quinto, ac vltimo, multiplicatis singulis huius progressionis terminis per 6. minorem numerum ex duobus propositis, constitues sequentem progressionem cum quinque medijs terminis proportionalibus.

6. √ʒce 139968. √ce 648. √ʒ 108. √ce 1944. √ʒce 11337408. 18.

[b] eruntq. hi termini continuè proportionales, cum sint producti ex eodem numero 6. in numeros 1. √ʒce 3. √ce 3. &c. continuè proportionales.

b Schol. 18. septimi.

QVOD autem hi termini sint continuè proportionales, probari experiendo etiam potest. Nam sumptis quibuslibet tribus proximis, tantum fit ex primo in tertium, quantum ex medio in se, vt

vult

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

vult propoſ.20.lib.7.Eucl. Vt ſumptis hiſce tribus √ce 648. √ʒ 108. √ce 1944. tam ex primo in tertium, quam ex medio in ſe, gignitur numerus 108. Nam ex √ʒ 108. in ſe fit numerus 108. & ex √ce 648. in √ce 1944. fit √ce 1259712. hoc eſt, 108. Item acceptis tribus hiſce, 6. √ʒce 139968. √ce 648. Ex medio in ſe quadrate fit √ʒce 19591041024. hoc eſt, extracta radice quadrata 139968. productus numerus eſt √ce 139968. (quia 139968. radicem cubicam non habet.) qui etiam producitur ex 6. in √ce 648. vt liquet.

S C H O L I V M.

SOLET ſæpenumero contingere, vt ex numero aliquo extrahenda ſit radix quadrata, vel cubica, qui eam non habet. Ne ergo fruſtra tempus inſumatur, traduntur a nonnullis regulæ quædam, quibus facile cognoſcuntur numeri non quadrati, & non cubi.

Qui numeri nõ ſint quadrati.

Primum omnes numeri, qui vltimam figuram ad dexteram habent 2. vel 3. vel 7. vel 8. non ſunt quadrati: quia in numeris quadratis vltima figura neceſſariò debet eſſe vna ex his. 1.4.5.6.9.0.

Deinde nullus numerus, ex quo reiectis 9. vt in probatione nouenaria fieri conſueuit, non ſupereſt aliqua harum figurarum. 1.4.7.0. quadratus eſt.

Tertio, numerus vltimam figuram habens 5. niſi eam præcedat figura 2. cum alia figura pari, vel cum 0. quadratus eſſe nequit. Vt hi numeri 125. 325. 67525. 89725. 100925. quadrati non ſunt.

Quarto, numeri vltimam figuram habentes 1. vel 9. niſi eam antecedat figura par, aut 0. quadrati non ſunt. Vt hi numeri 4371. 4379. 67899. 75351. quadrati non ſunt.

Quinto, numeri habentes vltimam figuram 4. niſi eam præcedat alia figura par, vel 0. quadrati non ſunt. Vt hi numeri 6934. 70014. quadrati eſſe nequeunt.

Sexto, numeri habentes figuram vltimam 6. niſi eam antecedat figura impar, quadrati non ſunt. Vt numeri 5746. 7086. 34526. quadrati non ſunt.

Septimo ac vltimo, numerus habens in fine plures figuras 0. ſub numero impari, quadratus eſſe non poteſt. Vt numeri 460. 678000. 91010. quadrati non ſunt.

Qui numeri nõ ſint cubi.

QVOD verò ad cubos attinet, nullus numerus erit cubus, ſi reiectis 9. non remanet 1. vel 8. vel 0. Itaq. 12000. non erit cubus, cum reiectis 9. remaneant 3.

Deinde numerus, cuius vltima figura eſt 2. vel 4. vel 8. ſi proximè antecedens figura non ſit par, vel 0. non poteſt eſſe cubus. Vt numeri 34532. 456174. 1100038. non ſunt cubi.

Tertio nullus numerus habens in fine 0. vel 00. poteſt eſſe cubus. Vt hi numeri 1230. 100. 34600. cubi non ſunt.

Quarto & vltimo, numerus habens vltimam figuram 5. niſi proximè antecedens figura ſit 2. vel 7. cubus eſſe non poterit. Vt hi numeri. 361035. 67895. 1120015. cubi non ſunt.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Itaq. antequam ad extractionem radicis quadratæ, vel cubicæ aggrediaris, operæpretium feceris, si prius per conditiones prædictas experiaris, an propositus numerus possit esse quadratus, aut cubus.

DE ADDITIONE AC SVBTRACTIONE numerorum irrationalium compositorum. Cap. XXII.

CONFICITVR Algorithmus numerorum irrationalium compositorum ex radicum simplicium Algorithmo, dummodo pro additione, & subtractione, in memoriam reducantur regulæ illæ duæ, quæ de signis + & — traditæ sunt cap. 4. videlicet.

Duæ regulæ obseruandæ in additione, & subtractione.

1

Eadem signa idem signum ponunt, nisi in subtractione, quando numeri præpostere ponuntur. Tunc enim subtrahitur superior ab inferiore, & ex + fit —. & ex — fit +.

2

Diuersa signa mutant speciem operationis. Et in additione ponitur signum maioris numeri: In subtractione vero superioris, siue maior is sit, siue minor, aut æqualis.

Quæ quidem duæ regulæ cap. 4. prædicto expositæ sunt, & ex subiectis exemplis intelligi facile possunt.

Exempla Additionis.

6 + √ȝ 18	√ȝ 27 + √ȝ 8
4 + √ȝ 8	√ȝ 12 + √ȝ 2
10 + √ȝ 50	√ȝ 75 + √ȝ 18
√ȝ 162 — 2	√ȝȝ 243 — √ȝȝ 162
√ȝ 200 — 3	√ȝȝ 48 — √ȝȝ 32
√ȝ 722 — 5	√ȝȝ1875 — √ȝȝ1250

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Exempla Subtractionis.

√ʒʒ 1875 + √ʒʒ 1250
√ʒʒ 243 + √ʒʒ 162
√ʒʒ 48 + √ʒʒ 32

√ʒ 50 — 5
√ʒ 8 — 2
√ʒ 18 — 3

Exempla exceptionis in subtractione pro prima regula.

√ʒ 50 + 2
√ʒ 18 + 4
√ʒ 8 — 2

√ʒ 50 — 2
√ʒ 18 — 4
√ʒ 8 + 2

√ʒ 50 + 6
√ʒ 72 + 2
4 — √ʒ 2

√ʒ 72 + 2
6 + √ʒ 18
√ʒ 18 — 4

Exempla exceptionis in additione pro regula secunda.

√ʒ 50 + 3
√ʒ 32 — 5
√ʒ 162 — 2

√ʒ 50 — 3
√ʒ 32 + 5
√ʒ 162 + 2

Exempla exceptionis in subtractione pro regula secunda.

√ʒ 162 + 2
√ʒ 50 — 3
√ʒ 32 + 5

√ʒ 162 — 2
√ʒ 50 + 3
√ʒ 32 — 5

Alia exempla additionis.

8 — √ʒ 50
√ʒ 242 — 12
√ʒ 72 — 4

√ʒ 50 + 6
24 — √ʒ 242
30 — √ʒ 72

Alia exempla subtractionis.

√ʒ 72 — 4
8 — √ʒ 50
√ʒ 242 — 12

30 — √ʒ 72
√ʒ 50 + 6
24 — √ʒ 242

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Alia exempla ſubtractionis.

√ȝ 0 + 16	√ȝ 180 + 8
√ȝ 320 — 8	√ȝ 320 — 8
24 — √ȝ 320	8 — √ȝ 20

Obſeruãda in nõnullis ſubtractionibus.

Hic in priori exemplo quoniam numerus √ȝ 320. non habet reſpondentem in ſuperiori numero, poſitus eſt numerus √ȝ 0. cum ſigno +. Item quia in poſteriori exemplo numerus 8. in ſuperiori numero non habet reſpondentem, poſitus quoque eſt numerus 0. cum ſigno +. quod ſemper in ſubtractione obſeruandum eſt, vt ſuperiores duæ regulæ locum habeant.

VERVM in huiuſmodi exemplis fiet hoc etiam modo ſubtractio. Poſt numerum, a quo debet fieri ſubtractio, ponatur numerus ſubtrahendus, commutatis tamen ſingulis ſignis eius in ſigna contraria, ponendo — pro +. & contra. Deinde fiat reductio per additionem. Vt ſi ſubtractio fieri debeat √ȝ 320 — 8. a numero 16. ſic ſtabit exemplum. 16 — √ȝ 320 + 8
Si ergo addantur 16. ad 8. fiunt 24. & dempta √ȝ 320. erit reſiduum 24 — √ȝ 320.

Item ſi fiat ſubtractio √ȝ 320 — 8. à √ȝ 180. ſic ſtabit exemplum. √ȝ 180 — √ȝ 320 + 8. Si ergo addantur √ȝ 180. & — √ȝ 320. hoc eſt, mutata ſpecie operationis, propter diuerſa ſigna + & —. detracta √ȝ 180. & √ȝ 320. erit reſiduum 8 — √ȝ 20.

Rurſus ſit facienda ſubtractio √ȝ 180 — 8. de √ȝ 320. ſic ſtabit exemplum. √ȝ 320 — √ȝ 180 + 8. Si ergo addantur ſimul √ȝ 320 — √ȝ 180. hoc eſt, mutata ſpecie operationis, propter diuerſa ſigna + & —. dempta √ȝ 180. de √ȝ 320. erit reſiduum 8 + √ȝ 20.

Sit præterea facienda ſubtractio 8 — √ȝ 12. de √ȝ 72 — 4. Sic ſtabit exemplum. √ȝ 72 — 4 — 8 + √ȝ 12. Si ergo addantur inter ſe √ȝ 72. √ȝ 12. & — 4 — 8. erit reſiduum √ȝ 72 + √ȝ 12 — 12. quia radices illæ ſunt incommenſurabiles. Quòd ſi addantur per propoſ. 4. lib. 2. Eucl. facient √ȝ (84 + √ȝ 3456.) atque adeo reſiduum totum erit √ȝ (84 + √ȝ 3456) — 12.

Hoc autem modo rectè fieri ſubtractionem, liquido conſtat in numeris rationalibus. Sit enim facienda ſubtractio √ȝ 49. — 3. de 8 + √ȝ 9. hoc eſt, 4. de 11. vbi reſiduum eſt 7. Secundum præceptum traditum ſic ſtabit exemplum. 8 + √ȝ 9 — √ȝ 49 + 3.
Iam ex 8. & 3. fiunt 11. & ex √ȝ 9. & — √ȝ 49. fit numerus — 4. Ergo reſiduum eſt 11 — 4. hoc eſt, 7. vt ratio poſtulat.

Alia exẽpla additionis, & ſubtractionis.

7 + √ȝ 5
4 + √ȝ 3
11 + √ȝ (8 + √ȝ 60)

SED vt totum hoc negotium additionis, ſubtractionisq. planius intelligatur, ſubiungemus alia nonnulla exẽpla. Sint ergo addenda 7 + √ȝ 5. ad 4 + √ȝ 3.

Ex

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Ex 7. & 4. fiunt 11. & ex √ʒ 5. ac √ʒ 3. per propoſ.4.lib.2. Eucl. fit √ʒ (8 + √ʒ 60.) Igitur ſumma eſt 11 + √ʒ (8 + √ʒ 60.)

RVRSVS ſint addenda √ʒ 5 + 3. ad √ʒ 20 — 4. Ex √ʒ 5. & √ʒ 20. quia cõmenſurabiles ſunt, fit √ʒ 45. & ex + 3. ac — 4. fit — 1. Tota ergo ſumma eſt √ʒ 45 — 1. Eadem ſumma conflabitur, ſi √ʒ 5. ad √ʒ 20. addantur per propoſ.4.lib.2.Eucl. vt ad initium cap.19. docuimus. Fiet enim √ʒ (25 + √ʒ 400.) hoc eſt, √ʒ 45. atque ita rurſus erit tota ſumma √ʒ 45 — 1.

√ʒ 5	+ 3	
√ʒ 20	— 4	
√ʒ 45	— 1	

PRAETEREA ſint addenda √ʒ 5 + 7. ad √ʒ 6 — 7. Ex √ʒ 5. & √ʒ 6. fit √ʒ (11 + √ʒ 120. & ex + 7. & — 7. fit 0. Summa ergo collecta erit √ʒ (11 + √ʒ 120.)

√ʒ 5	+ 7
√ʒ 6	— 7
√ʒ (11 + √ʒ 120)	

AMPLIVS ſint addenda √ʒ 7 + 3. ad √ʒ 20 — 4. Ex √ʒ 7. & √ʒ 20. fit √ʒ. (27 + √ʒ 560) & ex + 3. & — 4. fit — 1. Tota ergo ſumma erit √ʒ (27 + √ʒ 560) — 1.

√ʒ 7	+ 3
√ʒ 20	— 4
√ʒ (27 + √ʒ 560)	

SINT quoque addenda √ʒ 5 + 7. ad √ʒ 6 — 2. Ex √ʒ 5. & √ʒ 6. fit √ʒ. (11 + √ʒ 120.) at ex + 7. & — 2. fit + 5. Tota ergo ſumma erit √ʒ (11 + √ʒ 120) + 5. Vel 5 + √ʒ (11 + √ʒ 120.)

√ʒ 5	+ 7
√ʒ 6	— 2
√ʒ (11 + √ʒ 120)	+ 5

ITEM ſint addenda 7 + √ʒ 5. ad 4 — √ʒ 3. Summa erit 11 + √ʒ 5 — √ʒ 3. Vel ſecundum regulam 2. ſubtrahemus per propoſ.7. lib.2.Eucl. √ʒ 3. a √ʒ 5. propter diuerſa ſigna + . & — . hoc modo. Quadrati numeri 5. & 3. faciunt 8. & ex + √ʒ 5. in — √ʒ 3. fit — √ʒ 15. cuius duplum — √ʒ 60. ex aggregato quadratorum 8. auferatur, remanebuntq. 8 — √ʒ 60. Radix ergo huius relicti eſt id, quod relinquitur poſt detractionem √ʒ 3. ex √ʒ 5. cui radici præfigendum eſt ſignum +, maioris numeri. Tota ergo ſumma eſt 11 + √ʒ (8 — √ʒ 60.)

7	+ √ʒ 5
4	— √ʒ 3
11	+ √ʒ (5 — √ʒ 3)

ITEM ſint addenda 8 — √ʒ 7. ad 10 — √ʒ 7. Ex 8. & 10. fiunt 18. at ex — √ʒ 7. & — √ʒ 7. fit — √ʒ 28. Tota ergo ſumma erit 18 — √ʒ 28.

8	—	√ʒ 7
10	—	√ʒ 7
18	—	√ʒ 28

ITEM ſint addenda 10 + √ʒ 49. ad 7 — √ʒ 4. Vbi manifeſtum eſt, ſummam eſſe 22. ex 10. & 7. fiunt 17. Et ſubtracta √ʒ 4. a √ʒ 49. per propoſ. 7. lib. 2. Eucl. propter ſigna + . & — diuerſa, remanent √ʒ (53 — √ʒ 784.) cui præponendum eſt ſignum + maioris numeri. Tota ergo ſumma eſt 17 + √ʒ (53 — √ʒ 784.) Cum ergo radix quadrata huius numeri 53 — √ʒ 784. fit 5.

10	+ √ʒ 49
7	— √ʒ 4
17	+ √ʒ (53 — √ʒ 784)

(Nam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

(Nam 28. radix numeri 784. dempta ex 53. relinquit 25. cuius radix quadrata est 5.) erit tota summa 17 + 5. hoc est, 22.

ITEM sint addenda 10 — √ȝ 49. ad 7 + √ȝ 4. vbi etiam liquet, summam esse 12. Ex 10. & 7. fiunt 17. Et subtracta √ȝ 4. a √ȝ 49. propos. 7. lib. 2. Eucl. propter diuersa signa — & +. remanet √ȝ.(53 — 784) cui prefigendum est signum — maioris numeri. Tota ergo summa collecta est 17 — √ȝ (53 — √ȝ 784.) Cum ergo radix quadrata huius numeri 53 — √ȝ 784. sit 5. erit tota summa 17 — 5. hoc est, 12.

10	—	√ȝ	49
7	+	√ȝ	4
17	—	√ȝ(53 — √ȝ 784)	

ITEM sint addenda 6. ad √ȝ 24 + 3. Fiet summa √ȝ 24 + 9. Vel 9 + √ȝ 24.

√ȝ	24	+	3
√ȝ	0	+	6
√ȝ	24	+	9

ITEM sint addenda 6. ad √ȝ 24 — 3. Fiet summa √ȝ 24 + 3.

√ȝ	24	—	3
√ȝ	0	+	6
√ȝ	24	+	3

ITEM sit addenda √ȝ 6. ad √ȝ 24 + 3. Ex radicibus, quia commensurabiles sunt, fit √ȝ 54. At ex — 3. & + 0. fit — 3. Summa igitur est √ȝ 54 — 3.

√ȝ	24	—	3
√ȝ	6	+	0
√ȝ	54	—	3

ITEM sit addenda √ȝ 8. ad √ȝ 32 + √ȝ 18. Ex √ȝ 8. & √ȝ 32. quia commensurabiles sunt, fit √ȝ 72. Fit ergo summa √ȝ 72 + √ȝ 18. Atque ex his duabus radicibus, cum commensurabiles sint, fit √ȝ 162. summa quæsita. Vel quia commensurabiles etiam sunt √ȝ 8. & √ȝ 18. fiet ex illis √ȝ 50. ita vt tota summa sit √ȝ 50 + √ȝ 32. Atque ex his duabus radicibus, cum sint commensurabiles, fit √ȝ 162. summa quæsita, vt prius. Itaq. hi numeri √ȝ 72 + √ȝ 18. & √ȝ 50 + √ȝ 32. æquales sunt, cum vterque æqualis sit √ȝ 162. vt patuit.

√ȝ 8	+	√ȝ	0	
√ȝ 32	+	√ȝ	18	
√ȝ 72	+	√ȝ	18	

ITEM sit addenda √ce 216 — √ȝȝ 405. ad √ce 64 — √ȝȝ 80. Ex √ce 216. & √ce 64. quia commensurabiles sunt, fit √ce 1000. hoc est, 10. At ex √ȝȝ 405. & √ȝȝ 80. quia commensurabiles quoque sunt, fit √ȝȝ 3125. Tota ergo summa est 10 — √ȝȝ 3125.

√ce 216	—	√ȝȝ	405
√ce 64	—	√ȝȝ	80
10	—	√ȝȝ	3125

ITEM sit addenda √ȝȝ 256 — √ce 27. ad √ȝȝ 81 + √ce 8. Ex √ȝȝ 256. & √ȝȝ 81. fit √ȝȝ 2401. hoc est, 7. At ex — √ce 27. & + √ce 8. fit — √ce 1. hoc est, — 1. Summa ergo tota est 7 — 1. hoc est 6. Quod ita esse, liquet. Nam √ȝȝ 256. est 4. a qua si tollatur √ce 27. hoc est, 3. remanet 1. cui si addatur √ȝȝ 81. id est 3. & insuper √ce 8. id est 2. fiet summa 6. vt prius.

√ȝȝ 256	—	√ce	27
√ȝȝ 81	+	√ce	8
7	—		1

SINT

SINT denique addendæ √ȝ (5 + √ȝ 6.) & √ȝ (10 — √ȝ 11.) Huiusmodi radices, quas supra appellauimus radices numerorum irrationalium compositorum, diminutorumvè, & quas alij radices Vniuersales dicunt, non possunt commodius in vnam summam redigi, quam per signum +, hoc modo. √ȝ (5 + √ȝ 6.) + √ȝ (10 — √ȝ 11.) Sic etiam, si prior a posteriori sit subtrahenda, erit residuum √ȝ (10 — √ȝ 11) — √ȝ (5 + √ȝ 6.) Sed de huiusmodi radicibus plura cap. 24. dicemus.

SIT subtrahenda √ȝȝ 256 — √ce 27. a √ȝȝ 2401 — √ce 1. Vbi manifestum est, residuum esse 5. Quoniam √ȝȝ 2401. & √ȝȝ 256. commensurabiles sunt, si hæc ab illa dematur, relinquetur √ȝȝ 81. hoc est, 3. Et si — √ce 27. a — √ce 1. subtrahatur, cum sint etiam commensurabiles, remanebit + √ce 8. hoc est, 2. Liquet autem 3. & 2. efficere 5. vt ratio postulat.

√ȝȝ	2401	—	√ce	1
√ȝȝ	256	—	√ce	27
---	---	---	---	---
√ȝȝ	81	+	√ce	8

ITEM sint subtrahenda 9 — √ȝ 50. a √ȝ 72 — 3. Quoniam + √ȝ 72. & — √ȝ 50. habent dissimilia signa, mutabitur species operationis, hoc est, inter se addendæ sunt, fietq. earum summa √ȝ 242. Item quia — 3. & + 9. habent signa diuersa, fiet etiam additio, & summa 12. recipiet signum — superioris numeri. Residuum ergo quod quæritur, erit √ȝ 242 — 12.

√ȝ 72	—	3	
9	—	√ȝ	50
---	---	---	---
√ȝ 242	—	12	

ITEM sit subtrahendus a √ce 1000 + √ȝȝ 3125. numerus hic √ce 216 — √ȝȝ 405. Quia √ce 1000. & √ce 216. commensurabiles sunt, detracta hac ex illa, remanet √ce 64. hoc est, 4. At ex √ȝȝ. 3125. & √ȝȝ 405. quæ etiam commensurabiles sunt, fit summa √ȝȝ 20480. Hæ enim inter se addendæ sunt, iuxta 2. regulam, propter signa dissimilia: eiq. summæ præfigendum signum + superioris numeri.

√ce	1000	+	√ȝȝ	3125
√ce	216	—	√ȝȝ	405
---	---	---	---	---
	4	+	√ȝȝ	20480

DENIQVE sit subtrahenda √ce 216 — √ȝȝ 405. a √ce 1000 — √ȝȝ 3125. Residuum erit id, quod in hac formula descriptum est. Nam √ce 216. detracta ex √ce 1000. reliquam facit √ce 64. hoc est, 4. &c.

√ce	1000	—	√ȝȝ	3125
√ce	216	—	√ȝȝ	405
---	---	---	---	---
	4	—	√ȝȝ	80

CAETERVM quando duæ particulæ numeri compositi sunt omnino æquales duabus particulis numeri diminuti, breuissimè vnus numerus ad alterum additur, vel diminutus a composito demitur, hac ratione.

Compendiosa additio, subtractioq. cōpositorum & diminutorū numerorum similium.

Additio peracta erit, si prior particula alterutrius numeri duplicetur. Vt ex additione 15 + √ȝ 8. ad 15 — √ȝ 8. fit summa 30. Item ex additione √ȝ 20 + 6. ad √ȝ 20 — 6. fit summa √ȝ 80. Sic etiam ex √ȝ 20 + √ȝ 6. ad √ȝ 20 — √ȝ 6. fit summa √ȝ 80. Ratio est, quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

posteriores particulæ se mutuò interimant, propter signa + & —.
Subtractio vero absoluta erit, si posterior particula alterutrius numeri duplicetur. Vt 10 — √ȝ 4. ex 10 + √ȝ 4. relinquunt √ȝ 16. id est 4. Item √ȝ 12 — 5. ex √ȝ 12 + 5. relinquunt 10. Item √ȝ 12 — √ȝ 5. ex √ȝ 12 + √ȝ 5. relinquunt √ȝ 20. Ratio est, quod priores particulæ ex subtractione nil relinquant, & posteriores addendæ sint, quemadmodum regula 2. præcipit, propter diuersa signa — & +.

DE MVLTIPLICATIONE, ac Diuisione numerorum irrationalium Compositorum, & Diminutorum. Cap. XXIII.

HIC etiam in memoriam reuocanda est regula illa, quam cap. 5. de signis + & — præscripsimus. Videlicet.

Regula in multiplicatione, ac diuisione obseruãda.

EADEM signa ponunt signum Additorum: Diuersa vero signa ponunt signum Subtractorum.

Siue igitur plus in plus, siue minus in minus multiplicetur, semper producitur plus. Et siue plus in minus, siue minus in plus ducatur, semper procreatur minus. Posito igitur ex duobus numeris vno sub altero, fit multiplicatio, vt in numeris absolutis, dummodo obserues ea, quæ cap. 18. de multiplicatione radicum simpliciũ, & cap. 19. de earundem radicum additione, subtractioneq. tradita sunt. id quod exempla infrascripta docebunt. In sequenti exemplo, ex — √ȝ 45. in — √ȝ 20. fit + √ȝ 900. hoc est, + 30. Et ex — √ȝ 45. in + 6, id est, in — √ȝ 36. fit — √ȝ 1620. Et ex — √ȝ 20. in + 8. hoc est, in + √ȝ 64. fit — √ȝ 1280. Ac denique ex + 8. in + 6. fit + 48. Eritq. totus numerus productus 48 — √ȝ 1280 — √ȝ 1620 + 30. qui, si fiat reductio per additionem, & subtractionem, erit 78 — √ȝ 5780. Nam ex + 48. & + 30. fiunt + 78. Et ex — √ȝ 1280. & — √ȝ 1620. quia commensurabiles sunt, fit — √ȝ 5780.

6 — √ȝ 20
8 — √ȝ 45

---

48 — √ȝ 1280 — √ȝ 1620 + 30

Per reductionem erit, 78 — √ȝ 5780

IN hoc altero exemplo, ex — √ȝȝ 162. in — √ȝȝ 648. fit + √ȝȝ 104976. hoc est, + 18. Et ex — √ȝȝ 162. in + √ȝȝ 288. fit — √ȝȝ 46656. hoc est, √ȝ 216. Et ex — √ȝȝ 648. in + √ȝȝ 128. fit

— √ȝȝ

√ʒʒ 288 — √ʒʒ 648	
√ʒʒ 128 — √ʒʒ 162	
Productus. √ʒ 192 — √ʒ 288 — √ʒ 216 + 18	
Vel 18 + √ʒ 192 — √ʒ 288 — √ʒ 216	

—√ʒʒ 82944. id est, —√ʒ 288. ac tādem ex + √ʒʒ 128. in + √ʒʒ 288. fit + √ʒʒ 36864 id est, √ʒ 192.

Eritq. totus numerus productus √ʒ 192 — √ʒ 288 — √ʒ 216 + 18. Vel, vt maiores semper numeri præcedant. 18 + √ʒ 192 — √ʒ 288 — √ʒ 216. vt in formula vides.

Alia exempla multiplicationis.

√ce 7 + √ß 6	√ʒ 7 + √ce 3
√ʒ 3	√ʒ 2
√ʒce 1323 + √ʒß 8748	√ʒ 14 + √ʒce 72

IN priori exemplo reduximus √ß 6. & √ʒ 3. ad eandem denominationem, videlicet ad √ʒß 36. & √ʒß 243. atque ita ex multiplicatione facta est √ʒß 8748. Deinde √ʒ 3. & √ce 7. reductæ sunt ad √ʒce 27. & √ʒce 49. eiusdem denominationis, procreataq. est ex multiplicatione √ʒce 1323.

IN exemplo posteriori reductæ sunt √ʒ 2. & √ce 3. ad √ʒce 8. & √ʒce 9. & ex multiplicatione facta est √ʒce 72. atque ex √ʒ 2. in √ʒ 7. facta est √ʒ 14.

Aliud exemplum in numeris rationalibus.

√ß 9. + √ce 27
√ʒ 4
√ʒ 36 + √ʒce 46656
hoc est, 6 + 6

IN hoc exemplo reducuntur √ce 27. & √ʒ 4. ad √ʒce 729. & √ʒce 64. quarum multiplicatio facit √ʒce 46656. hoc est, 6. Deinde ex √ʒ 4. in √ʒ 9. fit √ʒ 36. id est, 6. ita vt totus numerus productus sit 6 + 6. hoc est, 12.

Alia duo exempla.

7 + √ʒ 5	7 — √ʒ 5
7 + √ʒ 5	7 — √ʒ 5
49 + √ʒ 245 + √ʒ 245 + 5	49 — √ʒ 245 — √ʒ 245 + 5

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

IN priori exemplo ex numero composito in se fit productus 49 + √ʒ 245 + √ʒ 245 + 5. hoc est, 54 + √ʒ 980. quod ex 49, & + 5. fiant 54. & ex √ʒ 245. & √ʒ 245. hoc est, ex duplo √ʒ 245. fiat √ʒ 980. In posteriori ex numero diminuto in se fit productus 49 — √ʒ 245 — √ʒ 245 + 5. hoc est, 54 — √ʒ 980.

Compendiosa multiplicatio numeri compositi, vel diminuti in se.

IMMO vt ducatur numerus compositus in seipsum, vel in alium æqualem, satis est, vt quadrata particularum simul addantur, & huic summæ adijciatur duplum eius, quod fit ex vna particula in aliam, vt in duobus proximis exemplis patet. Nam quadrata particularũ conficiunt 54. Et ex vna particula in aliam fit in priori exemplo √ʒ 245. in posteriori autem — √ʒ 245. cuius duplum est √ʒ 980. vel — √ʒ 980. Igitur in exemplo priori producetur numerus 54 + √ʒ 980. In posteriori vero hic, 54 — √ʒ 980. veluti prius.

Alia duo exempla in numeris rationalibus.

5 + √ʒ 4	5 — √ʒ 4
5 + √ʒ 4	5 — √ʒ 4
25 + √ʒ 100 + √ʒ 100 + 4	25 — √ʒ 100 — √ʒ 100 + 4

IN priori ducuntur 7. in se, fitq. productus 49. In posteriori vero ducuntur 3. in se, fitq. productus 9. vt liquet. Quæ multiplicationes per compendium proximè traditum ita fient. Quadrata particularum conficiunt 29. Et ex vna particula in aliam, fit, in priori quidem exemplo, √ʒ 100. in posteriori vero — √ʒ 100. cuius duplum est √ʒ 400. vel — √ʒ 400. In priori ergo exemplo productus numerus erit 29 + √ʒ 400. hoc est, 49. In posteriori vero 29 — √ʒ 400. id est, 9.

Alia duo exempla.

6 + √ʒ 8	√ʒ 10 + √ʒ 2
6 — √ʒ 8	√ʒ 10 — √ʒ 2
36 + √ʒ 288 — √ʒ 288 — 8	10 + √ʒ 20 — √ʒ 20 — 2

Compendiosa multiplicatio numeri compositi quadratarum radicũ per similẽ numerum diminutum.

IN his duobus exemplis radicum quadratarum, ac similibus, in quibus ducitur numerus compositus in similem diminutum, aut contra, perficietur breuissimè multiplicatio, si in alterutro numerorum ex quadrato particulæ prioris dematur quadratum posterioris particulæ, siue posterior particula minor sit priore, siue maior. Vt in priori exemplo, si 8. quadratus numerus posterioris particulæ √ʒ 8. dematur ex 36. numero quadrato prioris particulæ 6. reliquus fiet productus numerus 28. In posteriori autem exemplo, si 2. quadratus numerus posterioris particulæ √ʒ 2. detrahatur a 10. quadrato numero prioris particulæ √ʒ 10. relinquetur productus numerus 8.

ATQVE

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ATQVE ita quotieſcunque numerus compoſitus, ac diminutus radicum quadratarum irrationalis, ſi ſimiles ſint, inter ſe multiplicantur, producitur ſemper vnicus numerus, & is rationalis. quod quidem Eucl. lib. 10. propoſ. 115. demonſtrauit. quia huiuſmodi numeri ſunt Binomium, ac Reſiduum, vt ex cap. 27. conſtabit.

QVANDO poſterior particula maior eſt, producitur numerus diminutus, vt in hoc appoſito exemplo apparet. Nam ſi 16. quadratus numerus poſterioris particulæ dematur ex 4. quadrato numero particulæ prioris, remanent 4 — 16. Atque hoc ita eſſe, docet hæc altera formula multiplicationis. Et quoniam 2 + √ȝ 16. faciunt 6. & 2 — √ȝ 16. faciunt 2 — 4. ſi 2 — 4. ducantur in 6. fit productus numerus 12 — 24. Neceſſe igitur eſt, hoſce duos numeros 4 — 16. & 12 — 24. eſſe æquales, vt verè ſunt, cum vnus ab altero detractus relinquat 0. vt ſubſcriptæ duæ formulæ ſubtractionum demonſtrant: quia 8 — 8. æquiualent nihilo. quod etiam ex eo patet, quod tam ex 4 ad — 16. quam ex 12. ad — 24. ſemper ſumma fiat — 12. iuxta regulam 2. additionis.

2 + √ȝ 16	
2 — √ȝ 16	
4 — 16	

	2 + √ȝ 16
	2 — √ȝ 16
	— √ȝ 64 — 16
4 + √ȝ 64	
4 — 16	

2 — 4	
6	
12 — 24	

PORRO de multiplicatione radicum numerorum compoſitorum, vel diminutorum, quas Vniuerſales dicunt, agemus cap. 24. quod ſequitur.

4 — 16	12 — 24
12 — 24	4 — 16
— 8 + 8	8 — 8

Exempla Diuiſionis.

Diuiſio numeri compoſiti diminutiue per radicem ſimplicem.

√ce 28 + √ce 20 (√ce 7 + √ce 5
per √ce 4 √ce 4

6
√ce 28 + √ce 20 (√ce 4 + √ce 2$\frac{6}{7}$
per √ce 7 √ce 7

Alia exempla Diuiſionis.

√ȝ 20 — √ce 10 (√ȝ 2$\frac{2}{9}$ — √ce $\frac{10}{27}$
per 3

√ȝȝ 8 + √ß 3 (√ȝȝ 2 + √ȝß $\frac{9}{32}$
per √ȝ 2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

IN priori exemplo, diuiſa √ʒ 20. per 3. id eſt, per √ʒ 9. fit Quotiens √ʒ $2\frac{2}{9}$. Diuiſa vero — √ce 10. per + 3. id eſt, per + √ce 27. fit Quotiens — √ce $\frac{10}{27}$. In poſteriori autem exemplo, reducendæ ſunt √ʒʒ 8. & √ʒ 2. ad √ʒʒʒ 64. & √ʒʒʒ 16. eiuſdem denominationis, diuiſaq. illa per hanc, fit Quotiens √ʒʒʒ 4. hoc eſt, √ʒʒ 2. Eodem modo √ß 3. & √ʒ 2. reducendæ ſunt ad √ʒß 9. & √ʒß 32. diuiſaq. illa per hanc, fit Quotiens √ʒß $\frac{9}{32}$. Quoniam autem multiplicatio probat diuiſionem, ſi poſterior Quotiens multiplicetur per √ʒ 2. diuiſorẽ, producetur numerus diuiſus √ʒʒ 8 + √ß 3. Nam √ʒß $\frac{9}{32}$. & √ʒ 2. reducuntur ad √ʒʒß $\frac{81}{1024}$. & √ʒʒß 1024. quæ inter ſe multiplicatæ gignunt √ʒʒß $\frac{82944}{1024}$. hoc eſt, √ʒʒß 81. ſiue √ß 3. Item √ʒʒ 2. & √ʒ 2. reducuntur ad √ʒʒʒ 4. & √ʒʒʒ 16. quæ inter ſe multiplicatæ faciũt √ʒʒʒ 64. hoc eſt, √ʒʒ 8. Item ſi ſit diuidendus numerus √ʒʒ 23328 — √ʒʒ 10368. per 6. hoc eſt, per √ʒʒ 1296. fit Quotiens √ʒʒ 324 — 9. hoc eſt 18 — 9. nimirum 9.

Diuiſio per numerum radicum quadratarũ, vel zenſizenſicarum compoſitum, aut diminutum.

QVANDO diuiſor eſt numerus radicum quadratarum, vel zenſizenſicarum compoſitus, aut diminutus, oportet illum multiplicare per numerum ſimilem, mutato ſigno + in —, & ſigno — in +; vt gignatur numerus vnicus rationalis, vt paulo ante dictum eſt, pro diuiſore. Deinde per eundem hunc numerum ita tranſmutatum multiplicandus eſt numerus diuidendus, vt producatur nouus numerus per diuiſorem inuentum diuidendus. a Nam hic numerus diuidendus nouus ad diuiſorem nouum inuentum habet eandem proportionem, quam propoſitus numerus diuidendus ad diuiſorem propoſitum: propterea quod idem numerus ille tranſmutatus multiplicans vtrumque horum illos produxit: ac proinde idem Quotiens fiet, ſiue diuidendus propoſitus per propoſitum diuiſorem, ſiue nouus diuidendus inuentus per nouum diuiſorem diuidatur. Quemadmodum quia ita ſe habent 12. ad 3. vt 48. ad 12. ſemper Quotiens 4. procreatur; ſiue 12. per 3. ſiue 48. per 12. diuidantur.

a 17. ſept.

SINT diuidenda 42. per √ʒ 25 + √ʒ 4. hoc eſt, per 7. vbi Quotiens eſt 6. ſi multiplicetur diuiſor per √ʒ 25 — √ʒ 4. gignetur nouus diuiſor 21. qui nimirum remanet, ſi 4. quadratum poſterioris particulæ ex 25. quadrato prioris particulæ dematur, vt paulò ante dictum eſt. Et ſi diuidendus numerus 42. hoc eſt, √ʒ 1764. per eundem numerum √ʒ 25 — √ʒ 4. multiplicetur, producetur nouus numerus diuidendus √ʒ 44100 — √ʒ 7056. quo diuiſo per inuentum diuiſorem 21. hoc eſt, per √ʒ 441. fit Quotiens 6. Nam √ʒ 100. nimirum 10. — √ʒ 16. id eſt, — 4. facit 6. vt manifeſtum eſt.

		2 3
		3 6 4
√ʒ 44100	— √ʒ 7056	(√ʒ 100 — √ʒ 16
√ʒ 441		√ʒ 4441
		44

SINT rurſus diuidenda 54. per 2 + √ʒ 16. hoc eſt, per 6. vbi Quotiens eſt 9. Si diuiſor ducatur in 2 — √ʒ 16. producetur numerus diminutus 4 — 16. quia poſterior particula priore maior eſt.

Quare

Quare inuertendæ sunt particulæ diuisoris hoc modo √ʒ 16 + 2. vt ex ductu √ʒ 16 — 2. fiat numerus simplex 12. pro diuisore. Quòd si diuidendus numerus 54. ducatur in eundem numerum √ʒ 16 — 2. fiet nouus diuidendus √ʒ 46656 — 108. quo diuiso per 12. nimirum √ʒ 46656. per √ʒ 144. & — 108. per 12. fit Quotiens √ʒ 324 — 9. hoc est, 18 — 9. nimirum 9.

ITEM sint diuidenda 6. per √ʒ 12 + √ʒ 6. Ducto vtroque numero in √ʒ 12 — √ʒ 6. fiunt √ʒ 432 — √ʒ 216. & 6. Ex diuisione autem √ʒ 432 — √ʒ 216. per 6. hoc est, per √ʒ 36. fit Quotiens √ʒ 12 — √ʒ 6. Probatur. Nam ex Quotiente √ʒ 12 — √ʒ 6. in diuisorem √ʒ 12 + √ʒ 6. fit numerus diuisus 6.

ITEM diuidendus sit numerus 66 — √ʒ 2000. per 8 — √ʒ 45. Si vterque numerus ducatur in 8 + √ʒ 45. fit nouus diuidendus 528 — √ʒ 128000 + √ʒ 196020 — √ʒ 90000. hoc est, 228 + √ʒ 7220. (Nam detracta √ʒ 90000. id est, 300. ex 528. reliquus fit numerus 228. & √ʒ 128000. detracta ex √ʒ 196020. cum hi numeri sint commensurabiles, relinquit √ʒ 7220.) atque nouus diuisor 19. Fit autẽ ex diuisione Quotiens 12 + √ʒ 20. Nam ex hoc Quotiente in diuisorem 8 — √ʒ 45. fit numerus 96 + √ʒ 1280 — √ʒ 6480 — √ʒ 900. qui æqualis est numero diuiso 66 — √ʒ 2000. quia √ʒ 900. hoc est, 30. ex 96. relinquit 66. & — √ʒ 6480. ex + √ʒ 1280. hoc est, ex additione vnius ad alterum propter signa diuersa, cum sint commẽsurabiles, fit numerus — √ʒ 2000.

SINT quoque diuidenda 20. per √ʒʒ 16 + √ʒʒ 81. hoc est, per 5. vbi Quotiens est 4. Inuertatur diuisor sic, √ʒʒ 81 + √ʒʒ 16. vt posterior particula minor sit priore, multipliceturq. tam diuidendus 20. quam diuisor √ʒʒ 81 + √ʒʒ 16. per √ʒʒ 81 — √ʒʒ 16. fietq. nouus diuidendus √ʒʒ 12960000 — √ʒʒ 2560000. & nouus diuisor √ʒʒ 6561 — √ʒʒ 256. hoc est 9 — 4. videlicet 5. Diuiso ergo illo diuidendo per 5. hoc est, per √ʒʒ 625. fit Quotiens √ʒʒ 20736 — √ʒʒ 4096. hoc est, 12 — 8 nimirum 4. vt par est. Adduxi hoc exemplum in numeris rationalibus, vt intelligeres, eandem esse rationem in radicibus zensizensicis, quæ est in radicibus zensicis.

SINT rursus diuidenda 10. per √ʒʒ 5 + √ʒʒ 3. Multiplicetur vterque numerus per √ʒʒ 5 — √ʒʒ 3. fietq. nouus diuidendus √ʒʒ 50000 — √ʒʒ 30000. & nouus diuisor √ʒʒ 25 — √ʒʒ 9. hoc est, √ʒ 5 — √ʒ 3. Et quoniam hic diuisor non est numerus vnicus rationalis, multiplicabimus tam nouum diuidendum inuentum, quam nouum diuisorem, per √ʒ 5 + √ʒ 3. fietq. alius nouus diuidendus √ʒʒ 1250000 — √ʒʒ 750000 + √ʒʒ 450000 — √ʒʒ 270000. & alius diuisor nouus 5 — 3. hoc est, 2. Si ergo illum diuidendum per hunc diuisorem diuidemus, id est, per √ʒʒ 16. faciemus Quotientẽ √ʒʒ 78125 — √ʒʒ 46875 + √ʒʒ 28125 — √ʒʒ 16875. Quod probatur. Si namque hic Quotiens ducatur in diuisorem propositum, nimirum in √ʒʒ 5 + √ʒʒ 3. producetur numerus diuisus 10. vt hic patet.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

√ȝȝ 78125 — √ȝȝ 46875 + √ȝȝ 28125 — √ȝȝ 16875
√ȝȝ 5 + √ȝȝ 3

+ √ȝȝ 234375 — √ȝȝ 140625 + √ȝȝ 84375 — √ȝȝ 50625
√ȝȝ 390625 — √ȝȝ 234375 + √ȝȝ 140625 — √ȝȝ 84375

Quoniam enim numeri intermedij, quorum bini æquales ſunt, & diuerſorum ſignorum, ſe mutuo tollunt, relinquetur productus √ȝȝ 390625 — √ȝȝ 50625. hoc eſt, 25 — 15. videlicet 10.

Diuiſio per numerũ radicũ quadratarum compoſitũ triũ particularum vel plurium.

PRAETEREA ſint diuidenda 100. per √ȝ 3 + √ȝ 5 + 6. Hic quia diuiſor habet tres particulas affectas ſigno +. vt inueniatur diuiſor ſimplex, multiplicandus eſt diuiſor in ſimilem numerum, mutata vltima particula +. in —. vt hic vides. Producetur enim numerus duarum particularum √ȝ 60 + 2. pro nouo diuiſore, qui etiam habebitur hoc modo. Priores duæ particulæ inter ſe multiplicentur. Nam

√ȝ 3 + √ȝ 5 + √ȝ 6
√ȝ 3 + √ȝ 5 + √ȝ 6

— √ȝ 18 — √ȝ 30 — 6
+ √ȝ 15 + 5 + √ȝ 30
+ 3 + √ȝ 15 + √ȝ 18

√ȝ 60 + 2

ſi productus numerus √ȝ 15. duplicetur, proueniet √ȝ 60. pro priore particula. Et ſi vltimæ particulæ numerus 6. dematur ex 8. ſumma numerorum 3. & 5. priorum duarum particularum, remanebit numerus + 2. pro particula poſteriore. Quod ſi numerus diuidendus 100. per eundem numerum √ȝ 3 + √ȝ 5 — √ȝ 6. multiplicetur, gignetur nouus numerus diuidendus √ȝ 30000 + √ȝ 50000 — √ȝ 60000. [a] qui ad nouum diuiſorem inuentum eandem proportionem habebit, quam numerus diuidendus propoſitus 100. ad propoſitum diuiſorem √ȝ 3 + √ȝ 5 + √ȝ 6.

a 17. ſept.

SED quoniam inuentus nouus diuiſor nondum eſt ſimplex, ducemus eum in diminutum ſimilem, nimirum in √ȝ 60 — 2. efficiemusq. 60 — 4. hoc eſt, 56. pro nouo diuiſore. Et ſi nouus diuidendus √ȝ 30000 + √ȝ 50000 — √ȝ 60000. ducatur in eundem numerum √ȝ 60 — 2. procreabitur nouus numerus diuidendus √ȝ 180000 + √ȝ 300000 + √ȝ 240000 — √ȝ 120000 — √ȝ 200000 — √ȝ 3600000. quo diuiſo per diuiſorem inuentum 56. prodibit idem Quotiens, qui proueniret, ſi datus numerus 100. per datum diuiſorem √ȝ 3 + √ȝ 5 + √ȝ 6. diuideretur.

QVOD ſi diuiſorem datum √ȝ 3 + √ȝ 5 + √ȝ 6. multiplicaremus per √ȝ 3 — √ȝ 5 + √ȝ 6. (Nam quando omnes tres particulæ habent ſignum +. poterit quælibet earum mutari in —) produceremus nouum diuiſorem √ȝ 72 — 4. & nouum diuidendũ √ȝ 30000 — √ȝ 50000 + √ȝ 60000. Et ſi tam hic diuidendus, quam ille diuiſor √ȝ 72 — 4. ducatur in √ȝ 72 + 4. producetur nouus alius diuidendus, & nouus diuiſor ſimplex 56. [b] ad quem diuidendus nouus eandem proportionẽ habebit, quam datus numerus diuidendus 100

b 17. ſept.

ad

ad datum diuiſorem √ȥ 3 + √ȥ 5 + √ȥ 6.

SI vero diuiſor habuerit vnam particulam cum ſigno —. vertendum erit ſignum — in +. vt fiat multiplicatio.

ATQVE hoc eodem modo, ſi diuiſor habuerit plures particulas radicum quadratarum, quam tres, mutabis ſemper vnam ex +, in —, vel contra. Nam ex prima multiplicatione gignetur numerus totidem particularum, minus vna, & in ſecunda totidem quoque, minus duabus, & ſic deinceps procedendum erit, donec fiat numerus ſimplex pro diuiſore nouo. Diuidendus quoque numerus ducendus eſt in primum numerum multiplicantem: Deinde productus numerus in ſecundum, &c. ita vt tot fiant multiplicationes, quot factæ ſunt, vt diuiſor ſimplex inueniretur.

QVANDO diuiſor habet duas particulas radicum cubicarum, inueniendus etiam eſt diuiſor ſimplex. quod ita fiet. Sint V.g. diuidenda 10. per √ce 5 + √ce 3. Per doctrinam propoſ. 2. lib. 8. Eucl. reperiantur tres numeri continuè proportionales (propter 3. exponentem cubi) in proportione particularum diuiſoris, nimirum √ce 5. ad √ce 3. hac methodo. Primum ducatur √ce 5. in ſe, fietq. primus numerus √ce 25. Deinde ducatur √ce 5. in √ce 3. gigneturq. ſecundus numerus √ce 15. Tertio ducatur quoque √ce 3. in ſe, prouenietq. tertius numerus √ce 9. atque ita hi tres numeri producti. √ce 25. & √ce 15. & √ce 9. erunt continuè proportionales in proportione √ce 5. ad √ce 3. vt in dicta propoſ. 2. lib. 8. ab Euclide demonſtratum fuit. Quod etiam experiri licebit per multiplicationem. Nam poſitis tribus numeris √ce 25. √ce 15. √ce 9. tantum fit ex primo in tertium, quantum ex medio in ſe. Item poſitis quatuor numeris √ce 5. √ce 3. √ce 25. √ce 15, tantum fit ex primo in quartum, quantum ex ſecundo in tertium. quod etiam in his quatuor √ce 5. √ce 3. √ce 15. √ce 9. cernitur. Extremi duo numeri aſſiciantur ſigno +, & medius ſigno —. hoc modo √ce 25 — √ce 15 + √ce 9. Per hunc communem numerum multiplicantem ſi multiplicetur tam numerus 10. diuidendus, quam diuiſor √ce 5 + √ce 3. fiet nouus diuidendus √ce 25000 — √ce 15000 + √ce 9000, & nouus diuiſor √ce 125 + √ce 27. id eſt, 8. vt in ſubiecta formula liquet. qui diuiſor ſimplex habetur, (vt auctores docent, & quod eſt obſeruatione dignum) ſi numeri particularum diuiſoris 5. & 3. ſimul addantur, etiã ſi nulla fiat multiplicatio.

	√ce 25	—	√ce 15	+	√ce 9	
			√ce 5	+	√ce 3	
	+ √ce 75	—	√ce 45	+	√ce 27	
+ √ce 125	— √ce 75	+	√ce 45			
Summa.	√ce 125	+	√ce 27			

Diuiſio per numerum radicum cubicarũ compoſitum.

EADEM via tenenda eſt in diuiſore compoſito duarum radicum zenſizenſicarum, ſurdeſolidarum, zenſicubicarum, &c. dummodo tot numeri continuè proportionales, ſecundum doctrinam propoſ. 2. lib. 8. Eucl. reperiantur in proportione particularum diuiſoris, quot

Diuiſio per numerũ radicũ zenſizẽſicarũ, ſurdeſolidarũ &c. cõpoſitũ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

quot vnitates sunt in exponente ƺƺ. ß. ƺcc. &c. nimirum quatuor in diuisore radicum zensizensicarum, & quinque pro diuisore radicum surdesolidarum, & sex pro zensicubicis, &c. Quibus inuentis, tribuatur primo numero signum +. secundo signum —. tertio iterum signum +. & quarto iterum signum —. atque ita alternatim procedendo, vt numeri in locis imparibus gerant signnm +, & in locis paribus signum —. Exemplum ponam in diuisione 10. per √ƺƺ 5 + √ƺƺ 3. quam supra alio modo expediuimus. Quoniam exponens ƺƺ. est 4. inuenientur hi quatuor numeri proportionales √ƺƺ 125. √ƺƺ 75. √ƺƺ 45. √ƺƺ 27. iuxta

√ƺƺ 5 + √ƺƺ 3
√ƺƺ 25. √ƺƺ 15. √ƺƺ 9.
√ƺƺ 125 — √ƺƺ 75 + √ƺƺ 45 — √ƺƺ 27.

doctrinam propos. 2. lib. 8. Eucl. vt hic cernis: vbi apposuimus signum + numeris locorum imparium, numeris autem locorum parium signum — vt diximus faciendum esse. Iam si per hunc numerum quatuor particularum multiplicetur tam numerus 10. diuidẽdus, quam diuisor √ƺƺ 5 + √ƺƺ 3. reperietur nouus numerus diuidendus √ƺƺ 1250000 — √ƺƺ 750000 + √ƺƺ 450000. — √ƺƺ 27. & nouus diuisor √ƺƺ 625 — √ƺƺ 81. hoc est, 2. ijdem omnino, qui supra ante diuisionem per numerum radicum quadratarum compositum trium particularium. Atque hic diuisor, sine multiplicatione, habetur, vt auctores docent, si minoris particulæ numerus in diuisore dematur ex numero particulæ maioris, videlicet 3. ex 5. vt hæ formulæ indicant.

Inuentio numeri diuidendi.

10. hoc est, √ƺƺ 10000
√ƺƺ 125 — √ƺƺ 75 + √ƺƺ 45 — √ƺƺ 27

√ƺƺ 1250000 — √ƺƺ 750000 + √ƺƺ 450000 — √ƺƺ 270000

Inuentio diuisoris.

√ƺƺ 125 — √ƺƺ 75 + √ƺƺ 45 — √ƺƺ 27
√ƺƺ 5 + √ƺƺ 3

+ √ƺƺ 375 — √ƺƺ 225 + √ƺƺ 135 — √ƺƺ 81
+ √ƺƺ 625 — √ƺƺ 375 + √ƺƺ 225 — √ƺƺ 135

√ƺƺ 625 — √ƺƺ 81

EADEM ratio est de cæteris. Sed quando numerus exponens radicum

dicum

dicum eſt par, vt √ʒ. √ʒʒ. &c. diuiſor ſimplex habetur, ſi (vt auctores docent) numerus particulæ minoris in dato diuiſore ex numero maioris particulæ ſubducatur: at vero, quando exponens numerus eſt impar, vt √ce. √β. &c. ſimplex diuiſor habetur, ſi numeri particularum diuiſoris dati in vnam colligantur ſummam. id quod in ſuperioribus obſeruatum eſſe vides.

SED neque hoc omittendum eſt, quando diuiſor eſt duarum radicum diuerſarum, eas ad eandem denominationem eſſe reducendas, antequam operationem auſpiceris.

Diuiſio per numerum compoſitum diuerſarum radicũ

DENIQVE quando diuiſor eſt plurium particularum, ac diuerſarum radicum, ita vt non facile reduci poſſit ad ſimplicem diuiſorem, conſtituenda erit fractio, cuius numerator ſit numerus diuidendus, & denominator ipſemet diuiſor: non ſecus ac in numeris abſolutis fieri ſolet, quando minor numerus per maiorem diuidendus proponitur, vt 3. per 4. Fit enim fractio $\frac{3}{4}$. Verbi gratia, ſi numerus √ʒ 48 + √ce 3. diuidendus ſit per √ʒ 15 + √ce 6. — √ʒ 3. fiet hæc fractio

Numerator. √ʒ 48 + √ce 3
Denominator. √ʒ 15 + √ce 6 — √ʒ 3

S C H O L I V M.

ACCIDIT non rarò, vt inter duos numeros irrationales compoſitos ambigatur, vter eorum maior ſit. qua ambiguitas ita tolletur. Sint propoſiti duo numeri, 4 + √ʒ 7. & 20 — √ʒ 180. Auferatur vtrobique numerus 4. remanebitq. ex vna parte, √ʒ 7. & ex altera, 16 — √ʒ 180. Certum autem eſt, ſi duo numeri dati ſint æquales, reſidua hæc etiam æqualia eſſe: Et ſi inæquales, reſidua eodem modo eſſe inæqualia. Quadretur vtrumque reſiduum, eritq. prioris reſidui quadratum 7. poſterioris vero, 436 — √ʒ 184320. Certum quoque eſt, ſi reſidua ſint æqualia, eorum quadrata quoque æqualia eſſe: Et ſi illa ſint inæqualia, hæc etiam eſſe inæqualia. Addatur vtrique quadrato diminutum hoc — √ʒ 184320. fientq. numeri 7 + √ʒ 184320. & 436. Auferantur vtrinque 7. eruntq. reliqui numeri √ʒ 184320. & 429. qui quadrentur, vt fiant 184320. & 184041. Et quia illud quadratum maius eſt, quam hoc, pronunciabis numerum 4 — √ʒ 7. maiorem eſſe numero 20 — √ʒ 180. Eodem pacto cum alijs numeris procedes. Hoc etiam per extractiones radicum conſtat. Nam radix propinqua numeri 7. eſt $2\frac{3}{5}$. quæ cum 4. facit $6\frac{3}{5}$. At radix propinqua numeri 180. eſt $13\frac{11}{27}$. quæ dempta ex 20. relinquit $6\frac{16}{27}$. Conſtat autem $\frac{3}{5}$. eſſe numerum maiorem, quam $\frac{16}{27}$. Atque ita habes aliam rationem tollendi ambiguitatem. Sed prior ratio eſt magis accurata.

Vter duorũ numerorum compoſitorum maior ſit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DE RADICIBVS NVMERORVM irrationalium compositorum, vel diminutorum: quas alij Vniuersales dicunt: Et de earundem Algorithmo.
Cap. XXIIII.

HAE radices oriuntur plerunque ex additione, ac subtractione radicum irrationalium simplicium, incommensurabilium, vt in cap. 19. ac 20. patuit: quas hoc loco paulò diligentius explicare proponimus. quod exequemur, expositis varijs radicibus numerorum compositorum, vnà cum earum Algorithmo. Si igitur ex hoc numero composito, 10 + √ȝ 7. extrahenda sit radix quadrata, erit ea √ȝ (10 + √ȝ 7.) cuius sensus est, vt radice quadrata numeri 7. si haberi posset, addita ad 10. totius numeri radix quadrata sumatur. In hac vero altera radice. √ce (10 + √ȝ 7.) intelligimus radicem cubicam numeri ex 10. & √ȝ 7. compositi. Et vt res planius percipiatur, proferemus exempla in numeris rationalibus. Vt √ȝ (10 + √ȝ 16 + 3 + √ȝ 64) nihil aliud significat, quam 5. Nam √ȝ 16. est 4. quæ addita ad 3. facit 7. & 7. cum √ȝ 64. id est, cum 8. faciunt 15. quibus si addantur 10. fiunt 25. pretium totius numeri compositi, cuius radix quadrata est 5. Item √ce (√ȝ 25 + √ȝ 9) erit 2. Est enim sensus, vt sumptis radicibus quadratis numerorum 25. & 9. quæ sunt 5. & 3. efficientes 8. extrahatur ex hac summa radix cubica, quæ est 2. Hæc vero radix, √ȝ (10 + √ȝ 36) + √ȝ (70 + √ȝ 121.) valebit 13. Significatur enim radicem quadratam compositi 10 + √ȝ 36. quod est 16. nimirum √ȝ 16. quæ est 4. addi ad 9. radicem quadratam compositi 70 + √ȝ 121. quod est 81.

Variæ radices numerorum compositorum.

QVEMADMODVM autem quadratum radicis quadratæ cuiusuis surdæ simplicis est ipse numerus, deleto signo radicali √ȝ. Et cubus radicis cubicæ simplicis, ipse numerus, deleto signo radicali √ce. Vt quadratum √ȝ 5. est 5. & quadratum √ȝ 25. est 25. Cubus vero √ce 12. est 12. & cubus √ce 27. est 27. propterea quod radix quælibet quadrata ducta in se quadrate producit eius radicis quadratum, ducta vero in se cubice gignit cubum eiusdem radicis: Ita quoque quadratum radicis quadratæ numeri cuiuslibet compositi est ipsemet numerus compositus, deleto signo √ȝ. Et cubus radicis cubicæ numeri compositi cuiusuis est ipsemet numerus, deleto signo √ce. Vt quadratum √ȝ (11 + √ȝ 9 + √ȝ 4.) est 11 + √ȝ 9 + √ȝ 4. hoc est, 16. ita vt illa radix valeat 4.

Quadrata & cubi radicum numerorum compositorum.

Qua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Quadratum √ʒ (√ʒ 49 + √ʒ 36 — √ʒ 16) est √ʒ 49 + √ʒ 36 — √ʒ 16. hoc est, 9. ita vt radix illa valeat 3.

Quadratum √ʒ (√ʒ 64 + √ʒ 49 + √ʒ 36 — 5) est √ʒ 64 + √ʒ 49 + √ʒ 36 — 5. hoc est, 16. ita vt valor illius radicis sit 4.

Quadratum √ʒ (√ce 216 + √ce 27) est √ce 216 + √ce 27. hoc est, 9. pretiumq. eius radicis est 3.

Quadratum √ʒ (√ce 216 — √ce 27.) est √ce 216 — √ce 27. hoc est, 3. valorq. eius radicis est √ʒ 3.

Cubus √ce (√ʒ 25 + √ʒ 9) est √ʒ 25 + √ʒ 9. hoc est, 8. ita vt radix illa valeat 2.

Cubus √ce (√ʒ 25 — √ʒ 9) est √ʒ 25 — √ʒ 9. id est, 2. pretiumq. radicis illius est √ce 2.

Cubus √ce (√ce 64 + √ce 27.) est √ce 64 + √ce 27. id est, 7. ita vt radix illa sit √ce 7. Idemq. iudicium facies de zensizensis, ac surdesolidis, &c. radicum zensizensicarum, & surdesolidarum numerorum compositorum. Proposui autem exempla in numeris rationalibus, vt res fieret clarior. Atque hoc modo multiplicatur radix cuiuslibet numeri compositi in se; hoc est, producitur eius quadratum, vel cubus, &c.

Multiplicatio radicis numeri compositi in se.

AT vero radix numeri compositi in radicem simplicem, vel in numerum compositum, vel in numerum absolutum, vel denique in aliam radicem numeri compositi, multiplicabitur hac ratione. Vterque numerus tam multiplicandus, quam multiplicans, reducatur ad quadratum, vel cubum. Deinde fiat multiplicatio, vt supra traditum est. Nam radix totius producti erit numerus procreatus ex multiplicatione. quemadmodum ex √ʒ 5. in √ʒ 12. fit √ʒ 60. radix nimirum zensica numeri 60. ex multiplicatione quadratorum 5. & 12. producti. Item sicut ex √ce 9. in √ce 10. fit √ce 90. videlicet radix cubica numeri 90. qui ex multiplicatione cubi 9. in cubũ 10. gignitur, vt cap. præcedenti traditum est. Hoc autem clarius ex sequentibus exemplis disces. Sit enim multiplicanda √ʒ (7 + √ʒ 3) per 2. Quadrata sunt 7 + √ʒ 3. & 4. Si ergo ducantur 4. in 7. fiunt 28. Et si ducatur √ʒ 3. in 4. hoc est, in √ʒ 16. fit √ʒ 48. Totus ergo numerus productus est √ʒ (28 + √ʒ 48.) Ritè autem hoc modo fieri multiplicationem, disces ex hoc altero exemplo numerorum rationalium. Sit ducenda, √ʒ (7 + √ʒ 4.) hoc est, 3. (nam 7. cum √ʒ 4. faciunt 9. cuius √ʒ est 3.) per 2. Vbi manifestum est, numerum genitum fore 6. Quadrata sunt 7 + √ʒ 4. & 4. Si igitur ducantur 4. in 7. fiunt 28. Et si √ʒ 4. ducatur in 4. hoc est, in √ʒ 16. fit √ʒ 64. eritq. totus numerus productus √ʒ (28 + √ʒ 64.) hoc est, √ʒ 36. nimirum 6. vt conuenit.

Multiplicatio radicũ numerorum compositorum.

7 + √ʒ 3
4
———
28 + √ʒ 48

7 + √ʒ 4
4
———
28 + √ʒ 64

SIT rursus multiplicanda √ʒ (7 + √ʒ 4) per 3. hoc est 3. per 3. vbi productus numerus est 9. Quadrata sunt 7 + √ʒ 4. & 9. Ex 9. in 7. fiunt

7 + √ʒ 4
9
———
63 + √ʒ 324

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

63. & ex √ʒ 4. in 9. hoc eſt, in √ʒ 81. fit √ʒ 324. Productus ergo numerus erit √ʒ (63 + √ʒ 324) hoc eſt, √ʒ 81. nimirum 9.

ITEM ſit multiplicanda √ʒ (√ʒ 25 + √ʒ 16) hoc eſt, √ʒ 9. ſiue 3. per 3. vbi etiam conſtat, productum numerum fore 9. Quadrata ſunt √ʒ 25 + √ʒ 16. & 9. Ex √ʒ 25. in 9. hoc eſt, in √ʒ 81. fit √ʒ 2025. Et ex √ʒ 16. in 9. id eſt, in √ʒ 81. fit √ʒ 1296. Procreatus ergo numerus erit √ʒ (√ʒ 2025 + √ʒ 1296.) hoc eſt, √ʒ (45 + 36.) ſiue √ʒ 81. hoc eſt, 9.

√ʒ 25 + √ʒ 16
9
√ʒ 2025 + √ʒ 1296

SIT multiplicanda √ce (√ce 64 + √ce 27) hoc eſt, √ce 7. per 2. vbi productus erit √ce 56. Cubi numerorum ſunt √ce 64 + √ce 27. & 8. Ex √ce 64. in 8. hoc eſt, in √ce 512. fit √ce 32768. & ex √ce 27. in 8. hoc eſt, in √ce 512. fit √ce 13824. Cum ergo √ce 32768. ſit 32. Et √ce 13824. ſit 24. erit productus numerus √ce (32 + 24) id eſt, √ce 56.

√ce 64 + √ce 27
8
√ce 32768 + √ce 13824

SIT multiplicanda √ce (64 + √ce 27.) per 2. Cubi numerorum ſunt 64 + √ce 27. & 8. Ex 64. in 8. fiunt 512. Et ex √ce 27. in 8. id eſt, in √ce 512. fit √ce 13824. quæ eſt 24. additaq. ad 512. facit 536. Eſt ergo productus numerus √ce 536. atque ita eſt. Nam √ce (64 + √ce 27) hoc eſt, √ce 67. ducta in 2. hoc eſt, in √ce 8. facit √ce 536.

64 + √ce 27
8
512 + √ce 13824

SIT ducenda √ce (√ce 64 + √ʒ 36 + 3.) in 5. Cubi numerorum ſunt √ce 64 + √ʒ 36 + 3. & 125. Ex √ce 64. in 125. id eſt, in √ce 1953125. fit √ce 125000000. At ex √ʒ 36. in 125. id eſt, in √ʒ 15625. fit √ʒ 562500. Et ex 3. in 125. fiunt 375. Cum ergo √ce 125000000. ſit 500. & √ʒ 562500. ſit 750. erit procreatus numerus √ce 1625. vt ratio poſtulat. Nam √ce (√ce 64 + √ʒ 36 + 3.) hoc eſt, √ce 13. ducta in 5. hoc eſt, in √ce 125. facit √ce 1625.

√ce 64 + √ʒ 36 + 3
125
√ce 125000000 + √ʒ 562500 + 375

SI numerus per 5. multiplicandus, fuiſſet √ce (√ce 64 + √ʒ 36 — 3.) productus fuiſſet numerus √ce (√ce 125000000 + √ʒ 562500 — 375.) hoc eſt, √ce (500 + 750 — 375.) hoc eſt, √ce 875. quod verum eſt. Nam √ce (√ce 64 + √ʒ 36 — 3.) eſt √ce 7. quæ ducta in 5. hoc eſt, in √ce 125. facit √ce 875.

SIT multiplicanda √ʒ (12 + √ʒ 6) per 6. Quadrata numerorum ſunt 12 + √ʒ 6. & 36. Ex 12. in 36. fiunt 432. Et ex √ʒ 6. in 36. hoc eſt, in √ʒ 1296. fit √ʒ 7776. Productus igitur ex multiplicatione numerus eſt √ʒ (432 + √ʒ 7776.)

12 + √ʒ 6
36
432 + √ʒ 7776

SIT ducenda √ʒ (13 + √ʒ 144) hoc eſt , √ʒ 25. id eſt , 5. per 6. vbi certum eſt , gigni 30. Quadrata numerorum ſunt 13 + √ʒ 144. & 36. Ex 13. in 36. fiunt 468. Et ex √ʒ 144. in 36. id eſt,in √ʒ 1296.fit √ʒ 186624.Numerus ergo productus eſt √ʒ (468 + √ʒ 186624) hoc eſt, √ʒ 900. id eſt, 30.

13 + √ʒ 144
36
468 + √ʒ 186624

SIT multiplicanda √ʒ (13 + √ʒ 9) per √ʒ (5 + √ʒ 16) hoc eſt, √ʒ 16. id eſt, 4. per √ʒ 9. id eſt,per 3. vbi conſtat produci 12. Quadrata numerorum ſunt 13 + √ʒ 9. & 5 + √ʒ 16. Ex √ʒ 9. in √ʒ 16. fit √ʒ 144. Et ex √ʒ 16. in 13. id eſt, in √ʒ 169. fit √ʒ 2704. Deinde ex √ʒ 9. in 5.hoc eſt,in √ʒ 25. fit √ʒ 225. Et ex 5. in 13. fiunt 65. Iam √ʒ 144. id eſt, 12. cum 65. facit 77. quibus ſi addantur √ʒ 2704. & √ʒ 225. nimirum 52. & 15. fiunt 144. Igitur √ʒ 144. id eſt, 12. eſt numerus productus, vt dictum eſt.

13 + √ʒ 9
5 + √ʒ 16
√ʒ 2704 + √ʒ 144
65 + √ʒ 225
√ʒ 2704 + √ʒ 225 + 77

SIT rurſus multiplicanda √ʒ (√ʒ 1800 + 30) — √ʒ (√ʒ 450 + 15) per √ʒ (√ʒ 450 + 15.) Scribantur numeri, vt hic vides. Ex √ʒ (√ʒ 450 + 15) in √ʒ (√ʒ 450 + 15) fit eius quadratus √ʒ 450 + 15. præpoſito ſigno —. cum + in — ducatur. Ex √ʒ (√ʒ 1800 + 30) in √ʒ (√ʒ 450 + 15) fit √ʒ 810000 + √ʒ 1620000 + 450. ſi nimirum quadrata numerorum inter ſe multiplicentur : hoc eſt, 1350 + √ʒ 1620000. quia √ʒ 810000. æquiualet 900. qui numerus additus ad 450. facit 1350. & præpoſito ſigno √ʒ. erit productus numerus √ʒ (1350 + √ʒ 1620000.) Eſt autem radix huius Binomij 1350 + √ʒ 1620000. numerus √ʒ 900 + √ʒ 450. vt ex cap. 28. conſtabit: hoc eſt, 30 + √ʒ 450. ex qua ſi dematur prior productus — √ʒ 450 + 15. factus ex √ʒ (√ʒ 450 + 15) in ſe, relinquetur numerus 15. vt in hac formula cernis. qui quidem gignitur ex multiplicatione √ʒ (√ʒ 1800 + 30) — √ʒ (√ʒ 450 + 15) in √ʒ (√ʒ 450 + 15)

√ʒ (√ʒ 1800 + 30) — √ʒ (√ʒ 450 + 15)
√ʒ (√ʒ 450 + 15) √ʒ (√ʒ 450 + 15)
+ √ʒ 4050000 + 450 — √ʒ 450 + 15
√ʒ 810000 + √ʒ 4050000
√ʒ 810000 + √ʒ 1620000 + 450

30 + √ʒ 450
15 — √ʒ 450
15

HAC ratione ritè fieri multiplicationem, perſpicuum fiet, hoc altero exemplo propoſito. vbi fit multiplicatio 1. in 3. productusq. numerus eſt 3. Nam ex √ʒ (√ʒ 9 + 6) in √ʒ

√ʒ (√ʒ 4 + 14) — √ʒ (√ʒ 9 + 6)
√ʒ (√ʒ 9 + 6) √ʒ (√ʒ 9 + 6)
+ √ʒ 144 + 84 — √ʒ 9 + 6
√ʒ 36 + √ʒ 1764
√ʒ 144 — 9

(√ʒ

(√ȝ 9 + 6) fit eius quadratus √ȝ 9 + 6. præpoſito ſigno —. cum + in — ducatur. Deinde ex √ȝ (√ȝ 4 + 14) in √ȝ (√ȝ 9 + 6) fit numerus √ȝ 144. id eſt, 12. vt in præcedēti formula vides. Nã √ȝ 36. eſt 6. & √ȝ 144. eſt 12. & √ȝ 1764. eſt 42. quæ omnes cum 84. faciunt 144. & præpoſito ſigno √ȝ. fit productus √ȝ 144. nimirum 12. a quo ſi detrahatur alter productus √ȝ 9 + 6. nimirum 9. ſupererunt 3. pro toto numero producto.

SIT quoque multiplicanda √ȝ (6 + √ȝ 9) per numerum compoſitum √ȝ 4 + √ȝ 16. Quadratum prioris numeri eſt 6 + √ȝ 9. poſterioris autem 20 + √ȝ 256. vt patet, ſi √ȝ 4 + √ȝ 16. ducatur in √ȝ 4 + √ȝ 16. Multiplicatione igitur facta, vt hic vides, erit

6 + √ȝ 9
20 + √ȝ 256
√ȝ 9216 + √ȝ 2304
120 + √ȝ 3600
√ȝ 9216 + √ȝ 3600 + √ȝ 2304 + 120

numerus productus √ȝ (√ȝ 9216 + √ȝ 3600 + √ȝ 2304 + 120.) hoc eſt, √ȝ 324. nimirum 18.

MVLTIPLICETVR √ȝ (7 + √ȝ 4) hoc eſt, √ȝ 9. nimirum 3. per √ȝ 9. hoc eſt, per 3. vbi perſpicuum eſt, numerum gigni 9. Quadrata numerorum ſunt 7 + √ȝ 4. & 9. Ex √ȝ 4. in 9. id eſt, in √ȝ 81. fit √ȝ 324. Et ex 7. in 9. fiunt 63. Igitur productus numerus erit √ȝ (63 + √ȝ 324.) hoc eſt, √ȝ 81. ſiue 9. vt diximus.

7 + √ȝ 4
9
63 + √ȝ 324

MVLTIPLICETVR √ȝ (12 + √ȝ 6) per √ȝ 12 + √ȝ 6. Quadrata numerorum ſunt 12 + √ȝ 6. & 18 + √ȝ 288. vt conſtat, ſi √ȝ 12 + √ȝ 6. ducatur in ſe. (Producitur enim numerus iſte 12 + √ȝ 288 + 6. conſtat autem 12. & 6. facere 18.) Ex √ȝ 288. in √ȝ 6. fit √ȝ 1728. Et ex √ȝ 288 in 12. hoc eſt, in √ȝ 144. fit √ȝ 41472. Et ex √ȝ 6. in 18. id eſt, in √ȝ 324. fit √ȝ 1944. Ac tandē ex 12. in 18. fiunt 216. Itaque totus

12 + √ȝ 6
18 + √ȝ 288
√ȝ 41472 + √ȝ 1728
216 √ȝ 1944
216 + √ȝ 1944 + √ȝ 41472 + √ȝ 1728

numerus productus erit √ȝ (216 + √ȝ 1944 + √ȝ 41472 + √ȝ 1728.)

Multiplicatio radicis numeri compoſiti, vna cum radice numeri diminuti ſimilis, in ſeipſam.

CAETERVM quando radix zenſica numeri compoſiti, vna cum radice zenſica numeri diminuti ſimilis in ſeipſam multiplicanda proponitur. quod non rarò in Binomijs, ac Reſiduis (de quibus in cap. 27. & 28.) accidit, ita agemus. Sit in ſe multiplicanda √ȝ (12 + √ȝ 6) + √ȝ (12 — √ȝ 6.) Scribatur numerus bis, vt in multiplicatione fieri ſolet. Et quoniam ex propoſ. 4. lib. 2. Eucl. quadrata partium √ȝ (12 + √ȝ 6) & √ȝ (12 — √ȝ 6) vnà cum eo, quod ex vna parte √ȝ (12 — √ȝ 6) bis fit in alteram partem √ȝ (12 + √ȝ 6) æqua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

æqualia sunt ei, qui fit ex numero in se: Sunt autem quadrata partium 12 + √ȝ 6. & 12 — √ȝ 6. quæ simul faciunt 24. (Nam + √ȝ 6. & — √ȝ 6. se mutuo tollunt) Et ex vna parte in alteram fit √ȝ 138 (quia 6. quadratum √ȝ 6. demptum ex 144. quadrato numeri 12. relinquit 138. cui numero præfigendum est signum √ȝ) cuius duplum est √ȝ 552. Productus ergo numerus est 24 + √ȝ 552.

√ȝ (12 + √ȝ 6) + √ȝ (12 — √ȝ 6)
√ȝ (12 + √ȝ 6) + √ȝ (12 — √ȝ 6)

12 + √ȝ 6 + 12 — √ȝ 6
√ȝ 138
√ȝ 138

√ȝ 552
24 + √ȝ 552

Atque radix huius producti est etiam summa duarum radicum √ȝ (12 + √ȝ 6) & √ȝ (12 — √ȝ 6) in vnam summam collectarum. Nam quando summa duorum numerorum in se ducitur, radix quadrata producti numeri est eorundem duorum numerorum summa. Ac proinde cum duæ radices propositæ simul in se ductæ faciant 24 + √ȝ 552. erit huius producti radix, nimirum √ȝ (24 + √ȝ 552) illarum duarum radicum summa.

Summa ex radice numeri compositi, & radice numeri diminuti similis collecta.

ALIVD exemplum in numeris rationalibus. Sit in se multiplicanda √ȝ (10 + √ȝ 36) + √ȝ (10 — √ȝ 36) hoc est, 6. in se: vbi numerus procreatur 36. Quadrata partium sunt 10 + √ȝ 36. & 10 — √ȝ 36. quæ simul additæ faciunt 20. Et ex vna parte in alteram fit √ȝ 64. quæ bis sumpta facit √ȝ 256. id est, 16. atque adeo productus numerus est 20 + 16. hoc est, 36. vt par est.

√ȝ (10 + √ȝ 36) + √ȝ (10 — √ȝ 36)
√ȝ (10 + √ȝ 36) + √ȝ (10 — √ȝ 36)

10 + √ȝ 36 + 10 — √ȝ 36
√ȝ 64
√ȝ 64

√ȝ 256
Productus 20 + √ȝ 256. hoc est, 36.

Atque radix huius numeri, nimirum 6. est summa quoque ex duabus illis radicibus collecta, vt manifestum est.

PRAETEREA quando multiplicandus est numerus compositus ex radice simplici, & radice compositi numeri, hoc est, ex radice simplici, & radice Vniuersali, per numerum diminutum similem: locum etiam habet compendium cap. 23. traditum ante exempla diuisionis, ad finem nimirum exemplorum multiplicationis. Vt si ducendus sit numerus √ȝ 20 + √ȝ (20 — √ȝ 5) in numerum √ȝ 20 — √ȝ (20 — √ȝ 5) scribatur vnus numerus sub alio, vt hic vides.

√ȝ 20 + √ȝ (20 — √ȝ 5)
√ȝ 20 — √ȝ (20 — √ȝ 5)

√ȝ 5

Nam si 20 — √ȝ 5 quadratum posterioris particulæ numeri compositi, vel diminuti, detrahatur ex 20. quadrato particulæ prioris, reliquus erit numerus 0 + √ȝ 5. vt in hac altera formula cernitur. quia 20. ex 20. nil relinquunt: at

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

20 + √ȝ 0
20 — √ȝ 5
0 + √ȝ 5

— √ȝ 5. ex + √ȝ 0. (quoniam diuersa signa mutant speciem, fitq. additio) remanet + √ȝ 5. vt in Subtractione radicum simplicium diximus. atque ita ex √ȝ 20 + √ȝ (20 — √ȝ 5.) in √ȝ 20 — √ȝ (20 — √ȝ 5) producitur √ȝ 5.

IMMO hoc compendio vti etiam licebit, quando multiplicandus est numerus compositus ex numero Cossico, & radice numeri Cossici compositi vel diminuti, per numerum diminutum similem. Vt si ducendus sit numerus $\frac{1}{2}$ ȝ + √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ + 1 ȝ) in $\frac{1}{2}$ ȝ — √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ + 1 ȝ.) Scripto vno numero sub alio, vt hic cernis, detrahitur quadratum $\frac{1}{4}$ ȝȝ + 1 ȝ posterioris particulæ ex $\frac{1}{4}$ ȝȝ. quadrato particulæ prioris, vt hæc altera formula ostendit. Nam reliquus numerus 0 — 1 ȝ. erit is, qui producitur ex vno numero in alium.

$\frac{1}{2}$ ȝ + √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ + 1 ȝ)
$\frac{1}{2}$ ȝ — √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ + 1 ȝ)
— 1 ȝ

$\frac{1}{4}$ ȝȝ + 0 ȝ
$\frac{1}{4}$ ȝȝ + 1 ȝ
0 + 1 ȝ

SIC etiam ex $\frac{1}{2}$ ȝ + √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ — 1 ȝ) in $\frac{1}{2}$ ȝ — √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ — 1 ȝ) gignetur numerus 1 ȝ. vt aliæ duæ hæ appositæ formulæ docent.

$\frac{1}{2}$ ȝ + √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ — 1 ȝ)
$\frac{1}{2}$ ȝ — √ȝ ($\frac{1}{4}$ ȝȝ — 1 ȝ)
1 ȝ

$\frac{1}{4}$ ȝȝ + 0 ȝ
$\frac{1}{4}$ ȝȝ — 1 ȝ
0 + 1 ȝ

Diuisio radicum numerorum compositorum.

DIVISIO radicum huiusmodi fit hoc modo. Tam numerus diuidendus, quam diuidens reducatur ad quadratum: Deinde diuisio fiat, vt supra explicatum est. Radix enim producti numeri erit Quotiens. vt exempla probabunt. quemadmodum, vt in cap. præcedenti diximus, ex diuisione √ȝ 12. per √ȝ 3. exit √ȝ 4. radix nimirum zensica numeri 4. qui fit ex diuisione quadrati 12. per quadratum 3. Item sicut ex diuisione √ß 30. per √ß 5. fit Quotiens √ß 6. radix videlicet surdesolida numeri 6. ex diuisione surdesolidi 30. per surdesolidum 5. procreati.

SIT diuidenda √ȝ (13 + √ȝ 7) per √ȝ 5. Quadrata numerorum sunt 13 + √ȝ 7. & 5. Ex diuisione 13. per 5. exeunt $2\frac{3}{5}$. Et ex √ȝ 7. per 5. id est, per √ȝ 25. exeũt √ȝ $\frac{7}{25}$. Totus ergo Quotiens est √ȝ ($2\frac{3}{5}$ + √ȝ $\frac{7}{25}$.)

13 + √ȝ 7 ($2\frac{3}{5}$ + √ȝ $\frac{7}{25}$
5 √ȝ 25

SIT diuidenda √ȝ (432 + √ȝ 7776) per 6. Quadrata numerorum sunt 432 + √ȝ 7776. & 36. Diuisis 432. per 36. exeunt 12.

& di-

& diuiſa √z 7776. per 36. id eſt, per √z 1296. exit √z 6. Quotiens ergo totus erit √z (12 + √z 6.)

```
1
14          133
432 + √z 7776 ( 12 + √z 6.
366         1296
3
```

SIT diuidenda √z (588 + √z 34848) per √z (12 + √z 8) Quadrata numerorum ſunt 588 + √z 34848. & 12 + √z 8. Quoniam diuiſor eſt numerus compoſitus, multiplicandus erit per 12 — √z 8. mutato ſigno + in —. vt ſupra cap. 23. dictum eſt: vt fiat nouus diuiſor √z 136. Quod ſi per eundem numerum 12 — √z 8. multiplicetur diuidendus numerus, fiet nouus diuidendus √z (6528 + √z 332928.) Fit enim numerus productus √z (7056 + √z 5018112 — √z 2765952 — √z 278784) qui reducitur ad √z (6528 + √z 332928) quia radix numeri 278784. eſt 528. quæ detracta ex 7056. relinquit 6528. Et detracta √z 2765952. ex √z 5018112. cum ſint commenſurabiles in proportione $\frac{192}{147}$. relinquit √z 332928. cui apponendum eſt ſignum +. maioris numeri. Itaq. ſi diuidatur nouus diuidendus √z (6528 + √z 332928) per nouum diuiſorem 136. fiet Quotiens √z (48 + √z 18.) Diuiſis namq. 6528. per 136. exeunt 48. Et diuiſa √z 332928. per 136. hoc eſt, per √z 18496. exit √z 18. atque adeo √z (48 + √z 18) Quotiens erit diuiſionis propoſitæ.

HOC exemplum quia pulchrum eſt, & ſubobſcurum, libet examinare per multiplicationem. Igitur neceſſe eſt, numerum diuiſum (√z 588 + √z 34848) redire, ſi Quotiens inuentus √z (48 + √z 18) in diuiſorem √z (12 + √z 8) ducatur. Fit autem ex hac multiplicatione numerus √z (576 + √z 2592 + √z 18432 + √z 144) Quòd ſi √z 144. addatur ad 576. fiet ſumma 588. Et ſi ſimul addantur √z 2592. & √z 18432. quæ commenſurabiles ſunt in proportione $\frac{8}{1}$. fiet √z 34848.

DIVIDATVR item √z 15. per √z (3 + √z 5) Vt ſimplex diuiſor reperiatur, ducemus √z (3 + √z 5) in √z (3 — √z 5.) fietq. diuiſor √z 4. nouus. Quòd ſi diuidendus numerus √z 15. ducatur quoque in √z (3 — √z 5.) gignemus nouum diuidendum √z (45 — √z 1125) Quadratum huius numeri diuidendi eſt 45 — √z 1125. Noui verò diuiſoris quadratum eſt 4. Si ergo partiamur 45. per 4. fit Quotiens $11\frac{1}{4}$. Et ſi diuidamus — √z 1125. per 4. hoc eſt, per √z 16. fit Quotiens — √z 70 $\frac{5}{16}$. Totus igitur Quotiens eſt √z ($11\frac{1}{4}$ — √z 70 $\frac{5}{16}$.)

DIVIDAMVS 20. per √z (10 — √z 5.) Multiplicetur vterque numerus per √z (10 + √z 5.) vt fiat nouus diuidendus √z (4000 + √z 800000) nouus autem diuiſor √z 95. Quadrata horum numerorum ſunt 4000 + √z 800000. & 95. Si igitur partiamur 4000. per 95. exibunt $42\frac{2}{19}$. At ex diuiſione √z 800000. per 95. id eſt, per √z 9025. prodit √z 88 $\frac{232}{361}$. Quotiens ergo propoſitæ diuiſionis eſt √z ($42\frac{2}{19}$ + √z 88 $\frac{232}{361}$.)

DIVIDAMVS √z (4 + √z 25) per √z (1 + √z 9) hoc eſt, √z 9. per √z 4. ſiue 3. per 2. vbi Quotiens eſt $1\frac{1}{2}$. Multiplicetur tam diuidendus, quam diuiſor, per √z (1 — √z 9) vt fiat nouus diuidendus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

√ȝ (4 + √ȝ 25 — √ȝ 144 — √ȝ 225.) & nouus diuiſor √ȝ — 8. Quadrata horum numerorũ ſunt 4 + √ȝ 25 — √ȝ 144 — √ȝ 225. & — 8. Ex diuiſione 4. per — 8. fit Quotiens — $\frac{1}{2}$. Et ex diuiſione √ȝ 25. per — 8. id eſt, per √ȝ — 64. fit Quotiens √ȝ — $\frac{25}{64}$. vel (quod idem eſt) — √ȝ $\frac{25}{64}$. Et ex diuiſione — √ȝ 144. per — 8. id eſt, per — √ȝ 64. exit √ȝ + 2$\frac{16}{64}$. vel(quod idẽ eſt) + √ȝ 2$\frac{16}{64}$. Et ex diuiſione — √ȝ 225. per — 8. hoc eſt, per — √ȝ 64. fit Quotiens + √ȝ 3$\frac{33}{64}$. Quibus Quotientibus in ordinem redactis, erit totus Quotiens √ȝ (√ȝ 3$\frac{33}{64}$ + √ȝ 2$\frac{16}{64}$ — √ȝ $\frac{25}{64}$ — $\frac{1}{2}$) qui æquiualet √ȝ 2$\frac{1}{4}$. hoc eſt, 1$\frac{1}{2}$. vt diximus. Nam √ȝ 3$\frac{33}{64}$. hoc eſt, √ȝ $\frac{225}{64}$. eſt $\frac{15}{8}$. & √ȝ 2$\frac{16}{64}$. ſiue √ȝ $\frac{144}{64}$. eſt $\frac{12}{8}$ quæ cum priori $\frac{15}{8}$ facit $\frac{27}{8}$. Deinde √ȝ $\frac{25}{64}$. eſt $\frac{5}{8}$. quæ cum $\frac{1}{2}$. hoc eſt, cum $\frac{4}{8}$ facit $\frac{9}{8}$. atque $\frac{9}{8}$. ex $\frac{27}{8}$ relinquunt $\frac{18}{8}$. ſiue 2$\frac{1}{4}$. atque radix huius numeri eſt Quotiens ſupra inuentus, nimirum 1$\frac{1}{2}$.

IMMO ex diuiſione √ȝ (4 + √ȝ 25 — √ȝ 144 — √ȝ 225) per √ȝ — 8. prouenire 1$\frac{1}{2}$. ita quoque fiet manifeſtum. Ex 4. & √ȝ 25. fiunt 9. Et ex — √ȝ 144 — √ȝ 225. fiunt — 27. Faciunt autem — 27. cum + 9. numerum — 18. Igitur numerus diuidendus eſt √ȝ — 18. & diuiſor √ȝ — 8. vbi Quotiens fit √ȝ 2$\frac{1}{4}$. hoc eſt, 1$\frac{1}{2}$.

HOC exemplum ita quoque proponi poteſt; vt dicamus, diuidendam eſſe √ȝ (4 + √ȝ 25) per √ȝ (√ȝ 9 + 1) vbi iterum diuiduntur 3. per 2. Et ſi tam diuidendus, quam diuiſor multiplicetur per √ȝ (√ȝ 9 — 1) fiet nouus diuidendus numerus √ȝ (√ȝ 144 + √ȝ 225 — 4 — √ȝ 25.) & nouus diuiſor √ȝ 8. Quadrata horum numerorũ ſunt √ȝ 144 + √ȝ 225 — 4 — √ȝ 25. & 8. Ex diuiſione autem √ȝ 144. per 8. id eſt, per √ȝ 64. fit Quotiens √ȝ 2$\frac{16}{64}$. Et ex diuiſione √ȝ 225. per 8. id eſt, per √ȝ 64. fit Quotiens √ȝ 3$\frac{33}{64}$. Et ex diuiſione — 4. per 8. fit Quotiens — $\frac{1}{2}$. Et ex diuiſione — √ȝ 25. per 8. id eſt, per √ȝ 64. fit Quotiens — √ȝ $\frac{25}{64}$. ita vt totus Quotiens ſit idem omnino, qui prius, nimirum √ȝ (√ȝ 3$\frac{33}{64}$ + √ȝ 2$\frac{16}{64}$ — √ȝ $\frac{25}{64}$ — $\frac{1}{2}$. De induſtria autem interdum longior ſum in exemplis expediendis, vt ex ijs difficultates, quæ in radicibus numerorum compoſitorum occurrere ſolent, diſcas ſuperare.

DIVIDAMVS quoque √ce (√ce 32768 + √ce 13824) per 2. Cubi numerorum ſunt √ce 32768 + √ce 13824. & 8. Ex diuiſione √ce 32768. per 8. hoc eſt, per √ce 512. fit Quotiens √ȝ 64. Et ex diuiſione √ce 13824. per 8. id eſt, per √ce 512. fit Quotiens √ce 27. Totusq. Quotiens erit √ce (√ce 64 + √ce 27) hoc eſt, √ce 7.

DENIQVE ſit diuidenda √ȝ (33 + √ȝ 9) per √ȝ (3 + √ȝ 1) hoc eſt, 6. per 2. vbi Quotiens eſt 3. Multiplicetur vterque numerus per √ȝ (3 — √ȝ 1) vt fiat nouus diuidendus √ȝ (99 + √ȝ 81 — √ȝ 1089 — √ȝ 9) & nouus diuiſor √ȝ (9 — 1.) hoc eſt, √ȝ 8. Quadrata horum numerorum ſunt 99 + √ȝ 81 — √ȝ 1089 — √ȝ 9. & 8. Ex diuiſione 99. per 8. fit Quotiens 12$\frac{3}{8}$. Ex diuiſione √ȝ 81. per 8. id eſt, per √ȝ 64. fit Quotiens √ȝ 1$\frac{17}{64}$. Ex diuiſione — √ȝ 1089. per 8. id eſt, per √ȝ 64. fit Quotiens — √ȝ 17$\frac{1}{64}$. Ac tandem ex diuiſione — √ȝ 9. per 8. hoc eſt, per √ȝ 64. fit Quotiens — √ȝ $\frac{9}{64}$. Eritq. to-

tus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

tus Quotiens √ȝ (12 $\frac{3}{8}$ + √ȝ 1 $\frac{17}{64}$ — √ȝ 17 $\frac{1}{64}$ — √ȝ $\frac{9}{64}$.) hoc est, 3. Nam si ad 12 $\frac{3}{8}$. addatur √ȝ 1 $\frac{17}{64}$. hoc est, $\frac{9}{8}$. fient 12 $\frac{12}{8}$. ex quibus si tollantur √ȝ 17 $\frac{1}{64}$. & √ȝ $\frac{9}{64}$. hoc est, $\frac{33}{8}$. & $\frac{3}{8}$. relinquentur 9. Est ergo Quotiens √ȝ 9. id est, 3.

Additio radicum numerorum compositorum.

ADDITIO, & subtractio radicum numerorum compositorum commodè plerunque addi non possunt, vel vna ab altera subtrahi, nisi per interpositionem signi + vel —. vt cap. 22. annotauimus. Quando tamen addẽda est huiusmodi radicũ aliqua ad similẽ, mutato signo + in —. vel — in +. cõmodissimè inter se addentur, si illæ radices per signum + connectantur, & totum illud aggregatum in se ducatur, vt paulò ante monstratum est. Nam √ȝ huius producti erit summa duarum radicum propositarum. Vt si addendæ sint hæ duę radices, √ȝ (12 + √ȝ 6) & √ȝ (12 — √ȝ 6) ducemus hoc compositum √ȝ (12 + √ȝ 6) + √ȝ (12 — √ȝ 6) in seipsum, produceturq. numerus 24 + √ȝ 552. vt supra diximus. Huius ergo radix quadrata, nimirum √ȝ (24 + √ȝ 552.) erit summa duarum radicum propositarum.

Eodem modo supra, harum radicum, √ȝ (10 + √ȝ 36) & √ȝ (10 — √ȝ 36) summa inuenta fuit, √ȝ (20 + √ȝ 256) hoc est, √ȝ 36. id est, 6.

ITEM sint addendæ √ȝ (8 + √ȝ 32) & √ȝ (8 — √ȝ 32.) Sic stabit exẽplum ad multiplicationem. Si ergo producto numero præfiges signũ √ȝ. erit summa duarum radicum dictarum, √ȝ (16 + √ȝ 128.)

√ȝ (8 + √ȝ 32) + √ȝ (8 — √ȝ 32)
√ȝ (8 + √ȝ 32) + √ȝ (8 — √ȝ 32)
8 + √ȝ 32 + 8 — √ȝ 32
√ȝ 32
√ȝ 32
√ȝ 128
Productus. 16 + √ȝ 128.

ITEM sit addenda √ȝ (2 + √ȝ 3) ad √ȝ (2 — √ȝ 3.) Sic instituetur multiplicatio. fietq. productus, 4 + √ȝ 4. hoc est, 6. Igitur summa duarum radicum quæsita erit √ȝ 6,

√ȝ (2 + √ȝ 3) + √ȝ (2 — √ȝ 3)
√ȝ (2 + √ȝ 3) + √ȝ (2 — √ȝ 3)
2 + √ȝ 3 + 2 — √ȝ 3
√ȝ 1
√ȝ 1
√ȝ 4
Productus. 4 + √ȝ 4. hoc est, 6.

Huiusmodi radicum additio commodè etiã sic fiet. Multiplicetur quadratum vnius radicis in quadratum alterius. quod breuissimè fiet, si in alterutra radice, quadratum posterioris particulæ dematur ex quadrato particulæ prioris, & residui radix adijciatur ad priorem particulam, summaq. hæc duplicetur, id est, per 2. multiplicetur. Radix enim huius producti dabit summã quæsitam. Vt in primo exemplo, summa √ȝ (12 + √ȝ 6) & √ȝ (12 — √ȝ 6) ita fiet. Dempto quadrato 6. posterioris particulæ ex 144. quadrato particulæ prioris, supersunt 138. Si igitur addatur √ȝ 138.

ad 12.

ad 12. priorem particulam, fiet ſumma 12 + √ȝ 138. quæ ducta in 2. faciet ſummam quæſitam √ȝ (24 + √ȝ 552) vt prius.

IN ſecundo autem exemplo, ſumma √ȝ (10 + √ȝ 36) & √ȝ (10 — √ȝ 36) ita nota fiet. Dempto quadrato 36. poſterioris particulæ ex 100. quadrato prioris particulæ, remanent 64. Si ergo √ȝ 64. addes ad priorem particulam 10. facies 10 + √ȝ 64. quæ ſumma ducta in 2. faciet ſummam deſideratam √ȝ (20 + √ȝ 256.) hoc eſt, √ȝ 36. hoc eſt, 6. veluti prius.

IN tertio denique exemplo, ſummam radicum √ȝ (2 + √ȝ 3) & √ȝ (2 — √ȝ 3) ſic cognoſcemus. Dempto quadrato 3. poſterioris particulæ ex 4. quadrato particulæ prioris, reliqua fit 1. Si ergo addemus √ȝ 1. ad 2. priorem particulam, faciemus 2 + √ȝ 1. hoc eſt, 3. Duplum eſt 6, Ergo √ȝ 6. eſt ſumma optata, eadem quæ prius.

QVANDO addendæ ſunt duæ radices numerorum compoſitorũ diſſimilium, quorum videlicet numeri particularum non omnes æquales ſunt: addi poterunt nonnunquam per propoſ. 4. lib. 2. Eucl. tum ſcilicet, cum numerus ex vna radice in alteram bis multiplicata productus reduci poteſt ad ſimplicem numerum, vel ad numerum compoſitum duarum particularum. hoc ſcilicet modo. Sit addenda √ȝ (10 + √ȝ 36) ad √ȝ (11 + √ȝ 25) hoc eſt, 4. ad 4. vbi ſumma eſt 8. Quadrata duarum radicum per ſignum + connexa faciunt 10 + √ȝ 36 + 11 √ȝ 25. Productus numerus ex vna radice in alteram, (hoc eſt, ſi quadratum vnius in quadratum alterius ducatur, & producto præfigatur ſignum √ȝ. vt in multiplicatione radicum ſimplicium quadratarum fieri ſolet) eſt √ȝ (110 + √ȝ 4356 + √ȝ 2500 + √ȝ 900.) vt in ſubiecta formula apparet. cuius duplum (ſi nimirum per 2. multiplicetur) √ȝ (440 + √ȝ 69696 + √ȝ 40000 + √ȝ 14400) reducitur ad √ȝ 1024. hoc eſt, ad 32. Si igitur addantur 32. ad duo ſuperiora quadrata, erit tota ſumma √ȝ (10 + √ȝ 36 + √ȝ 11 + √ȝ 25 + 32.) hoc eſt, √ȝ 64. ſiue 8. vt ratio poſtulat.

√ȝ (10 + √ȝ 36)
√ȝ (11 + √ȝ 25)
____
√ȝ 2500 + √ȝ 900
110 + √ȝ 4356
____
√ȝ (110 + √ȝ 4356 + √ȝ 2500 + √ȝ 900.)

SIT rurſum addenda √ȝ (12 + √ȝ 108) ad √ȝ (2 + √ȝ 3) Summa quadratorum eſt 12 + √ȝ 108 + 2 + √ȝ 3. Productus numerus ex vna radice in alteram eſt √ȝ (42 + √ȝ 1728) quæ radix eſt √ȝ 24 + √ȝ 18. (vt ex cap. 27. patebit.) cuius duplum, nimirum √ȝ 96 + √ȝ 72. additum ad prædicta duo quadrata 12 + √ȝ 108 + 2 + √ȝ 3. hoc eſt, ad 14 + √ȝ 108 + √ȝ 3. hoc eſt, ad 14 + √ȝ 147. (nã √ȝ 108. & √ȝ 3. ſunt commenſurabiles, conficiuntq. √ȝ 147) fiet tota ſumma √ȝ (14 + √ȝ 147 + √ȝ 96 + √ȝ 72.)

SIT quoque addenda √ȝ (√ȝ 2 + 1) ad √ȝ (√ȝ 162 + 9.) Summa quadratorum eſt √ȝ 2 + 1 + √ȝ 162 + 9. Ex vna radice in alteram

fit √ȝ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

fit √ʒ (27 + √ʒ 648) quæ radix valet 3 + √ʒ 18. (quo pacto autem ex hoc quadrato 27 + √ʒ 648. erui debeat radix, cap. 27. docebimus) cuius duplum 6 + √ʒ 72. additum ad prædictam quadratorum summam facit √ʒ 2 + 1 + √ʒ 162 + 9 + 6 + √ʒ 72. hoc est √ʒ 512 + 16. Nam √ʒ 162. & √ʒ 2. commensurabiles sunt, faciuntq. √ʒ 200. Item √ʒ 200. & √ʒ 27. commensurabiles quoque sunt, faciuntq. √ʒ 512. Summa ergo quæsita erit √ʒ (√ʒ 512 + 16.)

SED quando productus numerus ex vna radice in alteram non potest reduci ad numerum compositum, quando videlicet radicem, quæ sit vel radix simplex. vel numerus compositus, non habet, fieret hoc modo summa magis perplexa, & obscura. Quare commodius fiet tunc addito per signum + interpositum. V. g. si addenda sit √ʒ (2 + √ʒ 3) ad √ʒ (√ʒ 12 + 2) fit ex vna in alteram √ʒ (√ʒ 48 + √ʒ 36 + 4 + √ʒ 12) hoc est, √ʒ (√ʒ 108 + 10) propterea quòd √ʒ 48. & √ʒ 12. commensurabiles sunt, conficiuntq. √ʒ 108. ac √ʒ 36. & 4. efficiunt 10. Sed quia numerus quadratus √ʒ 108 + 10. radicem habet √ʒ (√ʒ 27 + √ʒ 2) + √ʒ (√ʒ 27 — √ʒ 2.) vt ex cap. 27. constabit. quæ quidem composita est ex duabus radicibus duorum numerorum compositorum. Efficiunt autem hæ duæ radices summam √ʒ (√ʒ 27 + √ʒ 2 + √ʒ 27 — √ʒ 2 + 10. vt in hac formula apparet. Atque hæc summa reducitur ad hanc, √ʒ (√ʒ 108 + 10) erit hæc summa radix huius numeri √ʒ 108 + 10.

√ʒ (√ʒ 27 + √ʒ 2) + √ʒ (√ʒ 27 — √ʒ 2)		
√ʒ (√ʒ 27 + √ʒ 2) + √ʒ (√ʒ 27 — √ʒ 2)		
√ʒ 27 + √ʒ 2	+	√ʒ 27 — √ʒ 2
	√ʒ 25. hoc est, 5	
	√ʒ 25. hoc est, 5	
	√ʒ 100. id est, 10	
√ʒ (√ʒ 27 + √ʒ 2 + √ʒ 27 — √ʒ 2 + 10.		

quod patet, quia √ʒ (√ʒ 108 + 10) in se ducta facit √ʒ 108 + 10. Hæc autem radix √ʒ (√ʒ 108 + 10) duplicata, quod fiet, si eius quadratum √ʒ 108 + 10. ducatur in 4. quadratum binarij; Hæc, inquã, radix duplicata facit √ʒ (√ʒ 1728 + 40) quæ cum duobus quadratis radicum propositarum, nimirum cum 2 + √ʒ 3. & √ʒ 12 + 2. faciet radicum summam √ʒ (√ʒ 1728 + 40) + 2 + √ʒ 3 + √ʒ 12 + 2) sed quia 2 + √ʒ 3 + √ʒ 12 + 2. faciunt 14 + √ʒ 27. erit summa √ʒ (√ʒ 1728 + 40) + √ʒ 27 + 14) quæ magis intricata est, quam si summa dicatur esse √ʒ (2 + √ʒ 3) + √ʒ (√ʒ 12 + 2.) Eadem illa summa intricata facilius reperietur, sine inuentione radicis numeri √ʒ 108 + 10. cuius radix, nimirum √ʒ (√ʒ 108 + 10.) producta fuit ex vna radice proposita in alteram. Nam duplum huius numeri, √ʒ (√ʒ 1728 + 40) cum duobus quadratis radicum propositarũ, conficiet ex propos. 4. lib. 2. Eucl. duarum radicum summam eandem √ʒ (√ʒ 1728 + 40) + √ʒ 27 + 14.)

QVANDO duæ huiusmodi radices sunt commensurabiles, poterunt inter se addi per regulam trium, veluti radices simplices. Vt si addenda proponatur √ʒ (2 + √ʒ 3) ad √ʒ (8 + √ʒ 48.) Diuisa hac

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

hac per illam, (inuento videlicet nouo diuiſore √ȝ 1. & nouo diuidendo √ȝ 4.) fit Quotiens √ȝ 4. hoc eſt, 2. ſiue $\frac{2}{1}$. Habẽt ergo illæ radices proportionem duplam: ac proinde ſi fiat, Vt 1. ad 3. ita √ȝ (2 + √ȝ 3) ad aliud, inuenietur ſumma √ȝ (18 + √ȝ 243.)

ITEM ſit addenda √ȝ (4 + √ȝ 6) ad √ȝ (8 + √ȝ 24.) Diuiſa hac per illam (inuento diuiſore nouo √ȝ 10. & nouo diuidendo √ȝ 20) fit Quotiens √ȝ 2. qui licet irrationalis ſit, ac proinde radices propoſitæ ſint incommenſurabiles, conabimur tamen eius beneficio illas ſimul addere, more radicum commenſurabilium. Eſt ergo proportio vnius radicis ad alteram, quæ √ȝ 2. ad 1. ita vt denominator proportionis ſit $\frac{\sqrt{ȝ}\,2}{1}$. Et denominator 1. huius fractionis additus ad √ȝ 2. denominatorẽ, facit √ȝ 2 + 1. Quare ſi fiat, Vt 1. ad √ȝ 2 + 1. ita √ȝ (4 + √ȝ 6) ad aliud, fit √ȝ (12 + √ȝ 128 + √ȝ 54 + √ȝ 48) pro ſumma duarum radicum propoſitarum. Nam vt in regula triũ multiplicetur √ȝ 2 + 1. in √ȝ (4 + √ȝ 6) reducenda eſt √ȝ 2 + 1. ad quadratum 3 + √ȝ 8. hoc eſt, ducenda in ſe, atque hoc ducendum in 4 + √ȝ 6. quadratum radicis √ȝ (4 + √ȝ 6.) Productoq. 12 + √ȝ 128 — √ȝ 50 + √ȝ 48. præfigendum ſignum √ȝ.

SIT præterea addenda √ȝ (√ȝ 6 — √ȝ 2) ad √ȝ (√ȝ 96 — √ȝ 32.) Diuiſa hac per illam, (inuento ſcilicet nouo diuiſore √ȝ 4. & nouo diuidendo √ȝ 16.) fit Quotiens √ȝ 4. hoc eſt, 2. eſtq. proportio vnius radicis ad alteram dupla, cuius denominator eſt $\frac{2}{1}$. Si igitur fiat, Vt 1. ad 3. ita √ȝ (√ȝ 6 — √ȝ 2) ad aliud: reperietur ſumma quæſita √ȝ (√ȝ 486 — √ȝ 162.)

Subtractio radicum numerorum compoſitorum.

IAM vero ſi a radice numeri compoſiti detrahenda ſit alia radix ſimilis numeri diminuti, (quod ſæpe contingit in Binomijs, ac Reſiduis, eorumq. radicibus) fiet id hoc modo. Sit ſubtrahenda V. g. √ȝ (12 — √ȝ 6) a √ȝ (12 + √ȝ 6) Certum eſt, reſiduum eſſe √ȝ (12 + √ȝ 6) — √ȝ (12 — √ȝ 6.) Scribatur ergo hoc reſiduum bis, & in ſe multiplicetur, hoc eſt, iuxta propoſ. 4. lib. 2. Eucl. ad quadrata partium, 12 + √ȝ 6. & 12 — √ȝ 6. addatur duplum numeri — √ȝ 138. qui fit ex vna parte in alteram, videlicet — √ȝ 552. fietq. quadratum 24. — √ȝ 552. quia duo quadrata efficiunt 24. Radix igitur huius quadrati, nimirum √ȝ (24 — √ȝ 552) erit id, quod relinquitur ex detractione √ȝ (12 — √ȝ 6) a √ȝ (12 + √ȝ 6.) Detracto enim numero ex alio numero, ſi reliquus numerus ducatur in ſe, erit radix quadrata numeri producti, numerus ille reliquus. Ac proinde cum in dato exemplo numerus reliquus, √ȝ (12 + √ȝ 6) — √ȝ (12 — √ȝ 6) in ſe ductus faciat 24 — √ȝ 552. erit √ȝ (24 — √ȝ 552) numerus, qui relinquitur ex detractione √ȝ (12 — √ȝ 6) a √ȝ (12 + √ȝ 6.]

```
√ȝ (12 + √ȝ 6) — √ȝ (12 — √ȝ 6)
√ȝ (12 + √ȝ 6) — √ȝ (12 — √ȝ 6)
-------------------------------
12 + √ȝ 6    +    12 — √ȝ 6
      — √ȝ 138
      — √ȝ 138
-------------------------------
24 — √ȝ 552
```

ALIVD exemplum in numeris rationalibus. Sit ſubtrahenda

√ȝ

√ȝ (10 — √ȝ 36) ex √ȝ (10 + √ȝ 36) nimirum 2. ex 4. vbi perſpicuum eſt, reliquum numerum eſſe 2. Scripto numero √ȝ (10 + √ȝ 36.) — √ȝ (10 — √ȝ 36) qui nimirum relinquitur poſt detractionem √ȝ (10 — √ȝ 36) ex √ȝ (10 + √ȝ 36) atque eodem ducto in ſe, iuxta præſcriptum propoſ. 4. lib. 2. Eucl. fiet productus numerus 20 — √ȝ 256.) Ergo reſiduum quæſitum erit √ȝ (20 — √ȝ 256) hoc eſt, √ȝ 4. ſiue 2. quod eſt propoſitum.

√ȝ (10 + √ȝ 36) — √ȝ (10 — √ȝ 36)
√ȝ (10 + √ȝ 36) — √ȝ (10 — √ȝ 36)
10 + √ȝ 36. & 10 — √ȝ 36
— √ȝ 64
— √ȝ 64
20 — √ȝ 256.

QVANDO propoſitæ radices huiuſmodi ſunt diuerſæ, poterit minor a maiore ſubtrahi, ex præſcripto propoſ. 7. lib. 2. Eucl. quando videlicet numerus productus ex vna radice in aliam multiplicata bis reduci poteſt ad numerum ſimplicem, vel compoſitum duarũ particularum, hac ſcilicet ratione. Sit ſubtrahenda √ȝ (8 — √ȝ 32) ex √ȝ (8 + √ȝ 32.) Quadrata duarum particularum ſunt 8 — √ȝ 32. & 8 + √ȝ 32. quæ connexa per ſignum +, faciunt 8 — √ȝ 32 + 8 + √ȝ 32. hoc eſt, 16. Ex vna radice in alteram fit √ȝ 32. cuius duplum √ȝ 128. ablatum ex 16. ſumma quadratorum, relinquit 16 — √ȝ 128. Huius ergo numeri radix quadrata, nimirum √ȝ (16 — √ȝ 128) eſt reſiduum deſideratum.

√ȝ (8 + √ȝ 32)
√ȝ (8 — √ȝ 32)
√ȝ 32

SIT rurſus auferenda √ȝ (2 + √ȝ 3) ex √ȝ (12 + √ȝ 108.) Summa quadratorum eſt 2 + √ȝ 3 + 12 + √ȝ 108. hoc eſt, 14 + √ȝ 147. Nam √ȝ 108. & √ȝ 3. commenſurabiles ſunt, efficiuntq. √ȝ 147. Ex vna radice in alteram fit √ȝ (42 + √ȝ 1728) quæ radix, vt ex cap. 28. conſtabit, eſt √ȝ 24 + √ȝ 18. cuius duplum √ȝ 96 + √ȝ 72. demptum ex prædicta quadratorum ſumma 14 + √ȝ 147. relinquit 14 + √ȝ 147 — √ȝ 96. & — √ȝ 72. & præpoſito ſigno √ȝ. erit reſiduum ſubtractionis √ȝ (14 + √ȝ 147 — √ȝ 96. & — √ȝ 72.) quod idem eſt, ac 14 + √ȝ 147 — √ȝ 96 + √ȝ 72. quia ſenſus eſt, ex 14 + √ȝ 147. detrahi aggregatum ex √ȝ 96. & √ȝ 72. vt rectè dictum ſit, reſiduum eſſe 14 + √ȝ 147 — √ȝ 96. & — √ȝ 72. Eſt enim ſenſus, non ſolum ſubtrahi √ȝ 96. ſed inſuper √ȝ 72. ſubduci. Hoc autem perſpicuè cernitur, ſi numerus rationalis detrahendus ſit, vt √ȝ 100 + √ȝ 4. ex 14 + √ȝ 147. vbi certum eſt, ſubtrahi 10 + 2. hoc eſt, 12. reſiduumq. eſſe 2 + √ȝ 147. quod æquiualet huic, 14 + √ȝ 147 — √ȝ 100 + √ȝ 4. ſiue huic, 14 + √ȝ 147 — √ȝ 100. & — √ȝ 4. vt perſpicuum eſt.

12 + √ȝ 108
2 + √ȝ 3
+ √ 432 + √ȝ 324
24 + √ 432
√ȝ (42 + √ȝ 1728)

QVOD ſi productus numerus ex vna radice in alteram non habeat

beat radicem, numerum compoſitum duarum particularum, facienda eſt ſubtractio per ſignum —. Vt ſi ſubtrahenda ſit √ȝ (2 + √ȝ 3) ex √ȝ (√ȝ 12 + 2.) Ex ductu vnius radicis in alteram fit √ȝ(√ȝ 108 + 10) quæ, vt ex cap. 28. patebit, æquiualet huic, √ȝ(√ȝ 27 + √ȝ 2) + √ȝ (√ȝ 27 — √ȝ 2.) Quare commodius dicetur reſiduum ſubtractionis eſſe √ȝ (√ȝ 12 + 2) — √ȝ (2 — √ȝ 3.)

QVANDO denique huiuſmodi radices ſunt commenſurabiles, ſubtrahetur vna ab altera per regulam trium, vt de radicibus ſimplicibus diximus. Sit enim ſubtrahenda √ȝ (2 + √ȝ 3.) ex √ȝ (8 + √ȝ 48.) Diuiſa hac per illam, (inuento nimirum nouo diuiſore √ȝ 1. & nouo diuidendo √ȝ 4.) fit Quotiens √ȝ 4. hoc eſt 2. ita vt proportio earum ſit dupla, cuius denominator $\frac{2}{1}$. Si ergo fiat, vt 1. ad 1. ita √ȝ (2 + √ȝ 3) ad aliud. producetur √ȝ (2 + √ȝ 3) pro reſiduo ſubtractionis.

ITEM ſit auferenda √ȝ (4 + √ȝ 6) ex √ȝ (8 + √ȝ 24.) Diuiſa hac per illam, (inuento ſcilicet nouo diuiſore √ȝ 10. & nouo diuidendo √ȝ 20.) fit Quotiens √ȝ 2. ita vt denominator proportionis maioris ad minorem ſit $\frac{\surd ȝ\,2}{1}$. Si ergo fiat, vt 1. ad √ȝ 2 — 1. ita √ȝ (4 + √ȝ 6) ad aliud, prodibit reſiduum ſubtractionis √ȝ (12 + √ȝ 54 — √ȝ 128 — √ȝ 48.) Nam vt in regula trium multiplicetur √ȝ (4 + √ȝ 6) per √ȝ 2 — 1. reducendus eſt prius hic numerus ad quadratum 3 — √ȝ 8 &c.

Poſtremo ſit ſubducenda √ȝ(√ȝ 6 — √ȝ 2) a √ȝ (√ȝ 486 — √ȝ 162) Diuiſa hac per illam, (inuento ſcilicet diuiſore nouo √ȝ 4. nouoq. diuidendo √ȝ 36) fit Quotiens √ȝ 9. hoc eſt, 3. ita vt radices propoſitæ habeant proportionem triplam, cuius denominator $\frac{3}{1}$. Si igitur fiat, vt 1. ad 2. ita √ȝ (√ȝ 6 — √ȝ 2) ad aliud, prodibit reſiduum quæſitũ √ȝ (√ȝ 96 — √ȝ 32.) Vt enim in regula triũ ſecundus numerus in tertium multiplicetur, reducendi ſunt ambo ad quadrata 4. & √ȝ 6 — √ȝ 2. & vnum in alterum ducendum, vt hic factum eſſe vides, & producto præfigendum ſignum √ȝ. vt reſiduum fiat √ȝ (√ȝ 96 — √ȝ 32.) Idem reſiduum reperietur, ſi fiat, vt 3. ad 2. ita √ȝ (√ȝ 486 — √ȝ 162) ad aliud. Nam reuocato ſecundo numero regulæ trium 2. & tertio √ȝ (√ȝ 486 — √ȝ 162) ad quadrata 4. & √ȝ 486 — √ȝ 162. ſi inter ſe multiplicentur, gignetur numerus √ȝ 7776 — √ȝ 2592. qui vt per 3. primum numerum regulæ trium diuidatur, reducendus erit ad quadratum 9. Si ergo √ȝ 7776. diuidatur per 9. id eſt, per √ȝ 81. fiet Quotiens √ȝ 96. Et ſi — √ȝ 2592. diuidatur per 9. hoc eſt, per √ȝ 81. fiet Quotiens — √ȝ 32. &c.

√ȝ 6 — √ȝ 2
4
√ȝ 96 — √ȝ 32

√ȝ 486 — √ȝ 162
4
√ȝ 7776 — √ȝ 2592

DE

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

DE MINVTIIS NVMERORVM Irrationalium, ac de earundem Algorithmo. Cap. XXV.

Numeratio minutiarum irrationaliũ.

NVMERATIO harum minutiarum facilis est. Quando enim signum radicale ponitur ante medium minutiæ, refertur signum illud ad vtrumque terminum, tam scilicet ad numeratorem, quam ad denominatorem. Vt hæc minutia √ȝ $\frac{9}{16}$. significat √ȝ 9. diuisam esse per √ȝ 16. æquiualetq. $\frac{3}{4}$. Sic √ce $\frac{8}{27}$. significat √ce 8. diuisam esse per √ce 27. æquiualetq. $\frac{2}{3}$. Ita quoque √ȝ $\frac{6}{8}$ denotat, √ȝ 6. esse diuisam per √ȝ 8.

QVANDO signum radicale ponitur ante numerum integrum cũ fractione, reducendus est totus numerus ad vnicam fractionem, vt eius valor exprimi possit. Vt √ce $1\frac{67}{125}$. reducitur ad √ce $\frac{192}{125}$. significatq. √ce 192. diuisam esse per √ce 125. hoc est, per 5. potestq. ita repræsentari $\frac{\text{√ce } 192}{5}$. ita vt significet, √ce 192. esse diuisam per 5. Quòd si termini huius minutiæ √ce $\frac{192}{125}$. multiplicentur per eundem aliquem numerum, nimirum per √ce 192. producetur minutia √ce $\frac{36864}{24000}$ æquiualens minutiæ $\frac{192}{125}$. Et si rursus termini productæ minutiæ ducantur in eandem √ce 192. fiet minutia æquiualens √ce $\frac{7077888}{4608000}$. hoc est, $\frac{192}{\text{√ce } 4608000}$. significatq. cubum 192. (qui videlicet producitur ex √ce 192. ducta in se cubicè) diuisum esse per √ce 4608000. quia radix cubica numeratoris 7077888. est 192. Rursus minutia √ȝ $\frac{16}{64}$. significat √ȝ 16. nimirum 4. diuisam esse per √ȝ 64. nimirum per 8. æquiualetq. minutiæ $\frac{1}{2}$. At minutia $\frac{\text{√ȝ } 16}{64}$. significat √ȝ 16. id est, 4. diuisam esse per 64. æquiualetq. minutiæ $\frac{4}{64}$. vel $\frac{1}{16}$. Sic minutia $\frac{16}{\text{√ȝ } 64}$. significat numerum 16. diuisum esse per √ȝ 64. id est, per 8. æquiualetq. numero 2.

QVANDO eadem est proportio numeratorum ad denominatores, minutiæ æquales sunt, quemadmodum in minutijs vulgaribus. Itaq. omnes hæ minutiæ $\frac{\text{√ȝ } 64}{2}$. √ȝ $\frac{64}{4}$. $\frac{64}{\text{√ȝ } 256}$. eiusdem sunt valoris: quia in omnibus numerator ad denominatorem proportionem seruat quadruplam, vt constat, si numeratores singuli per singulos denominatores diuidantur.

Abbreuiatio minutiarum irrationaliũ.

MINVTIAE irrationales reducuntur ad minimos terminos, quãdo reduci possunt, vt reduci solent minutiæ vulgares. Vt hæc minutia √ȝce $\frac{4}{8}$. reducitur ad hanc √ȝce $\frac{1}{2}$. & √ȝ $\frac{144}{36}$. ad √ȝ $\frac{4}{1}$. Possunt quoque nonnunquam reduci ad minora signa radicalia. Vt √ȝce $\frac{4}{8}$. reducitur ad $\frac{\text{√ce } 2}{\text{√ȝ } 2}$. quia numerator 4. habet radicem quadratam 2. sed hæc non habet cubicam: At denominator 8. habet radicem cubicam 2. sed hæc quadratam non habet. Esse autem has minutias

$\sqrt{zce}\,\frac{4}{8}$. & $\frac{\sqrt{ce}\,2}{\sqrt{z}\,2}$. æquales, probari poteſt ex multiplicatione in crucem.

Additio & ſubtractio minutiarum irrationalium.

ADDITIO, atque ſubtractio fit in hunc modum. Si denominator eſt idem, adduntur denominatores, vt ſupra traditum eſt, vel vnus ab altero ſubtrahitur, & ſummæ, vel reſiduo communis denominator ſupponitur.

Additio

$$\frac{\sqrt{z}\,4}{7}.\quad \frac{\sqrt{z}\,9}{7}.\qquad \frac{\sqrt{z}\,25}{7}.\ \text{vel}\ \frac{5}{7}.$$

Subtractio

$$\frac{\sqrt{z}\,4}{7}.\quad \frac{\sqrt{z}\,9}{7}.\qquad \frac{\sqrt{z}\,1}{7}.\ \text{vel}\ \frac{1}{7}.$$

Vt ex additione $\frac{\sqrt{z}\,4}{7}$. ad $\sqrt{z}\,\frac{9}{7}$. fit ſumma $\frac{\sqrt{z}\,25}{7}$. hoc eſt, $\frac{5}{7}$. At ſubtracta $\frac{\sqrt{z}\,4}{7}$. ex $\frac{\sqrt{z}\,9}{7}$. relinquitur $\frac{\sqrt{z}\,1}{7}$ id eſt $\frac{1}{7}$.

QVANDO autem denominatores ſunt diuerſi, fit reductio ad eundem denominatorem per multiplicationem in crucem, quemadmodum in minutijs vulgaribus fieri conſueuit. Deinde eodem modo numeratores adduntur inter ſe, vel vnus ab altero ſubtrahitur, & ſummæ, vel reliquo numero idem denominator communis ſubſcribitur. Vt ſi addi debent $\sqrt{z}\,\frac{16}{49}$. ad $\sqrt{z}\,\frac{4}{9}$. vel illa ex hac auferenda, reducentur, vt formula appoſita monſtrat, ad $\frac{\sqrt{z}\,144}{\sqrt{z}\,441}$. & $\frac{\sqrt{z}\,196}{\sqrt{z}\,441}$.

Reductio

$$\sqrt{z}\,144 \qquad \sqrt{z}\,196$$
$$\frac{\sqrt{z}\,16}{\sqrt{z}\,49}. \qquad \frac{\sqrt{z}\,4}{\sqrt{z}\,9}.$$
$$\sqrt{z}\,441$$

Additio

$$\frac{\sqrt{z}\,144}{\sqrt{z}\,441}.\quad \frac{\sqrt{z}\,196}{\sqrt{z}\,441}.\qquad \frac{26}{21}$$

fit autem ex additione ſumma $\frac{26}{21}$. hoc eſt, $1\frac{5}{21}$. Nam numeratores commenſurabiles ſunt in proportione $\frac{7}{6}$. efficiuntq. ſummam $\sqrt{z}$ 676. cui ſupponitur denominator communis $\sqrt{z}$ 441. vt fiat ſumma $\frac{\sqrt{z}\,676}{\sqrt{z}\,441}$. hoc eſt, $\frac{26}{21}$. id eſt, $1\frac{5}{21}$. At ſubtracta $\frac{\sqrt{z}\,16}{\sqrt{z}\,49}$. ex $\frac{\sqrt{z}\,4}{\sqrt{z}\,9}$. remanent $\frac{2}{21}$. Nam numerator $\sqrt{z}$ 144. ſubtractus a numeratore $\sqrt{z}$ 196. relinquit $\frac{\sqrt{z}\,4}{\sqrt{z}\,441}$. hoc eſt, $\frac{2}{21}$.

Eodem modo, ſi addendæ ſunt $\frac{\sqrt{z}\,50 + \sqrt{ce}\,24}{5}$. & $\frac{\sqrt{ce}\,24 + \sqrt{z}\,8}{2}$. reduco eas prius ad eandem denominationem, videlicet ad $\frac{\sqrt{z}\,200 + \sqrt{ce}\,192}{10}$. & $\frac{\sqrt{ce}\,3000 + \sqrt{z}\,200}{10}$. Additis deinde numeratoribus, ac ſuppoſito eodẽ denominatore 10. fit ſũma $\frac{\sqrt{z}\,800 + \sqrt{ce}\,8232}{10}$. At vero ex ſubtractione minoris minutiæ ex maiore relinquitur $\frac{\sqrt{ce}\,648}{10}$. quia $\sqrt{z}$ 200. ex $\sqrt{z}$ 200. nihil relinquit.

ITEM ſi addendæ ſunt $\frac{\sqrt{z}\,4}{9}$. & $\frac{\sqrt{z}\,49}{9}$. vel illa minutia ex hac detrahenda, non eſt opus reductione ad eandem denominationem. Fit autem ex numeratoribus ſumma $\sqrt{z}$ 81. & ſuppoſito denominatore 9. fit ſumma ex duabus propoſitis minutijs $\frac{\sqrt{z}\,81}{9}$. hoc eſt, 1. At detracto numeratore $\sqrt{z}$ 4. ex numeratore $\sqrt{z}$ 49. relinquitur $\sqrt{z}$ 25. Eſt ergo reſiduum $\frac{\sqrt{z}\,25}{9}$. hoc eſt, $\frac{5}{9}$.

QVANDO numeratores ſunt incommenſurabiles, additio eorũ fit per interpoſitionem ſigni +, ſubtractio autem per interiectionem ſigni —. Vt ſumma ex $\sqrt{z}\,\frac{7}{8}$. & $\sqrt{z}\,\frac{5}{8}$. fit ſumma $\sqrt{z}\,\frac{7}{8} + \sqrt{z}\,\frac{5}{8}$. Et $\sqrt{z}\,\frac{5}{8}$. dempta ex $\sqrt{z}\,\frac{7}{8}$. reliquam facit $\sqrt{z}\,\frac{7}{8} - \sqrt{z}\,\frac{5}{8}$.

IN

Multiplicatio ac diuisio minutiarum irrationalium.

IN multiplicatione, ac diuisione minutiarum irrationalium solum opus est reductione ad eadem signa radicalia. Reliqua enim perficiuntur, vt in minutijs vulgaribus traditum est. Vt si ducenda sit $\frac{\sqrt{z}\,3}{4}$ per $\frac{\sqrt{z}\,6}{7}$. fit $\frac{\sqrt{z}\,18}{28}$. At si prior per posteriorem diuidenda sit, inuersis terminis diuisoris, stabit exemplum, vt vides.

Multiplicatio	Diuisio
$\frac{\sqrt{z}\,3}{4}$. per $\frac{\sqrt{z}\,6}{7}$.	$\frac{\sqrt{z}\,3}{4}$. per $\frac{7}{\sqrt{z}\,6}$.

Fit autem Quotiens $\frac{\sqrt{z}\,147}{\sqrt{z}\,96}$. hoc est $\sqrt{z}\,1\frac{51}{96}$. Nam ex $\sqrt{z}\,3$. in 7. fit $\sqrt{z}\,147$. & ex 4. in $\sqrt{z}\,6$. fit $\sqrt{z}\,96$. In diuisione tamen fieri potest reductio ad eandem denominationem, sed tunc, relicto denominatore, facienda est diuisio numeratoris per numeratorem. Vt in dato exemplo, minutiæ $\frac{\sqrt{z}\,3}{4}$. & $\frac{\sqrt{z}\,6}{7}$. reducentur ad $\frac{\sqrt{z}\,147}{28}$. & $\frac{\sqrt{z}\,96}{28}$. Diuiso autem numeratore $\sqrt{z}\,147$. per numeratorem $\sqrt{z}\,96$. fit Quotiens $\sqrt{z}\,1\frac{51}{96}$. vt prius.

SINT quoq; multiplicanda inter se $\frac{\sqrt{z}\,800 + \sqrt{ce}\,5184}{10}$ & $\frac{\sqrt{ce}\,1536}{10}$. Primùm reducenda sunt ad eadem signa radicalia, retento eodem denominatore cõmuni 10. Numeratores ergo $\sqrt{z}\,800$. & $\sqrt{ce}\,5184$. reducentur ad $\sqrt{zce}\,512000000$. & $\sqrt{zce}\,26873856$. Deinde si numerator $\sqrt{zce}\,1536$. multiplicetur Zensicè, reducetur ad $\sqrt{zce}\,2359296$. Itaq. sic stabunt minutiæ reductæ. Ex $\sqrt{zce}\,2359296$. in

$$\frac{\sqrt{zce}\,512000000 + \sqrt{zce}\,26873856}{10}. \qquad \frac{\sqrt{zce}\,2359296}{10}.$$

$\sqrt{zce}\,512000000$. hoc est, in $\sqrt{zce}\,512$. (Nam $\sqrt{zce}\,512$. & $\frac{\sqrt{zce}\,512000000}{10}$. idem prorsus sunt, cum idem numerus fiat ex $\sqrt{zce}\,512$. in 10. hoc est, in $\sqrt{zce}\,1000000$. qui ex 1. in $\sqrt{zce}\,512000000$) producitur $\sqrt{zce}\,1207959552$. Et ex $\sqrt{zce}\,2359296$. in $\sqrt{zce}\,26873856$. fit $\sqrt{zce}\,63403380965376$. hoc est, $\sqrt{ce}\,7962624$. cũ hic numerus sit illius producti radix zensica. Et quoniam denominatores multiplicati faciunt 100. erit productus numerus

$$\frac{\sqrt{zce}\,1207959552 + \sqrt{ce}\,7962624}{100}.$$

AD extremum sit diuidenda $\frac{\sqrt{zce}\,512000000 + \sqrt{zce}\,26873856}{10}$ per $\frac{\sqrt{zce}\,2359296}{10}$. Quoniam eundem habent denominatorem, satis est, diuidere numeratores. Ex diuisione $\sqrt{zce}\,512000000$, per $\sqrt{zce}\,2359296$. fit Quotiens $\sqrt{zce}\,217\frac{1}{72}$. nimirum $\sqrt{zce}\,\frac{15625}{72}$ hoc est, $\frac{5}{\sqrt{zce}\,72}$. propterea quod numerator $\sqrt{zce}\,15625$. æquiualet numero 5. cum numeri 15625. radix Zensica sit 125. & huius radix cubica 5. Vel (quod idem est) quod numeri 15625. radix cubica sit 25. & huius radix Zensica 5. At ex diuisione $\sqrt{zce}\,26873856$. per $\sqrt{zce}\,2359296$. fit Quotiens $\sqrt{zce}\,11\frac{921600}{2359296}$. siue $\sqrt{zce}\,11\frac{25}{64}$. vel $\sqrt{zce}\,\frac{729}{64}$. hoc est, $\frac{3}{2}$. siue $1\frac{1}{2}$. Ex diuisione ergo proposita fit Quotiens $\sqrt{zce}\,217\frac{1}{72} + 1\frac{1}{2}$. Vel $\frac{5}{\sqrt{zce}\,72} + 1\frac{1}{2}$.

DE NVMERIS IRRATIONALIBVS Cosſicis, ſiue denominatis, vna cum eorum Algorithmo. Cap. XXVI.

Numeri Coſſici irrationales, qui.

NVMERI Coſſici, ſiue denominati fiunt irrationales, quando illis præfigitur ſignum aliquod radicale. Vt 20 ℞. fit irrationalis √ʒ 20 ℞. Item √ce 20 ℞. √ʒʒ 20 ℞. &c. Senſus autem eſt, vt ſumatur radix zenſica, vel cubica, vel zenſizenſica 20. radicum, quæ mille modis variari poteſt, pro varietate valoris vnius radicis, poteſtq. aliquando eſſe rationalis, & aliquando, vt plurimũ, irrationalis. Nam ſi 1 ℞. eſt 5. erunt 20 ℞. numerus 100. cuius √ʒ. eſt 10. atque ita √ʒ 20 ℞. eſt numerus rationalis, æquiualens 10. At √ce 20 ℞. erit irrationalis, cum 100. non habeant radicem cubicam. Sic etiam √ʒʒ 20 ℞. erit irrationalis, quod 100. non habeant radicem zenſizenſicam: æquiualet tamen √ʒ 10. quippe cum radix zenſica 100. ſit 10. & radix zenſica 10. ſit √ʒ 10. Quòd ſi 1 ℞. ſit 50. erit valor 20 ℞. 1000. quæ habent radicem cubicam 10. Erit igitur √ce 20 ℞. rationalis, æquiualens 10. At √ʒ 20 ℞. erit irrationalis, ſicut & √ʒʒ 20 ℞. cum 1000. neque habeant radicem zenſicam, neque zenſizenſicam. Vides ergo, non poſſe iudicari, an huiuſmodi numeri ſint rationales, vel irrationales, niſi prius conſtet æſtimatio vnius radicis. Immo fieri poteſt, vt numerus aliquis Coſſicus, ſine ſigno radicali, inueniatur interdum eſſe irrationalis. Vt ſi æquatio reperiatur inter 1 ʒ. & 20 ℞. & vnius zenſi pretium ſit 18. neceſſario numerus 20 ℞. erit irrationalis, æquiualens √ʒ 7200. Nam quadrati 18. radix eſt √ʒ 18. atque adeo 20 ℞. erunt √ʒ 7200. qui numerus irrationalis eſt, cum 7200. careant radice quadrata.

Additio, & Subtractio numerorum Coſſicorum irrationalium.

ALGORITHMVS horum numerorum ex triplici Algorithmo conficitur, ſignorum radicalium, numerorum abſolutorum, & ſignorum Coſſicorum; neque admodum difficilis eſt, cum ipſa ſigna ſatis nos inſtruant, quid agere debeamus. Additio enim vt plurimum fit per interpoſitionem ſigni +. Subtractio vero per ſignum —. Vt ex additione √ʒ 36 ℞. ad √ʒ 12 ʒ. fit ſumma √ʒ 36 ℞ + √ʒ 12 ʒ. Vel √ʒ 12 ʒ + √ʒ 36 ℞. At demptis 36. ex √ʒ 36 ℞. fit reliquus numerus √ʒ 36 ℞ — 36. & ſic de alijs.

QVANDO ſigna Coſſica ſunt eadem, & numeri irrationales, ſemotis ſignis Coſſicis, ſunt commenſurabiles, tunc ſigna Coſſica operationem non impediunt, ſed numeri irrationales adduntur, ac ſubtrahuntur, quemadmodum radices ſurdæ, vt cap. 19. & 20. monſtratum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ſtratum eſt, ac poſt operationem idem ſignum Coſſicum apponitur. Vt ex √ʒ 8 ℞. ad √ʒ 18 ℞. fit ſumma √ʒ 50 ℞. quia √ʒ 8. & √ʒ 18. cōmenſurabiles ſunt, efficiuntq. √ʒ 50. quod conſtat ita eſſe, ſi 1 ℞ ſtatuatur 2. Erunt enim 8 ℞. 16. cuius numeri radix eſt 4. Et 18 ℞. facient 36. cuius numeri radix eſt 6. Fiunt autem 10. ex 4. & 6. Liquet autem √ʒ 50 ℞. facere etiam 10. cum 50 ℞ faciant 100. cuius numeri radix eſt 10.

SIC ex √ʒ 8 ℞. ad √ʒ 32 ℞. fit √ʒ 72 ℞. quod per reſolutionem probari poteſt, poſita 1 ℞. 2. Nam √ʒ 8 ℞. erit 4. & √ʒ 32 ℞. erit 8. fit autem ex 4. & 8. ſumma 12. Vide iam, an ſumma collecta √ʒ 72 ℞. faciat etiam 12. Certum autem eſt, 72 ℞. facere 144. cuius radix eſt 12.

ITEM ex √ʒ 8 ʒ. ad √ʒ 32 ʒ. fit ſumma √ʒ 72 ʒ. Et ex √ʒ 16 ʒ. ad √ʒ 4 ʒ. fit √ʒ 36 ʒ. Nam ſi 1 ℞. ſtatuatur 2. vt 1 ʒ ſit 4. erunt 16 ʒ. 64. cuius numeri radix eſt 8. At 4 ʒ. erunt 16. cuius numeri radix eſt 4. Fiunt autem 12. ex 8. & 4. quantum nimirum valet √ʒ 36 ʒ. quippe cum 36 ʒ. ſint 144. cuius numeri radix eſt 12.

PRAETEREA ex √ʒ 8 ʒ. ad √ʒ 18 ʒ. fit √ʒ 50 ʒ. quod etiam perbellè examini quadrat, poſita 1 ℞ 2. vt 1 ʒ. ſit 4. Erunt enim 8 ʒ. 32. cuius numeri radix eſt √ʒ 32. Et 18 ʒ. ſunt 72. cuius radix eſt √ʒ 72. Fit autem ex √ʒ 32. & √ʒ 72. ſumma √ʒ 200. Ac tantundem facit √ʒ 50 ʒ. quippe cum 50 ʒ. ſint 200. cuius numeri radix eſt √ʒ 200.

EADEM ratione, dempta √ʒ 8 ℞. ex √ʒ 18 ℞. ſupereſt √ʒ 2 ℞. Atque ſubtracta √ʒ 8 ʒ. a √ʒ 18 ʒ. reliqua fit √ʒ 2 ʒ. Vtrumque exemplum per radicem 2. ſic examinabimus. 8 ℞ faciunt 16. cuius numeri radix eſt 4. Et 18 ℞ faciunt 36. cuius numeri radix eſt 6. Demptis autem 4. ex 6. remanent 2. Ac tantundem facit √ʒ 2 ℞. cū 2. ℞ faciant 4. cuius numeri radix eſt 2. Rurſus 8 ʒ. faciunt 32. cuius numeri radix eſt √ʒ 32. Et 18 ʒ. faciunt 72. cuius numeri radix eſt √ʒ 72. Subtracta vero √ʒ 32. ex √ʒ 72. remanet √ʒ 8. quantum nimirum facit √ʒ 2 ʒ. propterea quod 2 ʒ. faciunt 8. cuius numeri radix eſt √ʒ 8.

VT autem numeri Coſſici irrationales inter ſe multiplicentur, aut diuidantur, reducenda prius ſunt ſigna radicalia ad idem ſignū, vt cap. 18. docuimus: ſi nimirum multiplicatio fiat in crucem. Vt √ce 4 ℞. & √ʒ 8 ℞. reducuntur ad √ʒce 16 ʒ. & √ʒce 512 ce. vt ex ſubiecta formula patet. Nam 4 ℞ ductæ in ſe zenſicè, faciunt 16 ʒ. & 8 ℞ multiplicatæ in ſe cubicè faciunt 512 ce. Exponentes vero ſignorum radicalium inter ſe multiplicati faciunt 6. exponentem ſigni √ʒce. Reductionem autem eſſe ritè peractam, hoc eſt, √ʒce 16 ʒ. æqualem eſſe √ce 4 ℞. & √ʒce 512 ce. æquiualere √ʒ 8 ℞. perſpicuum eſt. Nam poſita 1 ℞ 2. erunt 4 ℞ 8. cu-

Reductio ſignorum radicalium in numeris Coſſicis irrationalibus

√ʒce 16 ʒ   √ʒce 512 ce

4 ℞   X   8 ℞
√ce   √ʒ

3   2

6

ius

ius numeri radix cubica eſt 2. Ac tantundem facit √ʒce 16 ʒ. ad quā reducta eſt √ce 4 ℞. Nam 16 ʒ. faciunt 64. cuius numeri radix zenſicubica eſt 2. Item 8 ℞. erunt 16. cuius numeri radix zenſica eſt 4. Atque tantundem quoque facit √ʒce 512 ce. ad quam √ʒ 8 ℞. reuocata eſt. Nam 512 ce. faciunt 4096. cuius numeri radix zenſicubica eſt 4.

Eodem modo √ʒ 8 ℞. & √ce 16 ʒ. reducentur ad √ʒce 512 ce. & √ʒce 256 ʒʒ. vt hæc altera formula docet.

√ʒce 512 ce	√ʒce 256 ʒʒ
8 ℞	16 ʒ
√ʒ	√ce
2	3
6	

Eſſe autem √ʒce 512 ce. æqualem √ʒ 8 ℞. & √ʒce 256 ʒʒ. æquiualere √ʒce 16 ʒ. facile probabimus. Nimirum √ʒ 8 ℞. hoc eſt, √ʒ 16. eſt 4. quantum videlicet facit √ʒce 512 ce. quippe cum 512 ce. faciant 4096. cuius numeri √ʒce eſt 4. Item √ce 16 ʒ. eſt quoque 4. quantum nimirum facit √ʒce 256 ʒʒ. cum 256 ʒʒ. faciant 4096. qui numerus radicem zenſicubicā habet 4. Ex quo conſtat, tam √ʒ 8 ℞. & √ce 16 ʒ. inter ſe, quam √ʒce 512 ce. & √ʒce 256 ʒʒ. inter ſe eſſe æquales.

Multiplicatio ac diuiſio numerorum Coſſicorum irrationalium.

FACTA reductione, vt præcepimus, inſtitui poteſt & multiplicatio, & diuiſio. In priori ergo exemplo, ex multiplicatione √ʒce 512 ce. in √ʒce 16 ʒ. fit √ʒce 8192 ß. quod ita probatur. √ʒce 512 ce. facit 4. Et √ʒce 16 ʒ. facit 2. Atque ex 4. in 2. fiunt 8. quantum nimirum facit √ʒce 8192 ß. Quoniam videlicet 8192 ß. faciũt 262144. cuius √ʒce eſt 8. Item ante reductionem √ce 4 ℞. eſt 2. & √ʒ 8 ℞. eſt 4. vbi rurſum vides, ex 2. in 4. gigni 8.

Item ex diuiſione √ʒce 512 ce. per √ʒce 16 ʒ. fit Quotiens √ʒce 32 ℞. hoc eſt, 2. cum 32 ℞ faciant 64. cuius numeri √ʒce eſt 2. quod probatur. Nam √ʒce 512 ce. eſt 4. & √ʒce 16 ʒ. eſt 2. vbi cernis, ex diuiſione 4. per 2. Quotientem fieri 2. quod etiam ante reductionem manifeſtum eſt: quippe cum √ʒ 8 ℞. fit 4. & √ce 4 ℞. fit 2. vbi iterum ex diuiſione 4. per 2. fit Quotiens 2.

IN poſteriori vero exemplo, ex multiplicatione √ʒce 512 ce, in √ʒce 256 ʒʒ. fit √ʒce 131072 Bß. hoc eſt 16. propterea quod 131072 Bß. faciunt 16777216. qui numerus radicem zenſicubicam habet 16. Atque hoc ita eſſe, liquet. Nam tam √ʒce 512 ce. quam √ʒce 256 ʒʒ. eſt 4. Manifeſtum autem eſt, ex 4. in 4. fieri 16. quod etiam patet ante reductionem, cum tam √ʒ 8 ℞. quam √ce 16 ʒ. ſit 4. poſita 1 ℞ 2. &c.

Item ex diuiſione √ʒce 256 ʒʒ. per √ʒce 512 ce. fit Quotiens √ʒce $\frac{1}{2}$ ℞. hoc eſt, √ʒce 1. cum $\frac{1}{2}$ ℞ ſit 1. poſita 1 ℞ 2. ac proinde cum √ʒce 1. ſit 1. erit Quotiens 1. vt ratio poſtulat. Cum enim √ʒce 256 ʒʒ. & √ʒce 512 ce. æquales ſint, quod quælibet earum ſit 4. vt dictum eſt, fiet ex diuiſione vnius per alteram Quotiens 1. Pari ratione ex diuiſione √ʒce 131072 Bß. per √ʒce 512 ce. fit Quotiens √ʒce 256 ʒʒ. vt probare potes.

SIC

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SIC etiam, vt 1 ℞ ducatur in √ʒ 4. quadranda erit 1 ℞. & quadrato 1 ʒ, præponendum ſignum radicale √ʒ. vt fiat √ʒ 1 ʒ. atque ita ex √ʒ 1 ʒ in √ʒ 4. fit numerus √ʒ 4 ʒ. quod probatur, ſi 1 ℞. ſit 2. Nam ex 2. in √ʒ 4. id eſt, in 2. fiunt 4. radix nimirum 4 ʒ. id eſt, numeri 16.

Ita quoque vt 3 ℞ ducantur in √ʒ 16. quadrandus erit numerus 3 ℞ vt fiant 9 ʒ. Deinde √ʒ 9 ʒ ducenda in √ʒ 16. gigneturq. numerus √ʒ 144 ʒ. quod eodem modo probabitur, ſumpto binario pro 1. radice. Nam 3 ℞ facient 6. & √ʒ 16. facit 4. Fiunt autem 24. ex 6. in 4. Ac radix ʒ 144 ʒ. facit ſimiliter 24. cum 144 ʒ faciant 576. cuius numeri radix eſt 24. &c.

Hi porrò numeri producti √ʒ 4 ʒ. & √ʒ 144 ʒ. dicuntur numeri radicum, vt in ænigmate 12. & 28. cap. 32. conſtabit: quia videlicet prior productus eſt ex 1 ℞. in √ʒ 4. poſterior autem ex 3 ℞. in √ʒ 16. quemadmodum numerus 4. productus ex 1. aureo in 4. Item numerus 48. productus ex 3. aureis in 16. dicitur numerus aureorum. Id quod diligenter obſeruandum eſt.

Atque hoc perinde eſt, ac ſi ducatur 1. in √ʒ 4. vel 3. in √ʒ 16. Producti enim numeri √ʒ 4. & √ʒ 144. ſunt numeri vnitatum, quæ multiplicatæ ſunt. Itaq. ex 1 ℞. in √ʒ 4. fit numerus radicum √ʒ 4 ʒ. nimirum √ʒ 4. zenſorum. Et ex 3 ℞. in √ʒ 16. fit numerus radicum √ʒ 144 ʒ. id eſt, √ʒ 144. zenſorum, atque ita de cæteris. quandoquidem in huiuſmodi multiplicationibus ſeruata eſt regula multiplicationis radicum ſurdarum, quæ in cap. 18. tradita eſt. Verum hoc melius percipietur ex ſolutione ænigmatis 12. & 28. cap. 32.

OBSERVANDVM autem hic eſt, rem non ſuccedere, ſi ſigna *Quando poſt* Coſſica, vt cap. 7. docui, abbreuientur. Nam in priori exemplo, in *reductionē ſi-* quo √ce 4 ℞. & √ʒ 8 ℞ reductæ ſunt ad √ʒce 16 ʒ. & √ʒce 512 ce. *gna Coſſica* vbi ex multiplicatione procreatus eſt numerus 8. ſi ſigna Coſſica *abbreuiari poſ-* abbreuiētur, ſtabit reductio in his terminis √ʒce 16. & √ʒce 512 ℞. *ſint, & quan-* Sed ex multiplicatione vnius in alteram fit √ʒce 8192 ℞. quæ valet *do non.* √ce 128. propterea quod 8192 ℞. faciunt 16384. cuius numeri √ʒ. eſt 128. & huius √ce. eſt √ce 128. quæ æqualis non eſt priori numero producto 8. Solum quando huiuſmodi numeri reducti æquales ſunt, abbreuiari poterunt ſigna Coſſica. Tunc enim manet adhuc æqualitas, vt cap. 12. diximus, Vt quia √ʒce 512 ce. & √ʒce 256 ʒʒ. æquales ſunt, cum quælibet valeat 4. ſi abbreuientur ſigna Coſſica, cernetur adhuc æqualitas inter √ʒce 512. & √ʒce 256 ℞. quippe cum 256 ℞ faciant 512. Conſtat autem √ʒce 512. & √ʒce 512. æquales eſſe. Hoc te monere volui, ne ſigna Coſſica abbreuies, etiam poſt reductionem factam, niſi conſtet numerorum æqualitas.

DE minutijs porro horum numerorum non attinet quidquam dicere, cum ſuorum integrorum præcepta ſequantur in omnibus.

CAETERVM ſi occurrat æquatio inter numerum Coſſicum Irra- *Æquatio in-* tionalem, & numerum abſolutum, reducetur ea æquatio hoc mo- *ter numerum*

S do.

Cossicum Irrationalē, & numerum absolutum.

do. quod quidem prope finem cap. 10. polliciti sumus, nos hoc loco docturos. Sit V. g. æquatio inter √ȝ 24 ℞. & 12. Quo posito, erit quoque æquatio inter eorum quadrata 24 ℞. & 144. Diuisis ergo 144. per 24. prodibit in Quotiente vnius radicis pretium 6. quod patet. quia 24 ℞ facient 144. cuius numeri radix quadrata est 12.

Item si sit æquatio inter √ȝ 10 ȝ. & 20. erit etiam æquatio inter eorum quadrata 10 ȝ. & 400. Diuisis igitur 400. per 10. reperietur 1 ȝ. valere 40. atque idcirco 1 ℞. valebit √ȝ 40. Nam 10 ȝ. erunt 400. cuius numeri radix quadrata est 20.

Denique si æquatio inueniatur inter √ce 12 ȝ. & 30. erit etiam æquatio inter eorum cubos 12 ȝ. & 27000. Diuisis ergo 27000. per 12. prodibit pretium 1 ȝ. 2250. ac propterea 12 ȝ. facient 27000. cuius numeri radix cubica est 30.

Quando huiusmodi æquatio impossibilis sit.

Quòd si quis proponat æquationem inter √ce 8. & 3. erit etiam æquatio inter eorum cubos 8. & 27. quod est impossibile. Itaq. in hisce æquationibus, necesse est, numerum absolutum esse radicem numeri, qui gerit signum radicale. qualis est æquatio inter √ce 8. & 2. Item inter √ce 64. & 4. Item inter √ȝ 81. & 9. &c. Alioquin impossibilis erit æquatio.

DE BINOMIIS, ATQVE APOTOMIS, Residuisvè. Cap. XXVII.

Binomiū, & Residuum: itē Trinomium, Quatrinomiū apud scriptores quid.

SCRIPTORES Algebræ fermè omnes, duos numeros quosuis copulatos per signum +, Binomium appellare solent, vt √ȝ 12 + √ȝ 3. & √ȝ 18 + √ȝ 8. & 6 + √ȝ 9. Copulatos vero per signum —, Residuum, vel Apotomen, vt √ȝ 12 — √ȝ 3. & √ȝ 18 — √ȝ 8. & 6 — √ȝ 9. Plures autem numeros ita copulatos, dicere consueuerunt, trinomiū, quatrinomium, &c. vt √ȝ 17 + √ȝ 10 + √ȝ 3. vel √ȝ 17 — √ȝ 10 + √ȝ 3. dicunt Trinomium: At √ȝ 17 + √ȝ 10 + √ȝ 3 + √ȝ 2. Vel √ȝ 17 — √ȝ 10 + √ȝ 3 — √ȝ 2. Quatrinomium, &c. Euclides autem in lib. 10. propos. 37. & 74. tunc solum numeros binos copulatos per signum +. vel —, vocat Binomia, vel Residua, quando duo illi numeri copulati sunt Rationales solum potentia commensurabiles, quamuis alter eorum sit radix surda, vel vterque. Vt 6 + √ȝ 20. Item √ȝ 18 + 4. Item √ȝ 24 + √ȝ 18. vocat Binomia: At 6 — √ȝ 20. Et √ȝ 18 — 4. Et √ȝ 24 — √ȝ 18. appellat Residua, vel Apotomas. Nam quilibet duo numeri copulati sunt Rationales potentia tantum commensurabiles; cum eorum quadrata commensurabilia sint quadrato cuiusuis numeri Rationalis. Itaque neque √ȝȝ 10 + √ȝȝ 8. Binomium erit, neque √ȝȝ 10 — √ȝȝ 8. Residuum. quia eorum parti-

Binomium, et Residuum secundum Euclidem, quid.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

particulæ ſunt numeri Irrationales : quippe cum eorum quadrata √ȝ 10. & √ȝ 8. ſint incommenſurabilia habentia proportionem, quã √ȝ $\frac{5}{4}$. ad 1. vt ex Lemmate cap. 18. patet. Eadem ratione neque 6 + √ȝ 9. neque 20 + 6. Binomia erunt, neque 6 — √ȝ 9. neque 20 — 6. Reſidua : propterea quod bini quilibet numeri efficiunt vnum ſolum numerum rationalem, non autem duos. Nam 6 + √ȝ 9. æquiualent 9. & 20 + 6. æquiualent 26. Item 6 — √ȝ 9. æquiualent 3. Et 20—6. æquiualent 14. Ratio autem eſt, quod bini quilibet ſunt Rationales longitudine commenſurabiles, & non potentia tantum: quippe cum proportio inter quoſlibet duos ſit rationalis; Proportio enim 6. ad √ȝ 9. dupla eſt : ſi namq. per √ȝ 9. diuidantur 6. hoc eſt, √ȝ 36. exibit in Quotiente √ȝ 4. hoc eſt, 2. denominator proportionis. Si vero diuidantur 20. per 6. fiet Quotiens $3\frac{1}{3}$. ita vt 20. ad 6. habeant proportionem triplam ſeſquitertiam. Eadem ratione neque √ȝ 12 + √ȝ 3. Binomium erit, neque √ȝ 12—√ȝ 3. Reſiduũ, licet vterque numerus ſit radix ſurda. quia numeri proportionem habent duplam, & priores duo efficiunt ſummam √ȝ 27. videlicet vnicum numerum: poſteriores vero duo æquiualent √ȝ 3. vnico etiam numero. Eandemq. ob cauſam neque √ȝ 18+√ȝ 8. Binomiũ erit cenſendum, neque √ȝ 18 — √ȝ 8. Reſiduum, quamuis vterque numerus radix ſurda ſit. quia numeri proportionem habent ſeſquialteram, cuius denominator eſt $1\frac{1}{2}$. ac priores duo conficiunt ſummam √ȝ 50. vnicum numerum: poſteriores vero duo huic vnico numero √ȝ 8. æquiualent. Denique propoſitis duobus numeris rationalibus, hoc eſt, quorum quadrata commenſurabilia ſunt quadrato cuiuſuis numeri rationalis, ita tamen, vt diuiſo vno per alterum, Quotiens fiat rationalis, id eſt, numerus, qui radicem habeat, non conſtituetur ex illis Binomium, aut Reſiduum : quia eiuſmodi numeri non ſunt potentia tantum commenſurabiles, ſed etiam longitudine; ac proinde ex ipſis non fit numerus irrationalis, ſed rationalis, licet nonnunquam efficiatur radix ſurda. Vt ex 3. & √ȝ 16. fit ſumma √ȝ 49. hoc eſt, 7. numerus rationalis, qui ſurdus non eſt: At ex √ȝ 8. & √ȝ 18. fit ſumma √ȝ 50. numerus rationalis ſurdus. Atque in hoc decipiuntur non pauci, putantes omnem numerum, qui gerit ſignum √ȝ. & radicem non habet, eſſe irrationalem. quod verum non eſt, atque Euclidi manifeſte repugnat. Solum quando numerus gerens ſignum √ȝ. refert ſuperficiem aliquam, vel quadratũ, numerus ille irrationalis eſt [a]. qualis eſt ſuperficies rectangula producta ex multiplicatione mutua duorum numerorum rationalium potentia tantum commenſurabilium. Vt ſi √ȝ 3. ducatur in √ȝ 10. producitur ſuperficies √ȝ 30. irrationalis, quæ Media dicitur. Radix autem eius quadrata eſt √ȝȝ 30. quæ vocatur linea Media. cum hæc in ſe quadratè ducta faciat √ȝȝ 900. hoc eſt, √ȝ 30. propterea quod radix zenſica numeri 900. eſt 30. & huius radix zenſica eſt √ȝ 30. Itaq. quando in ſuperioribus numeros habentes præfixum ſignum √ȝ. vocauimus irrationales, id improprie dictum accipiendum eſt, quando numeri illi rationales ſunt.

Non omnem numerũ, qui gerit ſignum √ȝ. eſſe irrationalem.

a 22. decimi.

Superficies, & linea Media.

 Poteſt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Potest quidem omnis numerus gerens signum √ʒ. dici numerus irrationalis, si sumatur pro superficie Media, producta ex √ʒ 1. in ipsum numerum. Vt √ʒ 3. erit superficies Media, & irrationalis, si capiatur pro producto ex √ʒ 1. in √ʒ 3. eiusq. radix quadrata erit √ʒʒ 3. Nam hæc ducta in se zensicè facit √ʒʒ 9. hoc est √ʒ 3. quippe cum radix zensica numeri 9. sit 3. & huius radix zensica √ʒ 3. & sic de alijs.

Sex Binomia, ac Residua. CONSTITVIT Euclides sex genera Binomiorum, totidemq. Residuorum. Aut enim maius nomen plus potest, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini est commensurabilis longitudine, vel incommensurabilis. Item vel maius nomen commensurabile est longitudine numero rationali exposito, vel minus, vel neutrum.

a 12.decimi. Vtrumque enim nomen exposito numero rationali longitudine commensurabile esse nequit[a]. quia & ipsa nomina essent numeri rationales longitudine commensurabiles. quod est absurdum, cum ponantur potentia tantum commensurabiles. Quibus positis, fient sex genera Binomiorum. quæ sic definiuntur.

Binomium primum. Binomium primum est, cuius maius nomen plus potest, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini est longitudine commensurabilis, ipsumq. maius nomen exposito numero rationali est commensurabile longitudine. Vt 6 + √ʒ 27. quia quadratum maioris nominis 6. nimirum 36. superat 27. quadratum minoris nominis, quadrato 9. cuius radix 3. longitudine commensurabilis est maiori nomini 6. atque ipsum quoque maius nomen 6. commensurabile est longitudine exposito cuiuis numero rationali.

Binomium secundum. Binomium secundum est, cuius maius nomen plus potest, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini est longitudine commensurabilis, ipsumq. minus nomen exposito numero rationali est longitudine commensurabile. Vt √ʒ 48 + 6. quia quadratum maioris nominis, nimirum 48. superat 36. quadratum minoris nominis, quadrato 12. cuius radix, videlicet √ʒ 12. commensurabilis est longitudine maiori nomini; cum √ʒ 48. ad √ʒ 12. habeat proportionem duplam; propterea quod illa per hanc diuisa, fiat Quotiens √ʒ 4. hoc est, 2. Item minus nomen exposito cuilibet numero rationali commensurabile est longitudine.

Binomium tertium. Binomium tertium est, cuius maius nomen plus potest, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini est longitudine commēsurabilis, sed neutrum nomen exposito numero rationali longitudine commensurabile existit. Vt √ʒ 24 + √ʒ 18. quia maioris nominis quadratum 24. superat 18. quadratum minoris nominis, quadrato 6. cuius radix, nimirum √ʒ 6. commensurabilis est longitudine maiori nomini: cum √ʒ 24. ad √ʒ 6. proportionem habeat duplam: quippe cum illa diuisa per hanc, Quotiens fiat √ʒ 4. hoc est, 2. At neutrum nomen longitudine commensurabile est exposito numero rationali.

Binomium quartum. Binomium quartum est, cuius maius nomen plus potest, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini est longitudine incōmensu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

menſurabilis, ipſum vero maius nomen expoſito numero rationali commenſurabile eſt longitudine. Vt 4 + √ʒ 10. quia maioris nominis quadratum 16. ſuperat 10. quadratum minoris nominis, quadrato 6. cuius radix, nimirum √ʒ 6. longitudine incommenſurabilis eſt maiori nomini 4. quippe cum maioris nominis quadratum 16. ad 6. quadratum √ʒ 6. proportionem non habeat, quam numerus quadratus ad numerum quadratum [a]: ac propterea eorum latera longitudine ſint incommenſurabilia. At maius nomen 4. longitudine commenſurabile eſt numero expoſito rationali.

a 9. decimi.

Binomium quintum.

Binomium quintum eſt, cuius maius nomen plus poteſt, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini incommenſurabilis eſt longitudine, nomen vero minus expoſito numero rationali longitudine eſt commenſurabile. Vt √ʒ 5 + 2. quia quadratum 5. maioris nominis ſuperat 4. quadratum minoris nominis, quadrato 1. cuius radix, nimirum √ʒ 1. longitudine incommenſurabilis eſt maiori nomini: quippe cum maioris nominis quadratum ad 1. quadratum √ʒ 1. proportionem non habeat, quam quadratus numerus ad numerum quadratum [b]: ac propterea latera eorum ſint longitudine incommenſurabilia. Eſt tamen minus nomen 2. longitudine commenſurabile expoſito numero rationali cuicunque.

b 9. decimi.

Binomium ſextum.

Binomium denique ſextum eſt, cuius maius nomen plus poteſt, quam minus, quadrato, cuius radix maiori nomini incommenſurabilis eſt longitudine, ſed neutrum nomen expoſito numero rationali commenſurabile longitudine. Vt √ʒ 80 + √ʒ 50. quia quadratum 80. maioris nominis ſuperat 50. quadratum minoris nominis, quadrato 30. cuius radix, nimirum √ʒ 30. longitudine incommenſurabilis eſt maiori nomini. quippe cum quadratum 80. maioris nominis, & quadratum 30. proportionem non habeant, quam quadratus numerus ad numerum quadratum [c]; ideoq. eorum latera longitudine ſint incommenſurabilia longitudine. Neutrum quoque nomẽ longitudine commenſurabile eſt expoſito numero rationali.

c 9. decimi.

SEX autem Reſidua, vel Apotome eodem modo ſe habent; cum ex quolibet Binomio oriatur Apotome reſpondens, interpoſito ſigno — pro ſigno +. Nam ex Euclide Apotome nil aliud eſt, quam id, quod relinquitur, ſi duobus numeris rationalibus potentia tantum commenſurabilibus poſitis, minor de maiore detrahatur. quod quidem fit per interpoſitionem ſigni —.

Sex genera Apotomarum

Itaque ex primo Binomio 6 + √ʒ 27. fit prima Apotome 6 — √ʒ 27.

Ex ſecundo Binomio √ʒ 48 + 6. fit Apotome ſecunda √ʒ 48 — 6.

Ex tertio Binomio √ʒ 24 + √ʒ 18. fit Apotome tertia √ʒ 24 — √ʒ 18.

Ex quarto Binomio 4 + √ʒ 10. fit quarta Apotome 4 — √ʒ 10.

Ex quinto Binomio √ʒ 5 + 2. fit quinta Apotome √ʒ 5 — 2.

Ex ſexto denique Binomio √ʒ 80 + √ʒ 50. fit ſexta Apotome √ʒ

80 —

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

80 — $\surd$℥ 50. quæ omnia perſpicua ſunt ex definitionibus Apotomarum ab Euclide traditis.

QVONIAM vero intelligentia decimi libri potiſſimum in cognitione Binomiorum, ac Reſiduorum conſiſtit, libet paulò diutius in eorum tractatione immorari. Primo autem loco docebimus, qua ratione quoduis Binomium optatum, ac proinde & Reſiduum (cum hoc ſolum ſigno — ab illo differat) reperiatur: Deinde, qua arte ex quouis Binomio, aut Reſiduo radix quadrata eliciatur, & quamnam lineam Irrationalem, vel numerum compoſitum, diminutumve radix illa conſtituat: inſiſtentes ſemper ijs, quæ ab Euclide demonſtrata ſunt.

Binomij primi, & Apotomæ primæ inuentio.

SIT ergo inueniendum primum Binomium, primumq. Reſiduum.

```
     5       4
A . . . . . C . . . . B

     6 + √℥ 20
     6 — √℥ 20
```

Quadratus quilibet numerus A B, nimirum 9. diuidatur in B C, quadratum numerum 4. & in A C, numerum non quadratũ 5. aſſumaturq. numerus rationalis quicunque 6. pro primo nomine. Et fiat, vt numerus 9. A B, ad numerum 5. A C, ita 36. quadratus numerus aſſumpti numeri 6. ad aliud: inuenieturq. quadratus 20. Ergo 6 + $\surd$℥ 20. erit primum Binomium. Et 6 — $\surd$℥ 20. erit prima Apotome, vt conſtat ex propoſ. 49. & 86. lib. 10. Eucl.

Binomij ſecundi, & ſecundæ Apotomæ inuentio.

Binomium verò ſecundum, atque Apotome ſecunda hoc modo reperietur. Diuiſo quocunque numero quadrato A B, nimirum 9. in B C, quadratum 4. & in A C, non quadratum 5. aſſumatur ad libitum numerus rationalis 5. pro ſecundo nomine: Fiat, vt numerus 5. A C, ad quadratum numerum 9. A B, ita 25. quadratus numerus numeri aſſumpti 5. ad aliud; inuenieturq. quadratus 45. Ergo Binomium ſecundum eſt $\surd$℥ 45 + 5. Et $\surd$℥ 45 — 5. Apotome ſecunda, vt manifeſtum eſt ex propoſ. 50. & 87. lib. 10. Eucl.

```
     5       4
A . . . . . C . . . . B

     √℥ 45 + 5
     √℥ 45 — 5
```

Binomij tertij, & tertiæ Apotomæ inuentio.

Binomium tertium, & Apotomam tertiam inueniemus ſic. Diuiſo quolibet numero quadrato A B, videlicet 9. in B C, quadratũ 4. & in A C, non quadratum 5. ſumatur alius numerus D, nimirum 6. non quadratus proxime maior, quam A C, 5. differetque D, ab A C, vel ſola vnitate, vel binario. Vnitate quidem, quando A C, numerus talis fuerit, vt ei vnitas addita non faciat quadratũ: binario vero, quando vnitas addita ad AC, facit quadratũ. Vt ſi A C, ſit 8. erit proxime maior non quadratus differens ab 8. binario, quia vnitas addita ad 8. efficit quadratum 9. At ſi A C, ſit 5. vt in noſtro exemplo, erit non quadratus proxime maior 6. differens a 5. vnitate, quia vnitas addita ad 5. non conficit quadratum. Sumpto deinde

```
     5       4
A . . . . . C . . . . B
   D . . . . . .
        12
√℥ 216 + √℥ 120
√℥ 216 √℥ — 120
```

de quocunque numero rationali 12. Fiat vt numerus D, 6. ad quadratum numerum A B, 9. ita 144. quadratus numerus assumpti numeri rationalis 12. ad aliud, inuenieturq. quadratus 216. cuius radix, videlicet √ʒ 216. erit maius nomen. Quod si rursus fiat, vt 9. quadratus A B, ad numerum A C, 5. ita quadratus 216. inuentus ad aliud, reperietur quadratus 120. cuius radix, nimirum √ʒ 120. erit minus nomen. Binomium ergo tertium inuentum est √ʒ 216 + √ʒ 120. Et Apotome tertia √ʒ 216 — √ʒ 120. vt ex propos. 51. & 88. lib. 10. Eucl. liquet.

Binomij quarti, & quartæ Apotomæ inuentio.

Binomium quartum, & Apotomam quartam inueniemus in hunc modum. Diuiso quocunque quadrato numero A B, nimirum 9. in duos non quadratos A C, C B, vtpote in 6. & 3. sumptoq. numero quolibet rationali 6. pro maiori nomine: Fiat, vt quadratus numerus AB, videlicet 9. ad A C, 6. non quadratum, ita 36. quadratus numerus assumpti numeri rationalis 6. ad aliud; reperieturq. quadratus 24. cuius radix, nimirum √ʒ 24. erit minus nomen. Est ergo quartum Binomium 6 + √ʒ 24. Et quarta Apotome 6 — √ʒ 24. vt ex propos. 52. & 89. lib. 10. Eucl. colligitur.

6 3
A . . . . . . C . . . B

6 + √ʒ 24
6 — √ʒ 24

Binomij quinti, & Apotomæ quintæ inuentio.

Binomium quintum, & Apotomam quintam ita explorabimus. Diuiso quolibet numero quadrato A B, nimirum 9. in duos A C, C B, non quadratos, vt in 6. & 3. sumptoque numero quouis rationali 2. pro minori nomine: Fiat, vt A C, numerus 6. ad quadratum A B, nimirum ad 9. ita 4. quadratus assumpti numeri rationalis 2. ad aliud. inuenieturq. quadratus 6. cuius radix, nimirum √ʒ 6. erit maius nomen. Erit ergo binomium quintum √ʒ 6 + 2. & Apotome quinta √ʒ 6 — 2. vt Euclides propos. 53. & 90. lib. 10. concludit.

6 3
A . . . . . . C . . . B

√ʒ 6 + 2
√ʒ 6 — 2

Binomij sexti, & Apotomæ sextæ inuẽtio.

Binomium denique sextum, & Apotomam sextam indagabimus hac arte. Diuiso quolibet numero 12. non quadrato A B, in duos non quadratos A C, C B, vt in 7. & 5. sumatur alius quadratus D, quicunque, nimirum 9. & insuper quilibet numerus rationalis 12. Deinde fiat, vt numerus quadratus D, nimirum 9. ad numerum 12. non quadratum A B, ita 144. quadratus numerus assumpti numeri rationalis 12. ad aliud. Reperietur enim quadratus 192, cuius radix, nimirum √ʒ 192. erit maius nomen Binomij. Et si rursus fiat, vt numerus 12. A B, non quadratus ad 7. numerum A C, ita quadratus proximè inuentus 192. ad aliud, reperietur quadratus numerus 112. cuius radix, nimirum √ʒ 112. erit minus nomen: ita vt Binomium sextum sit √ʒ 192 + √ʒ 112. Apotome autem sexta √ʒ 192

7 5
A . . . . C . . . . . B
D . . . .
12

√ʒ 192 + √ʒ 112
√ʒ 192 — √ʒ 112

√ȝ 192 — √ȝ 112. vt ex propoſ. 54. & 91. lib. 10. Eucl. conſtat.

Inuentio Binomij, vel Apotomæ cuiuſuis ſpeciei, ex dato Binomio, vel Apotoma eiuſdem ſpeciei.

IAM verò, dato quouis Binomio, vel Apotoma, inueniemus ex eo, ſine magno labore, quotuis alia Binomia, & Apotomas eiuſdem ſpeciei. Nam pro primo, ac quarto Binomio, ſi fiat, vt maius nomen ad minus, ita quiuis numerus rationalis aſſumptus pro maiori nomine noui Binomij ad aliud, producetur minus nomen noui Binomij primi vel quarti. Pro ſecundo vero, ac quinto, ſi fiat, vt minus nomen ad maius, ita quiuis numerus rationalis pro minori nomine noui Binomij aſſumptus ad aliud, procreabitur maius nomen noui Binomij ſecundi, vel quinti. Pro tertio denique ac ſexto, ſi fiat, vt maius nomen ad minus, (quorum vtrumque numerus ſurdus eſt) ita quiuis numerus ſurdus pro maiori nomine noui Binomij aſſumptus ad aliud, proueniet minus nomen noui Binomij tertij, vel ſexti. Rationem huius rei, ſi quis deſideret, ſciat petendam eſſe ex propoſ. 15. lib. 10. Eucl. Cum enim per conſtructionem eadem ſit proportio inter nomina dati Binomij, quæ inter nomina producti Binomij: ſi maius nomen dati Binomij plus poteſt, quam minus, quadrato radicis ſibi commenſurabilis longitudine [a]; poterit quoque maius nomen noui Binomij plus, quam minus, quadrato radicis longitudine ſibi commenſurabilis: Et ſi maius nomen illius plus poteſt, quam minus, quadrato radicis ſibi longitudine incommenſurabilis; poterit quoque maius nomen huius plus, quam minus, quadrato radicis ſibi incommenſurabilis longitudine. Nam nomina Binomiorum ſunt inſtar linearum. Atque idcirco duo illa Binomia erunt eiuſdem generis, nimirum vtrumque erit vel primũ, vel ſecundum, vel tertium, &c. quippe cum vel maius nomen in vtroque, vel minus numerus ſit rationalis, vel ſurdus.

a 15. decimi.

Inuento porro Binomio nouo, iam noſti, fieri ex eo Reſiduum, vel Apotomam, ſi ſignum +. in — commutetur.

Exempli cauſa, ex Binomio primo 6 + √ȝ 27. fiet ſimile Binomium, cuius maius nomen ſit 400. ſi fiat, vt 6. ad √ȝ 27. ita 400. ad aliud. hoc eſt, ſi multiplicetur √ȝ 27. in 400. id eſt, in √ȝ 160000. & productus numerus √ȝ 4320000. per 6. id eſt, per √ȝ 36. diuidatur. Producetur enim √ȝ 120000. Eritq. nouum Binomium primum 400 + √ȝ 120000. Et noua Apotome prima 400 — √ȝ 120000. Quadratum enim 160000. maioris nominis ſuperat quadratum 120000. minoris nominis quadrato 40000. cuius radix 200. longitudine cõmenſurabilis eſt maiori nomini, &c. Eademq. ratio eſt de cæteris.

RVRSVS ſi vtrumque nomen dati Binomij per eundem quemuis numerum multiplicetur, aut diuidatur, producẽtur [b] eadem de cauſa duo nomina alterius Binomij eiuſdem ſpeciei: quæ etiam nomina erunt alterius Apotomæ eiuſdem ſpeciei [c]: propterea quod duo numeri procreati eandem inter ſe proportionem habent, quam duo nomina propoſiti Binomij. V. g. Dato Binomio ſecundo √ȝ 48 + 6. ſi vtrumque nomen per 3. multiplicetur, fiet alterum Binomium ſecundum √ȝ 432 + 18. & alia Apotome √ȝ 432 — 18. Et ſi vtrumque nomen eiuſdem dati Binomij ſecundi √ȝ 48 + 6. diuidatur per

b 15. decimi.
c 17. ſeptimi

nume-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

numerum quemuis eundem 3. fiet iterum aliud Binomium secundũ $\sqrt{\text{℞}}\ 5\frac{1}{3} + 2$. & alia Apotome secunda $\sqrt{\text{℞}}\ 5\frac{1}{3} - 2$. Quod si diuisio fiat per 2. gignetur nouum Binomium secundum $\sqrt{\text{℞}}\ 12 + 3$. & noua Apotome secunda $\sqrt{\text{℞}}\ 12 - 3$. & sic de alijs.

QVOD si quando iudicandum sit de aliquo Binomio, vel Residuo proposito, quodnam sit ex prædictis sex speciebus, non erit id magni laboris. Nam si maius nomen fuerit numerus rationalis absolutus, erit Binomium vel primum, vel quartum. Et si quidem, diuiso quadrato maioris nominis per excessum, quo illud quadratum superat quadratum nominis minoris, Quotiens fiat numerus quadratus, Binomium erit primum: Si vero Quotiens sit numerus non quadratus, Binomium erit quartum. *Binomiũ, vel Residuũ propositum quodnam sit ex 6. speciebus, iudicare.*

Si autem minus nomen fuerit absolutus numerus rationalis, erit Binomium vel secundum, vel quintum. Et si quidem, diuiso quadrato maioris nominis per excessum, quo illud quadratum superat quadratum minoris nominis, Quotiens gignatur numerus quadratus, Binomium erit secundum: Si verò Quotiens fiat numerus non quadratus, Binomium erit quintum.

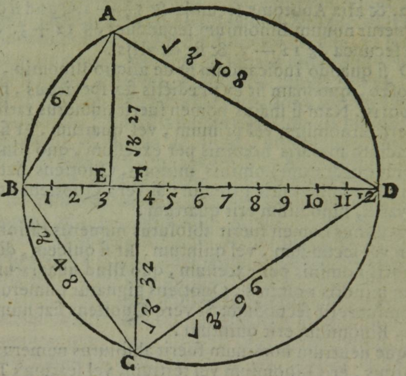
Si denique neutrum nominum fuerit absolutus numerus rationalis, sed surdus, erit Binomium vel tertium, vel sextum; Tertium quidem, quando diuiso maioris nominis quadrato per excessum, quo illud quadratum superat quadratum minoris nominis, Quotiẽs proueniat numerus quadratus: si vero Quotiens gignatur numerus non quadratus, Binomium erit sextum. Idemq. dices de Apotoma quacunque.

POSTREMO est etiam scitu non iniucundum, omnia sex Binomia, ac proinde & Residua, vel Apotomas, reperiri in paucis lineis certo quodam artificio intra circulum quemlibet descriptis. Sit enim circulus A B C D, cuius diameter B D, in tot æquales partes distribuatur, vt earum numerus tertiam, & quartam partem habeat, nimirũ in 12. Ex quarta parte diametri E, comprehendente scilicet B E, tres duodecimas diametri; atque ex tertia parte diametri F, complectente videlicet B F, quatuor duodecimas diametri, erigantur ad diametrum perpendiculares E A, F C, in diuersas partes; iunganturq. rectæ A B, B C, C D, D A. Harum omnium rectarum quantitates hoc modo cognoscentur [a]. Quoniam A E, inter D E, E B, media est proportionalis; & C F, inter D F, F B [b]: erit tam quadratum ex A E, rectangulo sub D E, E B, quam quadratum ex C F, rectangulo sub D F, F B, æquale. Est autem rectangulum sub D E, E B, hoc est, ex 9. in 3. productum 27. Igitur & quadratum ex A E, erit 27. ideoq. recta A E, $\sqrt{\text{℞}}\ 27$. Rectangulum autem sub D F, F B, id est, ex 8. in 4. procreatum est 32. Igitur & quadratum ex C F, erit 32. & recta C F, $\sqrt{\text{℞}}\ 32$. *Quà ratione in circulo omnia 6. Binomia, & Apotomæ reperiãtur.* a coroll. 13. sexti. b 17. sexti.

Deinde quia quadrata ex B E, E A, nimirum 9. & 27. conficiunt 36. [c] quibus æquale est quadratum ex A B; erit quadratum ex A B, 36. & recta ipsa A B, $\sqrt{\text{℞}}\ 36$. hoc est, 6. c 47, primi.

Rursus quia quadrata ex B F, F C, nimirum 16. & 32. efficiunt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287



d 47. primi. 48. [d] quibus æquale eſt quadratum ex B C: erit hoc quadratum 48. & recta ipſa B C, √ℨ 48.

Item quia quadrata ex D F, F C, nimirum 64. & 32. conficiunt 96. [e] quibus quadratum ex CD, æquale eſt: erit hoc quadratum 96. & recta ipſa C D, √ℨ 96.

e 47. primi.

Denique quia quadrata ex D E, E A, nimirum 81. & 27. efficiunt 108. [f] quibus quadratum ex D A, æquale eſt; erit hoc quadratum 108. & recta ipſa DA, √ℨ 108.

f 47. primi.

IAM rectæ AB, AE, conſtituunt Binomium primum 6 + √ℨ 27. & Apotomam primam 6 — √ℨ 27.

Rectæ AD, DE, conſtituunt Binomium ſecundum √ℨ 108 + 9. & ſecundam Apotomam √ℨ 108 — 9.

Rectæ AD, DC, conſtituunt Binomium tertium √ℨ 108 + √ℨ 96. & Apotomam tertiam √ℨ 108 — √ℨ 96.

Rectæ BD, DC, conſtituunt Binomium quartum 12 + √ℨ 96. & quartam Apotomam 12 — √ℨ 96.

Rectæ DC, DF, conſtituunt Binomium quintum √ℨ 96 + 8. & quintam Apotomam √ℨ 96 — 8.

Rectæ denique BC, CF, conſtituunt ſextum Binomium √ℨ 48 + √ℨ 32. & Apotomam ſextam √ℨ 48 — √ℨ 32.

ESSE autem hæc 6. Binomia, ac Reſidua illa, quæ ab Euclide definita ſunt, examinare poteris per earum definitiones. Nam in prioribus tribus, ſi maiora nomina diuidantur per exceſſus, quibus eorum quadrata ſuperant quadrata minorum nominum, fiunt Quotientes numeri quadrati, ac proinde maiora nomina plus poſſunt, quam minora, quadratis, quorum radices maioribus nominibus longi-

longitudine sunt commensurabiles. Si vero in posterioribus tribus maiora nomina diuidantur per excessus, quibus eorum quadrata superant quadrata minorum nominum, fiunt Quotientes numeri non quadrati: ac proinde maiora nomina plus possunt, quam minora, quadratis, quorum radices maioribus nominibus longitudine sunt incommensurabiles. Cætera ex se manifesta sunt.

QVOD si diametrum BD, diuiseris in alias partes, quarum numerus habeat partem tertiam, & quartam, vt in 24. vel 36. vel 48. vel 60. vel 240. vel 360. vel 480. vel 600. &c. inuenies eodem ordine alia 6. Binomia, & Apotomas.

DE EXTRACTIONE RADICVM ex Binomijs, & Apotomis. Vbi obiter de alijs lineis Irrationalibns, de quibus Euclides in lib. 10. disputat. Cap. XXVIII.

SVNT nonnulli, qui affirmant, ex solis prioribus tribus Binomijs, atque Apotomis radices quadratas elici posse. quod verum non est, & Euclidi omnino repugnat, vt mox ostendemus: neque scio, quo modo excusari possint, nisi dicatur, propterea eos posteriora tria Binomia, atque Apotomas radicibus quadratis priuare, quod horum radices sint valde perplexæ, & obscuriores, quam ipsamet Binomia, atque Apotomæ: quippe cum sint radices numerorum compositorum, quas Vniuersales vocant, vt in exemplis patebit. Habere aut omnia Binomia, atque Apotomas radices quadratas, quæ in se ductæ ipsa Binomia, atque Apotomas producant, euidenter ex propos. 55. 56. 57. 58. 59. & 60. Item ex propos. 92. 93. 94. 95. 96. & 97. lib. 10. Eucl. colligitur. In prioribus enim 6. propositionibus demonstrat Euclides, quinam numeri in se multiplicati producant Binomia: (vocamus lineas Irrationales, numeros Irrationales.) in posterioribus autem 6. propositionibus ostendit, quinam numeri in se ducti Apotomas procreent. quod ita manifestum fiet. In propos. 55. ait, Si spatium contineatur sub Rationali, & ex binis nominibus prima: Recta linea spatium potens Irrationalis est, quæ ex binis nominibus appellatur. Quis autem nescit, si Rationalis illa sit vnitas, spatium illud comprehensum, esse Binomium primum; quippe cum vnitas multiplicans Binomium primũ, producat ipsummet Binomium primum? Numerus ergo potens Binomium primum, hoc est, radix Binomij primi, est Binomium, ex sententia Eucl. Eadem ratione ex sequentibus quinque propos. infertur,

Cur nonnulli dicant, nõ omnia Binomia habere radices.

Omnia Binomia secundũ Eucl. habere radices.

Radices 6. Binomiorũ, quales lineæ, vel

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

numeri Irrationales sint. fertur, radicem Binomij secundi esse lineam Irrationalem, quæ ex binis Medijs prima appellatur. Radicem autem Binomij tertij esse lineam Irrationalem, quæ ex binis Medijs secunda dicitur. Et radicem quarti Binomij lineam Irrationalem esse, quæ vocatur Maior. Ac radicem quinti Binomij esse lineam Irrationalem, quæ Rationale & Medium potens appellatur. Radicem denique sexti Binomij esse irrationalem lineam, quæ bina Media potens nominatur.

Radices 6. Apotomarũ, quales lineæ Irrationales, vel numeri sint. Non aliter ex propos. 92. & sequentibus quinque colligemus, radicem primæ Apotomæ esse Apotomen. Radicem vero Apotomæ secundæ esse Mediæ Apotomen primam. Radicem deinde tertiæ Apotomæ esse Mediæ Apotomen secundam. Et radicẽ Apotomæ quartæ esse lineam Irrationalem, quæ appellatur Minor. Radicem autem Apotomæ quintæ esse lineam, quæ cum Rationali Medium totum efficit. Denique radicem sextæ Apotomæ lineam esse Irrationalem, quæ cum Medio Medium totum efficit. Non est igitur dubitandum, ex Euclidis sententia omnia Binomia, omnesq. Apotomas habere radices: cum tam perspicuè doceat, quo pacto cuiusque Binomij, atque Apotomæ radix appelletur. Quod vt planius fiat, explicandæ sunt obiter illæ lineæ Irrationales, quas demonstrat radices esse Binomiorum, atque Apotomarum. Hactenus enim solum Binomium eiusque sex species, solamq. Apotomen, eiusq. sex genera, Item lineam Mediam, superiori cap. exposuimus.

a 37. decimi QVEMADMODVM ergo [a] Binomium apud Eucl. est linea Irrationalis ex duabus Rationalibus potentia tantum commensurabilibus composita [b]: ita si duæ Mediæ potentia tantum commensurabiles componantur, quæ Rationale contineant, (Has lineas docuit inuenire propos. 28.) erit tota linea Irrationalis, quæ ex binis Medijs prima vocatur. Hanc nobis exhibebit radix Binomij secundi.

b 38. decimi

Ex binis Medijs prima.

c 39. decimi Et [c] si duæ Mediæ potentia tantum commensurabiles componantur, quæ Medium contineant; (quæ quo pacto reperiantur, docuit propos. 29.) erit tota linea Irrationalis, quæ ex binis Medijs secunda dicitur. Eamq. nobis præbebit radix tertij Binomij.

Ex binis Medijs secunda.

d 40. decimi Et [d] si duæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles componantur, quæ faciant compositum quidem ex ipsarum quadratis Rationale; quod autem sub ipsis continetur, Medium: (quas inuenire docet propos. 34.) tota recta linea Irrationalis erit, quæ Maior vocatur. quam nobis offeret radix Binomij quarti.

Linea Maior.

e 41. decimi Et [e] si duæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles componantur, quæ faciant compositum quidem ex ipsarum quadratis Mediũ; quod autem sub ipsis continetur, Rationale; (quæ inueniuntur propos. 35.) tota recta linea Irrationalis erit, quæ Rationale ac Medium potens nominatur. Hanc nobis demonstrabit radix Binomij quinti.

Rationale, ac Medium potens.

f 42. decimi [f] Si denique duæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles componantur, quæ faciant & compositum ex ipsarum quadratis Mediũ; & quod sub ipsis continetur, Medium, incommensurabileq. composito ex quadratis ipsarum, (qua ratione huiusmodi lineæ reperiantur,

riantur,

riantur, docuit propos. 36.) tota recta linea Irrationalis erit, quæ vocatur bina Media potens. Eamq. nobis indicabit radix Binomij sexti. *Bina Media potens.*

ITEM quemadmodum [a] Apotome apud Eucl. est linea Irrationalis, quæ reliqua est, si a Rationali auferatur Rationalis potentia tantum commensurabilis existens toti [b]: Ita si a Media auferatur Media, potentia tantum commensurabilis existens toti, quæcum tota Rationale contineat; (quas quidem lineas propos. 28. reperit.) Reliqua linea Irrationalis est, quæ Mediæ Apotome prima vocatur. Quam quidem profert radix Apotomæ secundæ. a 74. decimi b 75. decimi *Media Apotome prima.*

Et [c] si a Media auferatur Media, potentia tantum commensurabilis existens toti, quæ cum tota Medium contineat; (quæ lineæ propos. 29. inueniuntur.) Reliqua linea Irrationalis est, quæ Mediæ Apotome secunda appellatur. Hæc autem apparebit in radice Apotomæ tertiæ. c 76. decimi *Media Apotome secunda.*

Et [d] si a recta linea, auferatur recta potentia incommensurabilis existens toti, quæ cum tota faciat compositum quidem ex ipsarum quadratis Rationale; quod autem sub ipsis continetur, Medium; (quas lineas propos. 34. reperit.) Recta linea reliqua irrationalis est, quæ Minor nominatur. Quæ quidem radix est Apotomæ quartæ. d 77. decimi *Linea Maior.* Minor

Et [e] si a recta linea auferatur recta, potentia incommensurabilis existens toti, quæ cum tota faciat compositum quidem ex ipsarum quadratis Medium; quod autem sub ipsis continetur, Rationale; (quas lineas inuenit propos. 35.) Reliqua linea irrationalis est, quæ cum Rationali Medium totum efficiens dicitur. Qualis est radix Apotomæ quintæ. e 78. decimi *Reliqua cum Rationali Medium totum efficiens.*

Et [f] si tandem a recta detrahatur recta, potentia incommensurabilis existens toti, quæ cum tota faciat & compositum ex ipsarum quadratis Medium; & quod sub ipsis continetur, Medium, incommensurabileq. composito ex ipsarum quadratis; (quæ lineæ propos. 36. inueniuntur.) Reliqua linea Irrationalis est, quæ cum Medio Medium totum efficiens appellatur. Quam nobis exhibet radix sextæ Apotomæ. f 79. decimi *Reliqua cum Medio Mediũ totum efficiẽs.*

HAS porrò lineas Irrationales, vel potius numeros Irrationales (quas enim Euclides lineas nominat, nos numeros dicimus) plenius, perfectiusq. declarabimus in radicibus Binomiorum, & Apotomarum.

Habes igitur ex Euclide tredecim numero lineas Irrationales inter se differentes, de quibus potissimum in lib. 10. agitur. Sunt autem hæ.

1. *Media.*
2. *Ex binis nominibus, cuius sex sunt species inuentæ.*
3. *Ex binis Medijs prima.*
4. *Ex binis Medijs secunda.*
5. *Maior.*
6. *Rationale ac Medium potens.*
7. *Bina Media potens.*
8. *Apotome, cuius etiam species sex sunt inuentæ.*

9. Me-

9. *Mediæ Apotome prima.*
10. *Mediæ Apotome secunda.*
11. *Minor.*
12. *Cum Rationali Medium totum efficiens.*
13. *Cum Medio Mediũ totũ efficiens.*

Lineæ irrationales 23. apud Euclidem.

QVOD si pro linea ex binis nominibus, sex Binomia; & pro Apotoma sex Apotomas accipias; habebis in vniuersum 23. lineas Irrationales apud Euclidem.

SED iam artem præscribamus, qua ex Binomijs, & Apotomis radices quadratæ eruantur: in quibus quidem naturæ prædictarum linearum Irrationalium planius percipientur.

Extractio radicis ex dato Binomio, aut Residuo tribus vijs.

PROPOSITO ergo Binomio, vel Residuo, cape differentiam quadratorum vtriusque nominis. Deinde radicem quadratam huius differentiæ tum maiori nomini adijce, tum ab eodem aufer. Tertio radicem quadratam semissis illius summæ connecte cum radice quadrata semissis illius relicti, per signum +. si propositum est Binomium, vel per signum —, si Residuum. Ita enim procreata erit radix Binomij, aut Residui.

ALII regulam hanc ita proponunt. Sume differentiam quadratorum semissium vtriusque nominis. Huius differentiæ radicem quadratam tum semissi maioris nominis adijce, tum ab eadem semisse subtrahe. Nam radix quadrata illius summæ connexa per signum +. vel — cum radice quadrata illius relicti, dabit radicem Binomij, vel Residui quæsitam.

ALII denique eandem ita proponunt. Ex quarta parte differentiæ quadratorum vtriusque nominis erue radicem quadratam. Hanc enim si semissi maioris nominis adijcies, & ex summa radicem erues, procreabis priorem particulam quæsitæ radicis. Et si eandem hanc summam ex maiori nomine detrahes, dabit relicti radix quadrata posteriorem radicis quæsitæ particulam. Vtrisque igitur particulis per signum +, aut — copulatis, totam radicem desideratam habebis.

Atque ita habes triplicem regulam pro eruenda radice ex dato Binomio, aut Residuo. quæ varijs iam exemplis elucidanda erit.

Sit Binomium primum 23 + √℥ 448. ex quo per primam regulã radicem eliciemus hoc modo. Differentia quadratorum 529. & 448. vtriusque nominis est 81. cuius radicem 9. si maiori nomini 23. adijciemus, & ab eodem subtrahemus; faciemus summam 32. & reliquum numerum 14. Semisses summæ, & relicti numeri sunt 16. & 7. è quibus erutæ radices 4. & √℥ 7. copulatæ per signum +. dabunt radicem 4 + √℥ 7. propositi Binomij primi: ac proinde 4 — √℥ 7. radix erit Residui primi 23 — √℥ 448. quarum illa est Binomium, hæc autem Residuum, vt Euclides lib. 10. propos. 55. & 92. & demonstrauit. Esse porrò 4 + √℥ 7. veram radicem Binomij primi 23 + √℥ 448. & 4 — √℥ 7. veram radicem Residui primi 23 — √℥ 448. probari potest ex vtriusque radicis multiplicatione in se, vt hic patet.

Radix Binomij primi est Binomium, et radix Residui primi est Residuum.

4 + √ʒ 7		4 — √ʒ 7	
4 + √ʒ 7		4 — √ʒ 7	
+ √ʒ 112 + 7		— √ʒ 112 + 7	
+ 16 + √ʒ 112		+ 16 — √ʒ 112	
Summa	23 + √ʒ 448	Summa	23 — √ʒ 448

Sit Binomium ſecundum √ʒ 448 + 14. ex quo per ſecundam regulam radix ſic eruetur. Semiſſes nominum ſunt √ʒ 112. & 7. quarum quadrata 112. 49. differentiam habent 63. cuius radix √ʒ 63. addita ſemiſſi √ʒ 112. maioris nominis, facit √ʒ 343. Detracta autẽ ab eadem ſemiſſe √ʒ 112. relinquit √ʒ 7. Ergo √ʒʒ 343 + √ʒʒ 7. erit radix Binomij ſecundi propoſiti. Et √ʒʒ 343 — √ʒʒ 7. radix erit Reſidui ſecundi √ʒ 448 — 14. Illa ex propoſ. 56. lib. 10. linea eſt Irrationalis ex binis Medijs prima. Hæc autem ex propoſ. 93. lib. 10. Irrationalis linea eſt, quæ Mediæ Apotome prima dicitur. Itaq. √ʒʒ 343. & √ʒʒ 7. ſunt duæ lineæ Mediæ, Rationale continẽtes, vt volunt propoſ. 38. & 75. lib. 10. Nam Irrationales ſunt, quæ Mediæ dicuntur. Multiplicatæ vero inter ſe producunt √ʒʒ 2401. cuius radix zenſizenſica eſt 7. numerus Rationalis.

Radix Binomij ſecundi eſt linea ex binis Medijs prima: Et radix Reſidui ſecundi eſt Mediæ Apotome prima.

Examen radicis inuentæ.

√ʒʒ 343 + √ʒʒ 7		√ʒʒ 343 — √ʒʒ 7	
√ʒʒ 343 + √ʒʒ 7		√ʒʒ 343 — √ʒʒ 7	
+ √ʒʒ 2401 + √ʒ 7		— √ʒʒ 2401 + √ʒ 7	
+ √ʒ 343 + √ʒʒ 2401		+ √ʒ 343 — √ʒʒ 2401	
Summa	√ʒ 448 + 14	Summa	√ʒʒ 448 — 14

Sit Binomium tertium √ʒ 448 + √ʒ 336. ex quo per regulam tertiam radix elicietur, hoc modo. Quarta pars differentiæ quadratorum 448. 336. eſt 28. cuius radix quadrata √ʒ 28. addita ad √ʒ 112. ſemiſſem maioris nominis facit √ʒ 252. ideoq. prior particula radicis quæſitæ erit √ʒʒ 252. Et ſi eadem ſumma √ʒ 252. dematur ex √ʒ 448. maiore nomine, reliqua fit √ʒ 28. ac proinde poſterior particula quæſitæ radicis erit √ʒʒ 28. totaq. radix Binomij tertij erit √ʒʒ 252 + √ʒʒ 28. & radix tertij Reſidui √ʒ 448 — √ʒ 336. erit √ʒʒ 252 — √ʒʒ 28. Illa ex propoſ. 57. lib. 10. eſt linea Irrationalis, quæ ex binis Medijs ſecunda dicitur. Hæc autem ex propoſ. 94. lib. 10. Irrationalis eſt linea, quæ Mediæ Apotome ſecunda dicitur. Itaq. iuxta doctrinam propoſ. 39. & 76. lib. 10. Eucl. √ʒʒ 252. & √ʒʒ 28. duæ lineæ ſunt Mediæ Medium continentes. Nam Irrationales quidem ſunt, quæ Mediæ dicuntur; inter ſe vero multiplicatæ producunt ſuperficiem Mediam √ʒʒ 7056. hoc eſt, √ʒ 84.

Radix Binomij tertij eſt linea ex binis Medijs ſecunda: Et radix Reſidui tertij eſt Mediæ Apotome ſecũda.

Exa-

Examen radicis inuentæ.

√ǯǯ 252 + √ǯǯ 28
√ǯǯ 252 + √ǯǯ 28
+ √ǯǯ 7056 + √ǯ 28
+ √ǯ 252 + √ǯǯ 7056
Summa √ǯ 448 + √ǯ 336

√ǯǯ 252 — √ǯǯ 28
√ǯǯ 252 — √ǯǯ 28
— √ǯǯ 7056 + √ǯ 28
+ √ǯ 252 — √ǯǯ 7056
Summa √ǯ 448 — √ǯ 336

Sit Binomium quartum 24 + √ǯ 448. ex quo radix extrahetur per primam regulam, hoc pacto. Differentia quadratorum 576. & 448. est 128. cuius radicem, nimirum √ǯ 128. maiori nomini 24. adijcio, facioq. 24 + √ǯ 128. Eandem √ǯ 128. ab eodem maiore nomine 24. detraho, relinquoq. 24 — √ǯ 128. Semissis illius summæ 24 + √ǯ 128. est 12 + √ǯ 32. semissis vero illius numeri relicti 24 — √ǯ 128. est 12 — √ǯ 32. Radix ergo Binomij quarti propositi est √ǯ (12 + √ǯ 32) + √ǯ (12 — √ǯ 32) Radix vero quarti huius Residui 24 — √ǯ 448. est √ǯ (12 + √ǯ 32) — √ǯ (12 — √ǯ 32). Illa iuxta propos. 58. lib. 10. linea Irrationalis est, quæ Maior dicitur. Hæc vero ex propos. 95. lib. 10. Irrationalis linea est, quæ appellatur Minor. Itaq. ex præcepto propos. 40. & 77. lib. 10. √ǯ (12 + √ǯ 32) & √ǯ (12 — √ǯ 32) sunt duæ lineæ potentia incommensurabiles, quæ faciunt compositum quidem ex ipsarum quadratis Rationale: quod autem sub ipsis continetur, Medium. Esse enim potentia incommensurabiles, perspicuum est, cum earum quadrata 12 + √ǯ 32. & 12 — √ǯ 32. incommensurabilia sint. Quod etiam compositum ex hisce quadratis sit Rationale, patet, cum conficiant simul sumpta numerum 24. Rationalem. Denique quod sub ipsis cõtinetur, esse Medium, liquet, cum ex mutua earum multiplicatione gignatur superficies √ǯ 112. Media: cuius radix est √ǯǯ 112. linea Media. Vbi obseruatu dignum est, duo incommensurabilia, qualia sunt quadrata 12 + √ǯ 32. & 12 — √ǯ 32. simul addita efficere summam 24. Rationalem.

Radix Binomij quarti est Linea Maior: Et radix Residui quarti ẽ Linea Minor.

Duo incõmensurabilia facere possũt sũmam Rationalem.

Examen radicis inuentæ pro Binomio quarto.

√ǯ (12 + √ǯ 32) + √ǯ (12 — √ǯ 32)
√ǯ (12 + √ǯ 32) + √ǯ (12 — √ǯ 32)
12 + √ǯ 32 + 12 — √ǯ 32
√ǯ 112
√ǯ 112
√ǯ 448
Tota summa 24 + √ǯ 448. Binomium propositum.

Sit

Sit Binomium quintum √ȝ 448 + 12. Ex quo per 2. regulam extrahetur radix hac ratione. Semisses nominum sunt √ȝ 112. & 6. quarum quadrata 112. & 36. quorum differentia 76. cuius radix, √ȝ 76. semissi √ȝ 112. maioris nominis addita facit √ȝ 112 + √ȝ 76. Ab eadem autem semisse detracta relinquit √ȝ 112 — √ȝ 76. Radix ergo propositi Binomij quinti est √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76) + √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76) Residui vero respondentis radix erit √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76) — √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76) Illa per propos. 59. lib. 10. linea Irrationalis est, quæ Rationale, & Medium potens appellatur. Hæc vero ex doctrina propos. 96. lib. 10. linea Irrationalis est, quæ cum Rationali Medium totum efficit. Itaq. ex doctrina propos. 41. & 78. lib. 10. √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76) & √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76.) duæ lineæ sunt potentia incommensurabiles, quæ faciunt compositum quidem ex ipsarum quadratis Medium; quod autem sub ipsis continetur, Rationale. Esse enim potentia incommensurabiles, constat, cum earum quadrata incommensurabilia sint. Quod autem compositum ex ipsarum quadratis faciat Medium, perspicuum etiam est, cum earum quadrata √ȝ 112 + √ȝ 76. & √ȝ 112 — √ȝ 76. simul sumpta faciant √ȝ 448. superficiem Mediam, cuius radix est √ȝȝ 448. linea Media. Denique ex ipsarum multiplicatione inter se gigni Rationale, manifestum est, cum gignatur √ȝ 36. nimirum 6. Vbi quoque vides, duo incommensurabilia, videlicet √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76.) & √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76) inter se multiplicata producere numerum Rationalem, nimirum √ȝ 36. hoc est, 6.

Radix Binomij quinti est linea Rationale ac Medium potens: Et radix Residui quinti est linea cum Rationali Mediũ totum efficiẽs.

Duo incõmensurabilia inter se multiplicata facere possunt numerũ Rationalẽ.

Examen radicis inuentæ pro Residuo quinto.

√ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76) — √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76)
√ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76) — √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76)

√ȝ 112 + √ȝ 76 — √ȝ 112 — √ȝ 76
— √ȝ 36. id est, — 6
— √ȝ 36. id est, — 6

—12

Tota summa, √ȝ 448 — 12. Residuum quintum.

Sit denique Binomium sextum √ȝ 448 + √ȝ 352. ex quo per 3. regulam radix eruetur hoc modo. Quadratorum differentia est 96. cuius pars quarta 24. Huius radix, videlicet √ȝ 24. addita ad semissem maioris nominis, nimirum ad √ȝ 112. facit summam √ȝ 112 + √ȝ 24. Ergo prior portio radicis quæsitæ est √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 24.) Et si eandem summam √ȝ 112 + √ȝ 24. detrahas ex toto maiore nomine √ȝ 448. relinquetur √ȝ 112 — √ȝ 24. Nam √ȝ 112. dempta ex √ȝ 448. relinquit √ȝ 112. ex quo relicto si tollatur √ȝ 24. relinquetur √ȝ 112 — √ȝ 24. ideoq. posterior portio radicis quæsitæ est √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 24.) totaq. radix Binomij sexti propositi, erit √ȝ (√ȝ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

112 + √ʒ 24) + √ʒ (√ʒ 112 — √ʒ 24.) Residui vero sexti respondentis radix erit √ʒ (√ʒ 112 + √ʒ 24) — √ʒ (√ʒ 112 — √ʒ 24.) Illa, concludente propos. 60. lib. 10. Irrationalis linea est, quæ bina Media potens nominatur. Hæc vero, vt demonstrat propos. 97. lib. 10. linea Irrationalis est, quæ cum Medio Medium totum efficit. Itaq. ex demonstratione propos. 42. & 79. lib. 10. duæ lineæ √ʒ (√ʒ 112 + √ʒ 24) & √ʒ (√ʒ 112 — √ʒ 24) potentia incommensurabiles sunt, quæ faciunt & compositum ex ipsarum quadratis Medium; & quod sub ipsis continetur, Medium; incommensurabileq. composito ex quadratis ipsarum. Quod enim potentia incommensurabiles sint, docent earum quadrata, quæ incommensurabilia sunt. Quadrata autem simul facere Medium, constat, cum simul faciant √ʒ 448. superficiem Mediam, cuius radix est √ʒʒ 448. Denique ex ductu vnius in alteram procreari etiam Medium, liquidò constat, cum producant √ʒ 88. superficiem Mediam, cuius radix est √ʒʒ 88.

Radix Binomij sexti est linea bina Media potens: Et radix Residui sexti est linea cum Medio Mediũ totum efficiens.

Examen radicis inuentæ pro Binomio sexto proposito.

√ʒ (√ʒ 112 + √ʒ 24) + √ʒ (√ʒ 112 — √ʒ 24)
√ʒ (√ʒ 112 + √ʒ 24) + √ʒ (√ʒ 112 — √ʒ 24)

√ʒ 112 + √ʒ 24 + √ʒ 112 — √ʒ 24
√ʒ 88
√ʒ 88

352

Tota summa. √ʒ 448 + √ʒ 352. Binomium propositum.

IN quolibet autem Binomio, aut Residuo animaduertes, radicem differentiæ quadratorum vtriusque nominis, esse differentiam inter quadrata nominum radicis ipsius Binomij, vel Residui. quod mirum cuipiam videri possit. quod in proximis 6. Binomijs experiri licet.

Differentia quadratorum nominũ radicis cuiuslibet Binomij, & Residui, quæ.

In primo Binomio 23 + √ʒ 448. cuius radix inuenta est 4 + √ʒ 7. Quadratum numeri 23. nimirum 529. superat quadratum 448. numero 81. cuius radix est 9. differentia videlicet inter quadrata nominum radicis, hoc est, inter 16. & 7.

In Binomio secundo √ʒ 448 + 14. cuius radix inuenta fuit √ʒʒ 343 + √ʒʒ 7. Quadratum 448. superat 196. quadratum numeri 14. numero 252. cuius radix, nimirum √ʒ 252. est differentia inter quadrata nominum radicis. Nam ea quadrata sunt √ʒ 343. & √ʒ 7. vt patet ex multiplicatione nominum √ʒʒ 343. & √ʒʒ 7. in se quadratè. Et si √ʒ 7. dematur ex √ʒ 343. reliqua fit √ʒ 252.

In tertio Binomio √ʒ 448 + √ʒ 336. cuius radix inuenta fuit √ʒʒ 252 + √ʒʒ 28. Quadratum 448. superat quadratum 336. numero 112. cuius radix, videlicet √ʒ 112. differentia est inter quadrata nominum radicis, quæ sunt √ʒ 252. & √ʒ 28. Constat autem √ʒ 28. demptam ex √ʒ 252. relinquere √ʒ 112.

In

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

In quarto Binomio 24 + √ȝ 448. cuius radix inuenta fuit √ȝ (12 + √ȝ 32) + √ȝ (12 — √ȝ 32.) Quadratum 576. numeri 24. superat quadratum 448. numero 128. cuius radix, nimirum √ȝ 128. differentia est inter quadrata nominum radicis, hoc est, inter 12 + √ȝ 32. & 12 — √ȝ 32. vt in hac formula subtractionis apparet. Nam 12. ex 12. nihil relinquũt: sed — √ȝ 32. ex + √ȝ 32. (cum diuersa signa mutẽt speciem) relinquit √ȝ 128. duplum scilicet √ȝ 32. cum signo + superioris numeri.

12 + √ȝ 32
12 — √ȝ 32
0 + √ȝ 128

In Binomio quinto √ȝ 448 + 12. cuius radix inuenta fuit √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 76) + √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 76.) Quadratum 448. superat 144. quadratum numeri 12. numero 304. cuius radix, nimirum √ȝ 304. differentia est inter quadrata nominum radicis, hoc est, inter √ȝ 112 + √ȝ 76. & √ȝ 112 — √ȝ 76. vt in hac apposita formula subtractionis apparet. Nã √ȝ 112. ex √ȝ 112. nil relinquit. At — √ȝ 76. ex + √ȝ 76. (cum diuersa signa mutent speciẽ) relinquit √ȝ 304. duplum videlicet √ȝ 76. cum signo + superioris numeri.

√ȝ 112 + √ȝ 76
√ȝ 112 — √ȝ 76
0 + √ȝ 304

In Binomio denique sexto √ȝ 448 + √ȝ 352. cuius radix inuenta fuit √ȝ (√ȝ 112 + √ȝ 24) + √ȝ (√ȝ 112 — √ȝ 24.) Quadratum 448. superat quadratum 352. numero 96. cuius radix, nimirum √ȝ 96. differentia est inter quadrata nominum radicis, hoc est, inter √ȝ 112 + √ȝ 24. & √ȝ 112 — √ȝ 24. vt in apposita formula subtractionis manifestum est. Nam √ȝ 112. ex √ȝ 112. nil relinquit. At — √ȝ 24. ex + √ȝ 24. (cum diuersa signa mutent speciem) relinquit √ȝ 96. duplum videlicet √ȝ 24. cum signo + numeri superioris.

√ȝ 112 + √ȝ 24
√ȝ 112 — √ȝ 24
0 + √ȝ 96

Idem experieris in quouis alio Binomio, vel Residuo, & eius radice.

Pulchra ratio multiplicãdi Binomij, vel Residui in se.

EX hoc colligitur facilis ratio multiplicandi quodcunque Binomium, aut Residuum in se quadratè, quæ talis est. Proposito Binomio, vel Residuo, accipiatur summa quadratorum duarum particularum Binomij, vel Residui, pro prima portione numeri producti. Deinde a quadrato dictæ summæ detrahatur quadratum differentiæ quadratorum earundem particularum Binomij, vel Residui. Radix enim reliqui huius numeri erit altera portio producti numeri. Vt Binomium √ȝ 50 + 6. ductum in se, facit 86 + √ȝ 7200. Nam duo quadrata 50. & 36. faciunt 86. priorem particulam numeri producti. Et quadratum 7396. numeri inuenti 86. superat 196. quadratum numeri 14 nimirum differentiæ inter quadrata 50. & 36. numero 7200. cuius radix, nimirum √ȝ 7200. dabit posteriorem particulam numeri producti: adeo vt quadratum Binomij √ȝ 50 + 6. fit 86 + √ȝ 7200. quandoquidem quadratum 7396. prioris portionis 86. superat 7200. quadratum posterioris

√ȝ 50 + 6
86 + √ȝ 7200

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

rioris portionis, numero 196. cuius radix 14. est differentia inter quadrata 50. & 96.

Eadem ratione quadratum Residui √ȝ 50 — 6. erit 86 — √ȝ 7200.

Ita quoque Binomium √ȝ 50 + √ȝ 6. ductum in se faciet 56 + √ȝ 1200. quia quadratum 3136. prioris portionis 56. superat 1200. quadratum 1200. portionis posterioris numero 1936. cuius radix 44. differentia est quadratorum 50. & 6. Atque ita de cæteris.

√ȝ 50 + √ȝ 6
56 + √ȝ 1200

TRADITVR ab auctoribus nonnullis alia ratio facilis eruendæ radicis ex proposito Binomio, vel Residuo, quam visum est hoc loco explicare, si tamen prius Lemma sequens ostendero.

LEMMA.

Lemma. *DATVM numerum in duas partes secare, vt numerus, qui ex mutua earũ multiplicatione producitur, æqualis sit dato numero, qui maior non sit quadrato semissis dati numeri, qui diuidendus est, vel (quod idem est) quarta parte quadrati totius numeri diuidendi.*

SIT V.g. numerus 20. in duas partes secandus, quæ inter se multiplicatæ producant numerum 75. qui minor est quadrato 100. semissis numeri 20. propositi, vel minor, quam 100. quarta pars quadrati 400. dati numeri 20. Ex 100 quadrato semissis numeri diuidendi auferatur datus numerus producendus 75. Et reliqui numeri 25. radix quadrata 5. tum addatur ad semissem numeri propositi, nimirum ad 10. tum ab eadem semisse detrahatur. Nam summa confecta 25. & numerus reliquus 5. erunt quæsitæ partes numeri propositi 20. quæ inter se multiplicatæ procreant datum numerum 75. Huius praxis hæc est demonstratio. Sit numerus 20. AB, propositus diuisus in partes AD, DB, sua multiplicatione producentes datum numerum 75. quæ partes ita fient cognitæ. Diuiso numero AB, bifariam in C; erit productus ex AB, in DB, vna cum quadrato ex CD, æqualis quadrato 100. semissis CB. Igitur si datus numerus 75. factus ex AD, in DB, dematur ex quadrato 100. semissis CB, reliquus erit quadratus ex CD, 25 cuius radix 5. dabit rectam CD, quæ addita semissi AC, conficiet maiorem partem AD, 15. Et detracta ex semisse CB, reliquam faciet partem minorem DB, 5.

A.........C.....D.....B

a 25. secundi.

Sit rursus numerus √ȝ 80. diuidendus in duas partes, ita vt inter se multiplicatæ faciant 1. Semissis dati numeri est √ȝ 20. A quadrato cuius, nimirum a 20. detrahatur numerus 1. producendus. Ac reliqui numeri 19. radix, nimirum √ȝ 19. addatur, & dematur ex se-

√ȝ 20 + √ȝ 19
√ȝ 20 — √ȝ 19
1

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ex semisse ℥√ 20. propositi numeri: fientq. partes quæsitæ √℥ 20 + √℥ 19. & √℥ 20 — √℥ 19. quæ inter se multiplicatæ gignũt 1. vt precedens formula apparet: detrahendo videlicet quadratum 19. ex quadrato 20. vt cap. 23. ante exempla Diuisionis docuimus.

Item sit numerus √℥ 80. diuidendus in duas partes, quæ inter se multiplicatæ faciant √℥ 5. Semissis numeri √℥ 80. est √℥ 20 a cuius quadrato 20. si subtrahatur √℥ 5. remanebunt 20 — √℥ 5. cuius radix, nimirum √℥ (20 — √℥ 5.) addita ad semissem √℥ 20. dati numeri √℥ 80. faciet maiorem partem √℥ 20 + √℥ (20 — √℥ 5) dempta vero ex eadem semisse √℥ 20. relinquet minorem partem √℥ 20 — √℥ (20 — √℥ 5.) quæ partes inter se multiplicatæ faciunt √℥ 5. vt in hac formula apparet. Nam vt ex cap. 23. patet, multiplicatio fiet, si quadratum 20 — √℥ 5. posterioris partis ex 20. quadrato prioris partis auferatur. Auferetur autem iuxta hanc alteram formulam. quia 20. ex 20. nihil relinquunt, & vt — √℥ 5. tollatur ex + √℥ 0 mutatur species, fitq. additio cum signo +. superioris numeri √℥ 0.

√℥ 20 + √℥ (20 — √℥ 5)
√℥ 20 — √℥ (20 — √℥ 5)
√℥ 5

20 + √℥ 0
20 — √℥ 5
0 + √℥ 5

Postremo sit 1 ℥. diuidendus in duas partes, quæ inter se multiplicatæ faciant 1 ℥, hoc est, (& in idem recidit,) ita vt 1 ℞ sit medio loco proportionalis inter illas duas partes. Semissis 1 ℥. est $\frac{1}{2}$ ℥. cuius quadratum est $\frac{1}{4}$ ℥℥. ex quo tollemus 1 ℥. qui produci debet, remanebitq. $\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥. cuius radix, nimirum √℥ ($\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥) addita ad semissem 1 ℥. id est, ad $\frac{1}{2}$ ℥ faciet vnam partem quæsitam $\frac{1}{2}$ ℥ + √℥ ($\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥.) Et ablata ex eadem semisse, reliquam faciet alteram partem $\frac{1}{2}$ ℥ — √℥ ($\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥.) quæ partes inter se multiplicatæ faciunt 1 ℥. vt in hac formula apparet. Nam multiplicatio fiet, vt ex superioribus patet, si $\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥. quadratum posterioris portionis detrahatur ex $\frac{1}{4}$ ℥℥ quadrato portionis prioris. Detrahetur autem iuxta hanc alteram formulam. quia $\frac{1}{4}$ ℥℥. ex $\frac{1}{4}$ ℥℥. nil relinquit. Et vt — 1 ℥. subtrahatur ex + 0 ℥. mutatur species operationis, fitq. additio, cum signo + superioris numeri 0 ℥. Hoc Lemma absoluemus etiam per Algebram ænigmate 23. capitis 30.

$\frac{1}{2}$ ℥ + √℥ ($\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥)
$\frac{1}{2}$ ℥ — √℥ ($\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥)
1 ℥

$\frac{1}{4}$ ℥℥ + 0 ℥
$\frac{1}{4}$ ℥℥ — 1 ℥
0 + 1 ℥

DEMONSTRATO, & exemplis illustrato hoc Lemmate, eruemus radicem ex quolibet Binomio, Residuoue, hac facili via. Diuidatur per Lemma antecedens maius nomen in duas partes, quæ inter se multiplicatæ procreent numerum æqualem quartæ parti quadrati nominis minoris. Radices namq. harum partium copulatæ per signum + pro Binomio, vel per signum — pro Residuo, radicem quæsitam exhibebunt. *Alia via extrahendæ radicis ex dato Binomio, vel Residuo.*

Sit

Sit enim Binomium primum 20 + √ȝ 300. Secetur maius nomen 20. in duas partes, quæ inter se multiplicatæ faciant 75. qui numerus quarta pars est quadrati 300. minoris nominis. Erit vna pars 15. & altera 5. Igitur √ȝ 15 + √ȝ 5. radix est dati Binomij, quæ in se ducta (quod facile fiet ea ratione, quam ante Lemma præcedens explicauimus) producet Binomium datum 20 + √ȝ 300.

Sit rursus Binomium primum 38 + √ȝ 288. Maius nomen 38. secabitur in duas partes sua multiplicatione producentes 72. quartam partem quadrati 288. minoris uominis: hoc modo. Semissis maioris nominis est 19. a cuius quadrato 361. si detrahatur dicta quarta pars 72. reliquus fit numerus 289. cuius radix 17. addita semissi prædictæ 19. & ab eadem subtracta facit partes quæsitas 36. & 2. Ergo √ȝ 36. hoc est, 6 + √ȝ 2. radix est Binomij propositi. quod ex eius ductu in se examinari potest. Quadrata enim 36. & 2. nominum faciunt 38. maius nomen. Et si ex eius quadrato 1444. dematur 1156. quadratum differentiæ quadratorum 36. & 2. nimirum quadratũ numeri 34. remanebit numerus 288. Ergo √ȝ 288. erit nomen minus, ita vt Binomium sit 38 + √ȝ 288.

Sit præterea Residuum secundum √ȝ 18—4. Maius nomen √ȝ 18. secetur in duas partes, quarum vna in alteram faciat 4. quartã partẽ quadrati minoris nominis —4. hoc modo. Semissis maioris nominis est $\frac{\surd ȝ\, 18}{2}$ a cuius quadrato $\frac{18}{4}$. si detrahatur dicta quarta pars 4. remanebit $\frac{1}{2}$. cuius radix, hoc est, √ȝ $\frac{1}{2}$. addita ad √ȝ $\frac{18}{4}$ facit √ȝ 8. pro priori parte: ablata vero ex eadem semisse, relinquit √ȝ 2. pro posteriore parte. Est ergo √ȝȝ 8 — √ȝȝ 2. radix Residui propositi. vt hic probatum esse vides, per multiplicationẽ radicis in se quadratè. Nam in partialibus productis, √ȝ 8. & √ȝ 2. faciunt √ȝ 18. Deinde — √ȝȝ 16. id est, — 2. duplicata facit — 4.

√ȝȝ 8 — √ȝȝ 2
√ȝȝ 8 — √ȝȝ 2
— √ȝȝ 16 + √ȝ 2
+ √ȝ 8 — √ȝȝ 16
√ȝ 18 — 4

Detur quoque Binomium tertium √ȝ 32 + √ȝ 24. Maius nomen √ȝ 32. secabitur in duas partes producentes 6. quartam partem quadrati 24. minoris nominis, hoc modo. Semissis maioris nominis est √ȝ 8. a cuius quadrato 8. detracta dicta quarta pars 6. relinquit 2. cuius radix, nimirum √ȝ 2. addita, & subtracta a semisse prædicta √ȝ 8. facit partes √ȝ 18. & √ȝ 2. Ergo radix Binomij est √ȝȝ 18 + √ȝȝ 2. Hæc enim in se ducta quadratè, vt hic patet, producit Binomium √ȝ 32 + √ȝ 24. Nam in partialibus productis √ȝ 18. & √ȝ 2. faciunt √ȝ 32. & √ȝ 6. duplicata facit √ȝ 24.

√ȝȝ 18 + √ȝȝ 2
√ȝȝ 18 + √ȝȝ 2
+ √ȝ 6 + √ȝ 2
√ȝ 18 + √ȝ 6
√ȝ 32 + √ȝ 24

Sit

Sit rurſus Binomium primum 72 + √ʒ 2880. Maius nomen 72. ſecabitur in duas partes producentes 720. quartam partem quadrati 2880. maioris nominis, hac ratione.

Semiſſis maioris nominis 72. eſt 36. a cuius quadrato 1296. detracta quarta pars prædicta 720. relinquit 576. cuius radix 24. addita ad ſemiſſem nominatam 36. & detracta ab eadem, facit partes quæſitas 60. & 12. Ergo radix Binomij eſt √ʒ 60 + √ʒ 12. quod hic probatum eſt per multiplicationem radicis in ſe quadratè.

√ʒ 60 + √ʒ 12
√ʒ 60 + √ʒ 12
+ √ʒ 720 + 12
60 + √ʒ 720
72 + √ʒ 2880

Sit quoque elicienda radix ex hoc reſiduo ſexto √ʒ 60 — √ʒ 12. Maius nomen √ʒ 60. diſtribuetur in duas partes producẽtes 3. quartam partem quadrati 12. minoris nominis, hoc pacto. Semiſſis maioris nominis √ʒ 60. eſt √ʒ 15. a cuius quadrato 15. detracta nominata pars quarta 3. relinquit 12. cuius radix √ʒ 12. addita ad ſemiſſem √ʒ 15. prædictam, & ab eadem ſublata facit partes √ʒ 15 + √ʒ 12. & √ʒ 15 — √ʒ 12. Ergo radix dicti Reſidui ſexti eſt √ʒ (√ʒ 15 + √ʒ 12) — √ʒ (√ʒ 15 — √ʒ 12) quod hic probatum eſt.

	√ʒ (√ʒ 15 + √ʒ 12) — √ʒ (√ʒ 15 — √ʒ 12)
	√ʒ (√ʒ 15 + √ʒ 12) — √ʒ (√ʒ 15 — √ʒ 12)
Quadrata partium.	√ʒ 15 + √ʒ 12 & √ʒ 15 — √ʒ 12
	— √ʒ 3
	— √ʒ 3
Summa.	√ʒ 60 — √ʒ 12

Nam quadrata partium faciunt √ʒ 60. nimirum duplum √ʒ 15. Et ex vna parte √ʒ (√ʒ 15 + √ʒ 12) in alteram — √ʒ (√ʒ 15 — √ʒ 12) fit — √ʒ 3. quippe cum quadratum 12. ex quadrato 15. ſubductum relinquat 3. cui præponendum eſt ſignum √ʒ. cum ſigno —. propter Reſiduum. Duplum autem — √ʒ 3. facit — √ʒ 12.

S C H O L I V M.

EMERSIMVS tandem ex numerorum Coſſicorum, & Irrationalium multiplici difficultate, & ingens eorum tractationis pelagus, ſi minus commoda, felici tamen (niſi mea me fallit opinio) velificatione vecti ſuperauimus; & aliquando portum per tot difficultatum æſtus ac turbines, per tam multarum rerum maria prolapſi tenemus; quodq. ad diuinam opem eſt referendum, integri atque incolumes tenemus. Iuuat nunc, veluti in otio & quiete, eorum meminiſſe, quæ paulò ante ferre pigebat. Alia enim nobis vndarum ſpatia ſunt enauiganda, quorum tamen laborem, ſi quis erit, præteritorum iucunda commemoratio leuabit, vt ſpero, maximè. Iuuat, inquam, paululum in eorum numerorum, qui hactenus explicati ſunt, Algorithmi iucun-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

iucundissimo æquè, atque vberrimo fructu tantisper immorari. Quota enim eius pars, quota præteriti laboris veluti merces periret, nisi in ipsius Algorithmi fructu exigendo operæ aliquid, ac temporis poneremus? Primo igitur ænigmata quædam, cap. nimirum 29. quod proximè sequitur, & 30. erunt soluenda, siue mauis, problemata quædam numerorum, quos vocant abstractos, eorum nimirum, qui ad res materiales, qualia sunt commercia, & mercatorum negotiationes, vel ad alias rerum aliarum quæstiones non contrahuntur. Quod & Alexandrinus Diophantus (egregius in primis scriptor, & de tota Algebræ scientia, quam qui optime, meritus) & alij grauissimi scriptores iam ante præstiterunt. Hæc enim siue ænigmata, siue problemata placet appellare, ad speculatiuam Arithmeticam spectant: quæ quidem scientia quantum dignitate præstet inter reliquas, concors omnium vox non obscurè testatur. Nam & theorematum, & problematum numerorum abstractorum, quæ in ea demonstrantur, varietate tam multiplex, multitudine tam copiosa est, vt huiusmodi ænigmatum tractatio maximam addat & dignitatem, & uerò perficiat etiam quodammodo eam scientiam, quæ de numeris est. Quàm multa enim ex problemate sunt, quæ ei suppeditat quorum nulla esset cognitio penes nos, neque extrahi è tenebris unquam possent, nisi Algebræ institutio, ueluti lumen, accederet? At enim otiosa sunt, neque ullam habet huiuscemodi problemata vtilitatem. Quid quod non utilitatem solum, sed & iucunditatem spectare aliquando, sapientis esse putamus, neque ab honestate alienum. Ista enim si ratio placet, cedo quid est, cur decem Iordani libros de numeris admittamus? Quid, cur theoremata quā plurima, & problemata numerorum ab Euclide lib 7. 8 & 9. demonstrata probemus, in ijs legendis insistamus, delectemur, eadem summa cum admiratione persequamur? Quis in illis tantus usus est, quæ tanta, tam spectata utilitas, quæ non tota insit & nostris? Quantum ista uox non de harum modo splendore ac dignitate, sed de omnium scientiarum honestate, si admittatur, detractura est? Inest enim profectò hoc disciplinis ijs omnibus, quæ quoniam nunquam in usum exeunt, totaq. in ueritatis contemplatione occupantur, speculatiuæ dicuntur, ut mentem sua honestate exornent, principem animi facultatem, nempe intelligendi uim, augeant, atque perficiant, delectent ipsæ per sese, totumque, ut ita dicā, hominem mira quadam sui iucunditate perfundant. Verum enimuerò ne illud quidem dissimulandum est, quod suis locis fiet apertius, existere etiam horum problematum maximos fructus, & utilitates, non in Geometricis modo, sed in alijs quoque facultatibus, artibusq. permultis. quamquam non tantam utilitatis ducendam rationem putamus, ut si hæc desit, nulla continuò sit cuiusq. facultatis dignitas, & honestas. Hæc ideo te quam paucissimis monitū uolui, amice Lector, ut remota omni suspicionum caligine, expeditos animos afferas ad ea, quæ duobus sequentibus cap. ænigmata proponentur, excussoq. procul metu omni, ac mærore abiecto, faciliorem te, & hilariorem his euoluendis nobis præstes. Post duorum capitum ænigmata, exempla uaria cap. 31. subijciemus, in ijs tamen numeris, qui ad materiam contracti sunt, ubi etiam quæstiones nonnullas, quæ ad secundas radices spectant, accipies. Capite demum 32. multiplices de rebus Geometricis quæstiones in mediū afferemus. Facile autem ænigmatum multitudinem sustinebit is, cui, quam tandem ob causam producantur, constabit. Neque enim illud solum laboramus, ut proposita

Qui ordo seruetur in ænigmatibus per Algebram soluendis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

posita a nobis quæstiones dissoluantur, sed illud præterea curandum nobis esse duximus, ut alias quoque ijs similes ab alijs quocunque tempore dissoluendi modus intelligatur: quem certè modum ex horum ænigmatum solutione quiuis uel nullo negotio colliget. Quare neque illud omisimus, ut ita ænigmata omnia, omnes quæstiones solutas daremus, ut studiosus Lector peculiare in ijs enodandis Algebræ artificium facile dignosceret. Singulos enim operationes quasi oculis subiecimus, ne hæsitandum foret in singulis, aut superiora præcepta singulis interuallis repetenda. Quæ ratio est, quare Algebram ita obscuram, & tenebricosam plerique autument, vt ad paucos, aut etiam ad ferè neminem eius intelligendæ vim pertinere confirment. Id enim in plerisque eius scriptoribus desideratum animaduerti, quod mihi maximè curandum fuit, vt quam aptissimè omnia proferrentur: Neque, vt monuit olim Lyricus poeta, laboro breuis esse, dummodo obscurus ne sim: Et volens libensq. verbosioris notam subire me patiar, cæteris vt apertissima per me omnia fiant. Maior tamen ex ænigmatum sequentium explicatione voluptas vt deriuetur, præstabit ea, veluti sese exercendi causa, ad quæstionum normam examinare perinde ac nulla eorum explicatio hactenus fuisset allata; interdum etiam numeros & exempla alia, quam ea, quæ ibi subijciuntur, eorum loco subrogando. Atque vt plurima ænigmata adscripsimus, quæ omnino, nisi per Algebram nequeunt explicari, ita etiam non pauca de industria inseruisse voluimus, quæ etiam sine Algebra solui posse non inficiamur. Placuit tamen ea cæteris apponere, non vt alijs artibus sublata vellemus, sed vt expeditiorem, celeriorem, iucundioremq. ea indagandi Algebræ methodum agnosceremus. Etenim, quod in alijs fit, vt totidem fermè leges, totidemq. præcepta tradantur, quot sunt ænigmata cognoscenda, singulisq. ænigmatibus, non nisi singula ac suæ leges aptentur, & vna lex vni tantum ænigmati expediendo respondeat; id longe facilius, aduocata Algebra, dabit effectum. Vna enim eademq. lege, via, ac methodo vniuersa ferè semper soluta præstabit, eamq. nobis molestiam eximet, quam multiplex illa regularum varietas non afferre non potest: Vt vel hac vna laude, si cæteræ (quæ nec paucæ sunt, nec leues) desint, alijs omnibus Arithmeticæ regulis Algebra antecellat. Vix enim quæstione oblata, ipsa etiam ratio eam explicandi in Algebra sese dat in conspectum; & penè ipsa quæstio viam indicat, qua ipsam, veluti diu insecuti, tandem assequamur. Quod quidem, si regulam falsi demas, nullius omnino est aliarum. Habet hoc igitur Algebra præ cæteris singulare, quod multas ipsa sola quæstiones suis legibus soluat, de quibus aliæ vel non laborant, vel si laborent, nihil efficiunt: Et quod eas, quæ ab alijs quoque aliquando longis ambagibus, & veluti in tenebris deprehenduntur, ipsa quasi per compendia, & luce clara perficiat. Cæterum illud te non celabo, studiose Lector, permulta a nobis afferri ænigmata, quibus si alij, atque alij subinde numeri supponantur, eorum haberi solutio non possit. Non tamen in longum abibis, quin sentias, solui quæ possint, quæq. non possint. Id te ipsa eadem docebit operatio, quam ad aperiendam quæstionem adhibere oportebit. Vbi enim æquatio inter duos inæquales omnino inter se numeros incidet, eius quæstionis solutio nulla esse poterit. Quam nos esse rationem diximus, quare Algebræ regula tantopere vniuersis alijs Arithmeticæ præceptionibus præstet. Frequentissimum quippe est, vt huiusmodi aliqua quæstio, quæ inextricabiles omnino nodos habeat, Algebræ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

imperito obijciatur, quam ille per summum laborem, summamq. & animi, & corporis contentionem soluere nequicquam connitetur: & repetito iterum, iterumq. studio, tempus æquè atque operam omnem suam pessum ire impruděs patietur. A quo certè procul abest Algebræ studiosus, cui ipsa operatio, quæ possint, quæ vero non possint solui, quæstiones indicabit. Quantum igitur hoc est, quo Algebræ studiosus gloriari iure potest, vt ob firmato animo, constantiq. sententia, proposita quæstio solui queat, nec ne, nihil hæsitans, nec dubia voce pronunciet?

AENIGMATA VARIA NVMERORVM abstractorum per Algebram enucleanda, in quibus æquatio inter duos tantum numeros occurrit: quæ quidem simplex æquatio dicitur. Cap. XXIX.

IN hoc cap. afferemus ænigmata, in quibus occurrunt simplices æquationes: In sequenti vero ænigmata proponemus, in quibus compositæ æquationes reperiuntur. Quid porrò sit æquatio simplex, quid composita, ad finem cap. 13. declarauimus. Hinc igitur exordiamur.

1. 1 *Datum numerum quemcumque diuidere in duas partes se mutuò superantes in dato excessu quocunque.*

Sit numerus 100. diuidendus in duas partes, quarum excessus, vel differentia sit 40. Ponatur minor pars 1 2e. ac proinde maior 100 — 1 2e. Detracta 1 2e ex 100 — 1 2e. remanent 100 — 2 2e. vt hic vides. Eritq. inuenta æquatio inter 100 — 2 2e. & 40. quippe cum dempta minore parte ex maiore, relinqui debeant 40. Additis vtrinque 2 2e. erit æquatio inter 100. & 40 + 2 2e. Et vtrinque ablatis 40. æquatio erit inter 60. & 2 2e. Si ergo ex præscripto regulæ Algebræ diuidantur 60. per 2. inuenietur 1 2e. esse 30. atque hæc est minor pars. Ergo maior erit 70. nimirum 100 — 30. quæ maior pars etiam habebitur, si ad minorem 30. adijciatur differentia proposita 40. Vides ergo maiorem partem 70. superare minorem 30. numero 40. vt propositum est.

100 — 1 2e
    + 1 2e
———————
100 — 2 2e

Quòd si statuamus, maiorem partem esse 1 2e. & minorem 100 — 1 2e. subtrahemus 100 — 1 2e. ex 0 + 1 2e, vt hic vides. rema-

nebuntq.

nebuntq. — 100 + 2 ℞. hoc eſt, 2 ℞ — 100. Nam ſubtracta + 0. ex + 100. remanent — 100. quod præpoſterè poſiti ſint numeri, ideoque ex + fiat —. &c. Hic ergo numerus reliquus 2 ℞ — 100. æqualis eſſe debet dato exceſſui 40. Additis igitur 100. vtrinque, erit æquatio inter 2 ℞. & 140. Et diuiſis 140. (vt præcipit regula Algebræ) per 2. fiet 1 ℞. 70. quæ maior pars erit, ac propterea minor 30. nimirum 100 — 70.

	0	+	1 ℞
	100	—	1 ℞
—	100	+	2 ℞

SOLVETVR idem hoc ænigma hac alia ratione. Ponatur minor pars 1 ℞. ideoq. maior 1 ℞ + 40. ſuperans nimirum minorem numero 40. Ambæ partes ſimul efficiunt 2 ℞ + 40. qui numerus æqualis debet eſſe dato numero 100. Demptis vtrinque 40. erit æquatio inter 2 ℞. & 60. Diuiſis ergo 60. per 2. erit 1 ℞. 30. minor ſcilicet pars, ideoq. maior 70. vt prius.

Quod ſi maior pars ponatur 1 ℞. ideoq. minor 1 ℞ — 40. vt illa hanc excedat numero 40. Ambæ partes ſimul efficient 2 ℞ — 40. quæ ſumma æqualis eſt dato numero 100. Additis 40. vtrinque, erit æqualitas inter 2 ℞. & 140. Diuiſiſq. 140. per 2. fiet 1 ℞. 70. pro maiore parte, ideoq. minor erit 30. vt ſupra.

S C H O L I V M.

Diuiſio numeri Coſſici in duas partes dati exceſſus.

VSV interdum uenit, ut numerus aliquis Coſſicus, nimirum 1 ℞. uel 10 ℞. uel 1 ȝ. uel 6 ȝ. &c. in duas partes diuidendus ſit, quæ ſe dato numero excedant: ut ænigmate 61. manifeſtum erit. Quæ res ſine Algebra (nam per Algebram uix fieri poteſt) hunc in modum perficietur. Ex dato numero Coſſico detrahatur datus numerus per ſignum —. Semiſſis namq. huius numeri diminuti erit minor pars, cui ſi per regulam additionis cap. 4. traditam addatur idem numerus datus, habebitur maior pars.

Sit enim 1 ℞ diuidenda in duas partes, quarum maior minorem ſuperet 20. unitatibus. Deme 20. ex 1 ℞. & ad $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. ſemiſſem reſidui 1 ℞ — 20. adde 20. faciesq. $\frac{1}{2}$ ℞ + 10. ut in formula appoſita uides. Partes ſunt $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. & $\frac{1}{2}$ ℞ + 10. quarum hæc illam ſuperat numero 20. & ambæ conficiunt 1 ℞.

$\frac{1}{2}$ ℞	—	10
	+	20
$\frac{1}{2}$ ℞	+	10

Sit rurſum numerus 10 ℞. diuidendus in duas partes, quarum differentia 20. Deme 20. ex 10 ℞. Nam reſidui 10 ℞ — 20. ſemiſſis 5 ℞ — 10. erit minor pars: ad quam ſi addes 20. facies 5 + 10. maiorem partem, quarum hæc illam ſuperat 20. unitatibus, & ambæ efficiunt 10 ℞.

Sit quoque 1 ȝ. diuidendus in duas partes, quarum differentia 150. Deme 150. & reſidui 1 ȝ — 150. ſemiſſis $\frac{1}{2}$ ȝ — 75. erit minor pars, ad quam ſi adijcies 150. facies maiorem partem $\frac{1}{2}$ + 75. quæ ſimul faciunt 1 ȝ. & maior minorem ſuperat numero 150.

Sit denique numerus 6 ȝ. diuidendus in duas partes, quarum maior minorem ſuperat 8. unitatibus. Deme 8. ex 6 ȝ. Nam reſidui 6 ȝ — 8. ſemiſ-

sis 3 ȝ — 4. erit prima pars: ad quam si addes 8. fiet maior pars 3 ȝ + 4. Atque ita de cæteris.

Diuisio numeri absoluti in duas partes dati excessus, sine Algebra.

IMMO hac eadem arte diuidemus propositum numerum absolutum in duas partes dati excessus, sine Algebra: Nam si excessum datum ex proposito numero detrahemus, erit reliqui numeri semissis minor pars, ad quam si eundem excessu adijciemus, conficiemus partem maiorem. Vt si numerus 100. distribuendus sit in duos, quorum differentia 40. Deme 40. ex 100. Reliqui enim numeri 60. semissis 30. erit minor pars: ad quam si addes 40. conflabis maiorem partem 70.

QVOD si Cossicus numerus diuidendus ita sit per Algebram, non inuenientur quidem partes numeri Cossici, sed pretium radicis reperietur, uel zensi, cuius partes respondebunt partibus per Algebram positis, quæstioniq. satisfacient. Vt si numerus 2 ȝ. secandus sit in duas partes, quarum maior superet minorem numero 40. Ponatur minor pars $\frac{1}{2}$ ȝ. (minor scilicet numerus, quam semissis dati numeri 2 ȝ) eritq. maior pars $\frac{1}{2}$ ȝ + 40. superans illam numero 40. quæ simul efficiunt 1 ȝ + 40. qui numerus æqualis debet esse dato numero 2 ȝ. Dempto 1 ȝ. utrinque, erit æquatio inter 40. & 1 ȝ. Diuisisq. 40. per 1. fiet 1 ȝ. 40. & 2 ȝ. propositi 80. qui numerus diuidendus proponitur. Quoniam igitur minor pars posita est $\frac{1}{2}$ ȝ. erit minor pars 20. semissis uidelicet unius zensi, cuius pretium inuenimus 40. ideoq. maior pars erit 60. nimirum $\frac{1}{2}$ ȝ + 40. Vbi uides, 20. & 60. efficere 80. & maiorem partem superare minorem dato numero 40. Sic etiam si 2 ℞. distribuendæ sint in duas partes, quarum differentia 40. inuenietur eodem modo 1 ℞. 40. ideoq. 2 ℞ 80. Eritq. $\frac{1}{2}$ ℞. 20. & $\frac{1}{2}$ ℞ + 40. erit 60. &c.

II.

2 *Duos numeros inuenire, quorum excessus sit datus quiuis numerus, & eorum summa conficiat quemlibet datum numerum.*

Sit datus excessus 40. & summa 100. Hoc ænigma a superiori non differt. Nam summa 100. distribuenda est in duas partes, quarum excessus sit 40.

III.

3 *Datum numerum quemlibet in duas partes diuidere, quæ inter se multiplicatæ gignant numerum, qui ad quadratum minoris partis habeat datam proportionem quamcunque.*

Sit datus numerus 100. diuidendus in duas partes, vt numerus ex vna in alteram genitus ad quadratum minoris partis proportionem habeat decuplam. Ponatur minor pars 1 ℞. ideoq. maior 100 — 1 ℞. Ex vna in alteram procreatur numerus 100 ℞ — 1 ȝ. qui decuplus esse debet ad quadratum partis minoris, nimirum ad 1 ȝ. hoc est, æqualis 10 ȝ. Est ergo æqualitas inter 100 ℞ — 1 ȝ. & 10 ȝ.

Et

Et addito 1 ʒ. vtrinque, inter 100 𝔵. & 11. ʒ. Diuisis ergo 100. per 11. iuxta tenorem regulæ, prodibit 1 𝔵. 9 $\frac{1}{11}$. pro minore parte: (quia numeri Cossici sunt collaterales.) qua ablata ex 100. reliqua erit maior pars 90 $\frac{10}{11}$.

100 — 1 𝔵
+ 1 𝔵
100 𝔵 — 1 ʒ

Hæ partes, nimirum $\frac{100}{11}$. & $\frac{1000}{11}$. inter se multiplicatæ faciunt $\frac{100000}{121}$. hoc est, 826 $\frac{54}{121}$. qui numerus decuplus est ad quadratum minoris partis, videlicet ad $\frac{10000}{121}$. hoc est, ad 82 $\frac{78}{121}$. vt perspicuum est.

SCHOLIVM.

SCIENDVM autem est, duas partes numeri dati inuentas, eandem habere proportionem, quam productus numerus ex earum multiplicatione habet ad quadratũ minoris partis. Ita vides partes inuentas 9 $\frac{1}{11}$ & 90 $\frac{10}{11}$. uel $\frac{100}{11}$. & $\frac{1000}{11}$. habere proportionem decuplam, quemadmodum productus numerus 826 $\frac{54}{121}$. ad 82 $\frac{78}{121}$. quadratũ minoris partis, siue $\frac{100000}{121}$ ad $\frac{10000}{121}$. Cuius rei ratio est, quod eadem pars minor multiplicet & seipsam, ut suum quadratum efficiat, & maiorem partem, ut productum numerũ gignat. [a] Hinc enim fit, ut producti eandem proportionem habeant, quam numeri multiplicati. a 17. septimi

Itaque ænigma hoc ita proponi posset.

Datum numerum in duos partiri in data proportione, qui inter se multiplicati gignant numerum, qui ad quadratum minoris numeri proportionem habeat eandem datam.

Sit enim datus numerus 100. diuidendus in duos habentes quadruplam proportionem, ita ut numerus ex eorum multiplicatione procreatus habeat quoque ad quadratum minoris proportionẽ quadruplam. Ponatur minor numerus 1 𝔵. & maior 4 𝔵. ut nimirum habeant proportionem quadruplam. Et quia duo hi numeri faciunt 5 𝔵. erit æquatio inter 5 𝔵. & 100. Diuisis ergo 100. per 5. fiet 1 𝔵. 20. minor scilicet numerus. Maior ergo erit 80. cum positus sit 4 𝔵. Vides ergo numerum 1600. productum ex 20. in 80. quadruplum esse quadrati 400. ex minore 20. descripti. Item maiorem 80. ad minorem 20. quadruplam quoque habere proportionem.

4 *Duos numeros inuenire, qui inter se multiplicati producant numerum, qui ad quadratum minoris numeri proportionem habeat datam: simul vero additi conficiant summam propositam quamcunque.* IIII.

Sit summa proposita 100. & numerus ex uno numero inuento in alterum procrea-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

procreatus sit decuplus ad quadratum minoris numeri. Hoc etiam ænigma a superiori non differt. Nam summa 100. diuidenda est in duas partes, quæ inter se multiplicatæ producant numerum in proportione decupla ad quadratum numeri minoris.

V. 5 ***Duos numeros inuenire in data proportione, quorum maior si subtrahatur a dato numero, & minor a minore alio dato numero, reliqui duo fiant duo numeri æquales: quando id fieri potest.***

Sint inueniendi duo numeri in proportione tripla, quorum maiore detracto ex 30. & minore ex 16. reliqui fiant duo numeri æquales. Debent autem duo propositi numeri habere proportionem minorem proportione data. Vt in nostro exemplo minor est proportio 30. ad 15. quam tripla.

Ponatur minor 1 ℞. ideoq. maior 3 ℞. triplo maior. Si 3 ℞ dematur ex 30. remanent 30 — 3 ℞. Et si 1 ℞ dematur ex 16. remanent 16 — 1 ℞. Est ergo inuenta æquatio inter 30 — 3 ℞. & 16 — 1 ℞. Addantur vtrinque 3 ℞. eritq. æquatio inter 30. & 16 + 2 ℞. propterea quod + 3 ℞. additæ ad — 1 ℞. faciant + 2 ℞. Et ablatis 16. vtrinque, erit æqualitas inter 14. & 2 ℞. Diuisisq. 14. per 2. prodibit 1 ℞. 7. pro minore numero. Maior ergo erit 21. triplo maior. Perspicuum autem est, si 21. ex 30. & 7. ex 16. detrahantur, vtrobique relinqui 9.

+ 3 ℞
— 1 ℞
———
+ 2 ℞

VI. 6 ***Duos numeros in proportione data inuenire, ita vt maiore addito ad datum numerum, & minore ad alium datum minorem, vel ad eundem, efficiantur duo numeri in proportione quacunque data, quando id fieri potest.***

Sint inueniendi duo numeri in proportione quintupla, quorum maiore addito ad 6. & minore ad 4. efficiantur duo numeri in proportione tripla. Ponatur minor numerus 1 ℞. & maior 5 ℞. quintuplo maior. Ex 5 ℞. & 6. fiunt 5 ℞ + 6. Et ex 1 ℞. & 4. fiunt 1 ℞ + 4. Eruntq. 5 ℞ + 6. in tripla proportione ad 1 ℞ + 4. hoc est, si triplicentur 1 ℞ + 4. æquatio fiet inter 5 ℞ + 6. & 3 ℞ + 12. Et ablatis 3 ℞. vtrinque, inter 2 ℞ + 6. & 12. Et rursum ablatis vtrinque 6. inter 2 ℞. & 6. Diuisis ergo 6. per 2. proueniet 1 ℞. 3. pro minore numero, & 15. pro maiore, quintuplus illius. Iam si addantur 15. ad 6. & 3. ad 4. fiunt 21. & 7. in tripla proportione.

Si compositus numerus 5 ℞ + 6. ad 1 ℞ + 4. debeat habere proportionem quadruplam, erit æqualitas inter 5 ℞ + 6. & 4 ℞ + 16.

Et

Et ablatis 4 2e. vtrinque, inter 1 2e + 6. & 16. Et rursum ablatis 6. vtrinque, inter 1 2e. & 10. Diuisisq. 10. per 1. fiet 1 2e. 10. minor scilicet numerus, ideoq. maior 50. illius videlicet quintuplus. Quod si 50. addantur ad 6. & 10. ad 4. fient numeri 56. & 14. in proportione quadrupla.

Et si compositus numerus 5 2e + 6. ad 1 2e + 4. habere debeat proportionem duplam, erit æquatio inter 5 2e + 6. & 2 2e + 8. Et ablatis 2 2e. vtrinque, inter 3 2e + 6. & 8. Et ablatis 6. vtrinque, inter 3 2e & 2. Diuisis autem 2. per 3. fiet 1 2e, $\frac{2}{3}$. minor scilicet numerus, & maior $\frac{10}{3}$. illius quintuplus. Et si $\frac{10}{3}$. addantur ad 6. id est, ad $\frac{18}{3}$. & $\frac{2}{3}$. ad 4. id est, ad $\frac{12}{3}$. fient duo numeri $\frac{28}{3}$. & $\frac{14}{3}$. habentes proportionem duplam.

SED tam maior 5 2e. quam minor 1 2e. additus ad 6. efficere debeant duos numeros in proportione tripla. Inuenietur æquatio inter 5 2e + 6. & 3 2e + 18. & ablatis 3 2e. vtrinque, inter 2 2e + 6. & 18. Et rursum ablatis 6. vtrobique, inter 2 2e. & 12. Diuisis ergo 12. per 2. fiet 1 2e. 6. minor numerus: maior autem erit 30. Si igitur vterque addatur ad 6. fient numeri 12. & 36. habentes proportionem triplam.

QVOD si quis velit, compositum numerum 5 2e + 6. ad 1 2e + 4. habere proportionem etiam quintuplam, vel maiorem, aut sesquialteram, euadet ænigma inexplicabile, seu impossibile: quia incidemus in æquationem impossibilem. Vt si proportio inter 5 2e + 6. & 1 2e + 4. debeat esse quintupla, vel sextupla, erit æquatio inter 5 2e + 6. & 5 2e + 20. Vel inter 5 2e + 6. & 6 2e + 24. quarum vtraque impossibilis est.

At si proportio inter 5 2e + 6. & 1 2e + 4. debeat esse sesquialtera, erit æquatio inter 5 2e + 6. & 1 $\frac{1}{2}$ 2e + 6. quæ etiam impossibilis est. Vbi clare perspicis, ex ipsa regula Algebræ cognosci posse, num ænigma propositum solui possit, nec ne. id quod cap. 14. pluribus verbis docuimus.

7 *Numerum inuenire, qui additus ad quosuis duos numeros datos, faciat duos numeros in quacunque proportione, quæ minor sit proportione duorum numerorum propositorum.* VII.

Sit inueniendus numerus, qui additus ad 100. & 20. faciat duos numeros in proportione tripla. Ponatur numerus quæsitus 1 2e. Fient ergo numeri 1 2e + 100. & 1 2e + 20. qui debent habere proportionem triplam. Igitur æquatio erit inter 1 2e + 100. & 3 2e + 60. Ablata 1 2e vtrinque, remanebit æquatio inter 100. & 2 2e + 60. Et rursum demptis 60. vtrinque, inter 40. & 2 2e. Diuisis autem 40. per 2. fiet 1 2e. 20. numerus quæsitus. Numeri ergo cõpositi erunt 120. & 40. in proportione tripla.

DEBET autem proportio nominata minor esse proportione inter

ter datos duos numeros, vt in nostro exemplo, minor, quam quintupla. Alias occurret nobis æquatio impossibilis. Ratio huiusce rei est, quod addito vno eodemq. numero ad duos inæquales, compositi minorem habeant proportionem, quam duo illi inæquales.

Sint namque duo numeri inæquales AB, maior, & CD, minor; quibus addatur idem numerus, vel duo æquales BE, DF. Dico minorem esse proportionem AE, ad CF, quam AB, ad CD.

A . . . . B . . . . E
C . . . . . . D . . . . F

Quoniam enim (vt ad defin. 20. lib. 7. Eucl. declarauimus) maior est proportio maioris numeri AE, ad BE, quam minoris CF, ad eundem BE, vel ad DF: [a] erit per conuersionem rationis, minor proportio AE, ad AB, quam CF, ad CD: Et permutando, minor AE, ad CF, quam AB, ad CD. quod est propositum.

a schol. 22. septimi.

Ijsdem positis sit, data proportio super bipartiens quintas. Numeri compositi sunt 1 ℞ + 100. & 1 ℞ + 20. qui debent habere proportionem super bipartientem quintas. Si ergo 1 ℞ + 20. multiplicetur per $1\frac{2}{5}$. denominatorem proportionis super bipartientis quintas, id est, per $\frac{7}{5}$. fiet numerus $\frac{7 ℞ + 140}{5}$. qui æqualis erit numero 1 ℞ + 100. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem, vt hic vides, reducitur ad æquationem inter 7 ℞ + 140. & 5 ℞ + 500. Et ablatis 140. vtrinque, erit æquatio inter 7 ℞. & 5 ℞ + 360. Et rursus ablatis 5 ℞ vtrinque inter 2 ℞. & 360. Diuisis ergo 360. per 2. fiet 1 ℞. 180. numerus quæsitus. Hic enim cum 100. & 20. faciet numeros 280. & 200. qui habent proportionem superbipartientem quintas. Apposui hoc alterum exemplum, vt videas, quo pacto æquationes inter minutias sint reducendæ. quod ad finem cap. 10. docui.

7 ℞ + 140	5 ℞ + 500
7 ℞ + 140	1 ℞ + 100
5	1

VIII. 8 *Numerum inuenire, qui ablatus ex quibuslibet duobus numeris datis relinquat duos numeros in quacunque proportione, quæ maior sit proportione duorum numerorum propositorum.*

Sit inueniendus numerus, qui ablatus ex 100. & 50. relinquat duos numeros in proportione septupla. Ponatur quæsitus numerus 1 ℞. Erunt ergo duo numeri reliqui 100 — 1 ℞. & 50 — 1 ℞. eritq. proportio illius ad hunc septupla. Quare æquatio erit inter 100 — 1 ℞. & 350 — 7 ℞. Additaq. 1 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 100. & 350 — 6 ℞. propterea quod + 1 ℞. & — 7 ℞. faciunt — 6 ℞. vt hic cernis. Et rursum additis vtrinque 6 ℞. erit æqualitas inter 100 + 6 ℞. & 350. Et ablatis vtrinque

+ 1 ℞
— 7 ℞
— 6 ℞

100. in-

100. inter 6 ℞. & 250. Diuisis ergo 250. per 6. erit 1 ℞. 41 $\frac{2}{3}$. numerus quæsitus. Reliqui ergo numeri erunt 58 $\frac{1}{3}$. & 8 $\frac{1}{3}$. qui proportionem habent septuplam.

DEBET autem proportio data esse maior proportione, quam dati duo numeri habent, vt in proposito exemplo maior, quam dupla. Alias incidemus in æquationem impossibilem. Cuius rei ratio est, quod ablato vno eodemq. numero ex duobus inæqualibus, reliqui numeri habeant proportionem maiorem, quam duo illi inæquales.

Sint enim inæquales duo numeri AB, maior, & CD, minor, quibus auferatur idem numerus, vel duo æquales EB, FD. Dico maiorem esse proportionem AE, ad CF, quam AB, ad CD. Quoniam enim (vt ex defin. 20. lib. 7. Eucl. deduximus) maior est proportio maioris numeri AB, ad EB, quam minoris CD, ad eundem EB, vel ad FD;[a] erit quoque permutando maior proportio AB, ad CD, quam EB, ad FD: nimirum totius ad totum, quam ablati ad ablatum: erit quoque maior proportio reliqui AE, ad reliquum CF, quam totius AB, ad totum CD. quod est propositum.

A . . . . E . . . . B
C . . . . . . F . . . . D

a schol. 22. septimi.

9 *Propositum numerum in duos numeros habentes datam proportionem distribuere.* IX.

Sit numerus 100. diuidendus in duos in proportione decupla. Ponatur minor pars 1 ℞. Eritq. maior 10 ℞., decuplo videlicet maior. Ergo summa harum partium 11 ℞. æqualis erit 100. Diuisis igitur 100. per 11. fit 1 ℞. 9 $\frac{1}{11}$. minor numerus, quo ablato ex 100. remanet maior numerus 90 $\frac{10}{11}$. qui illius decuplus est.

Aliter. Posita 1 ℞. pro minore parte, erit maior pars 100 — 1 ℞. quæ illius decupla esse debet. Igitur 10 ℞. æquales erunt 100 — 1 ℞. Additaq. 1 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 11 ℞. & 100. vt supra. Quòd si statuas maiorem partem esse 1 ℞. erit minor 100 — 1 ℞. qua decuplata, erit æqualitas inter 1 ℞. & 1000 — 10 ℞. Additisq. 10 ℞ vtrinque, æquatio erit inter 11 ℞. & 1000. Diuisis ergo 1000. per 11. fiet 1 ℞. 90 $\frac{10}{11}$. pro maiore parte, qua ablata ex 100. erit minor pars 9 $\frac{1}{11}$. vt prius.

10 *Propositum numerum in duas partes secare, vt maior ad minorem habeat datam proportionem, & insuper contineat datum quemcunque numerum.* X.

Sit numerus 100. secandus in duas partes, quarum maior minoris sit tripla, & insuper contineat 20. vnitates. Ponatur 1 ℞. pro minore parte. Maior ergo erit 3 ℞ + 20. Summaq. 4 ℞ + 20. æqualis esse debet 100. Ablatis 20. vtrinque, erit æqualitas inter

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

4 2e. & 80. Diuisisq. 80. per 4. fiet 1 2e. 20. pro minore parte. qua dempta ex 100. reliqua erit maior pars, 80. quæ triplum numeri 20. continet, nimirum 60. & insuper 20.

Aliter. Posita 1 2e. pro minore parte, erit maior 100 — 1 2e. a qua si detrahantur 20. debet reliquus numerus 80 — 1 2e. triplus esse minoris 1 2e. hoc est, æquatio esse debet inter 3 2e. & 80 — 1 2e. Additaq. 1 2e. vtrinque, æqualitas erit inter 4 2e. & 80. Igitur vt supra, erit 1 2e. 20. minor pars, & maior 80.

XI. 11 *Duos numeros inuenire, quorum excessus datus sit, & proportio data.*

Sit datus excessus 20. & data proportio quintupla. Ponatur minor numerus 1 2e. Erit maior 5 2e. nimirum illius quintuplus. Excessus eorum est 4 2e. Est ergo æquatio inter 4 2e. & 20. Diuisisq. 20. per 4. fiet 1 2e. 5. pro minore numero. Maior autem erit 25. qui ipsius 5. quintuplus est, eundemq. excedit numero 20.

SINT rursus inueniendi duo numeri in proportione supertripartiente septimas, quorum excessus sit 21. Ponantur duo numeri 7 2e. 10 2e in proportione supertripartiente septimas. Horum differentia 3 2e æqualis esse debet numero 21. Diuisis ergo 21. per 3. fiet 1 2e 7. Igitur 7 2e. erunt 49. & 10 2e facient 70. Est autem differentia inter 70. & 49. datus numerus 21. habentq. proportionem supertripartientem septimas.

XII. 12 *Datum numerum in duos numeros partiri, ita vt pars aliquota vnius data cum parte alia aliquota alterius data faciat datum quemuis numerum, qui positus sit inter paetes nominatas dati numeri diuidendi.*

Sit numerus 100. diuidendus in duos, ita vt $\frac{1}{3}$. prioris cum $\frac{1}{5}$. posterioris efficiat 30. qui numerus positus est inter $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. dati numeri 100. nimirum inter 33 $\frac{1}{3}$. & 20. hoc est, minor est, quam 33 $\frac{1}{3}$. & maior, quam 20. Ponatur primus numerus 1 2e. ideoq. secundus 100 — 1 2e. Tertia pars primi est $\frac{1}{3}$ 2e. & quinta secundi 20 — $\frac{1}{5}$ 2e: quæ partes simul conficiunt 20 — $\frac{2}{15}$ 2e. quia vt addatur $\frac{1}{3}$ 2e ad — $\frac{1}{5}$ 2e. fit subtractio, propter diuersa signa. Eritq. æquatio inter 20 + $\frac{2}{15}$ 2e. & 30. Ablatisq. 20. vtrinque, inter $\frac{2}{15}$ 2e. & 10. Diuisis autem 10. per $\frac{2}{15}$. prouenit 1 2e. 75. pro primo numero: atque idcirco secundus erit 25. nimirum 100 — 1 2e. Constat autem, tertiam partem prioris, nimirum 25. cum quinta parte posterioris, hoc est, cum 5. efficere 30.

Aliter, vt vitentur fractiones. Ponatnr tertia pars primi, 1 2e. ideoq. totus primus 3 2e. Igitur $\frac{1}{5}$ secundi erit 30 — 1 2e. vt cũ $\frac{1}{3}$. primi,

primi, id est, cum 1 ℞. conficere possit 30. ideoq. totus secundus erit 150—5 ℞. qui cum primo, hoc est, cum 3 ℞. facere debet 100. Fit autem ex ipsis 150—2 ℞. Igitur æquatio erit inter 150—2 ℞. & 100. Additisq. vtrinque 2 ℞. inter 150. & 100+2 ℞. Ablatisq. 100. vtrinque inter 50. & 2 ℞. Diuisis ergo 50. per 2. fiet 1 ℞. 25. Et quia primus positus fuit 3 ℞. erit primus 75. atque idcirco secundus 25. quemadmodum prius.

QVOD si quis posceret numerum 33 $\frac{1}{3}$. vel maiorem, aut 20. vel minorem, quem partes nominatæ efficere debeant, occurreret æquatio impossibilis, vt experiri poteris.

13 *Datum numerum in duos partiri, ita vt prioris pars aliquota data excedat aliam partem aliquotam posterioris datam numero quouis, qui minor sit parte aliquota totius numero propositi, eiusdem nominis cum parte aliquota prioris numeri.* XIII.

Sit diuidendus numerus 100. in duos, ita vt prioris pars quinta excedat quartam partem posterioris, numero 11. qui minor est, quinta parte diuidendi numeri 100. Ponatur prior numerus 1 ℞. ideoq. posterior 100—1 ℞. Pars quinta prioris $\frac{1}{5}$ ℞. excedere debet quartam partem posterioris, nimirum 25—$\frac{1}{4}$ ℞. numero 11. hoc est, æquatio esse debet inter $\frac{1}{5}$ ℞. & 25—$\frac{1}{4}$ ℞+11. Addita $\frac{1}{4}$ ℞ vtrinque, erit æqualitas inter $\frac{9}{20}$ ℞. & 25+11. siue 36. Diuisis ergo 36. per $\frac{9}{20}$. inuenietur 1 ℞. 80. pro priore numero. Ergo posterior erit 20. Et $\frac{1}{5}$. prioris, nimirum 16. superat quartam partem posterioris, videlicet 5. numero 11.

Aliter sine fractionibus. Ponatur $\frac{1}{5}$. prioris numeri 1 ℞, ideoq. totus prior 5 ℞. Posterioris ergo $\frac{1}{4}$. erit 1 ℞—11. vt 1 ℞ superet 1 ℞—11. numero 11. totusq. posterior numerus erit 4 ℞—44. Erit igitur æqualitas inter 9 ℞—44. & 100. quod ambo numeri 5 ℞. & 4 ℞—44. efficere debeant 100. Additis ergo 44. vtrinque, fiet æquatio inter 9 ℞. & 144. Diuisisq. 144. per 9. reperietur 1 ℞. 16. Et quia prior numerus positus fuit 5 ℞. erit numerus prior 80. ac proinde posterior 20. Et quinta pars prioris, nimirum 16. superat 5. quartam partem posterioris numero 11.

QVOD si excessus quintæ partis prioris numeri supra quartam posterioris proponeretur 20. nimirum $\frac{1}{5}$. numeri 100. diuidendi, vel maior, quam 20. res non succederet. quia incideremus in absurdum aliquod. Nam si excessus debeat esse 20. reperies numerum priorem esse 100. ideoq. posteriorem 0. quod absurdũ est, &c.

14 *Numerum inuenire, a quo si auferantur duo dati numeri; residuum minoris ad maioris residuum datam habeat proportionem.* XIIII.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Sint a quæsito numero auferendi numeri 100. & 30. ita vt residuũ minoris ad residuum maioris proportionem habeat triplam. Ponatur numerus quæsitus 1 2e. Eruntq. residui 1 2e—100. & 1 2e—30. Debet ergo proportio esse tripla 1 2e—30. ad 1 2e — 100. hoc est, æquatio debet esse inter 1 2e—30. & 3 2e—300. Additis 30. vtrinque, erit æquatio inter 1 2e. & 3 2e — 270. Et rursum additis 270. vtrinque, inter 1 2e+270. & 3 2e. & ablata 1 2e. vtrinque, inter 270. & 2 2e. Diuisis ergo 270. per 2. emerget 1 2e. 135. numerus quæsitus. Nam si subtrahantur 100. & 30. reliqui fiunt 35. & 105. Ac 105. ad 35. triplam proportionem habent.

XV. 15 *Datis duobus numeris, alium inuenire, quo addito ad minorem, & detracto a maiore; summa ad residuũ, vel residuum ad summam habeat proportionem datam minorem ea, quam numeri dati habent. Item quo addito ad maiorem, & detracto ex minore; summa ad residuum proportionem habeat datam maiorẽ ea, quæ inter datos numeros inuenitur.*

Sint dati duo numeri 20. & 100. inueniendusq. sit primo numerus, quo addito ad 20. & subtracto a 100. summa ad residuum habeat proportionem quadruplam, quæ minor est, quam quintupla, quam habent 100. ad 20. Ponatur ille numerus 1 2e. eritq. summa 1 2e+20. & residuum 100—1 2e. Vt igitur summa illa huius residui sit quadrupla; erit æquatio inter 1 2e+20. & 400—4 2e. Et additis 4 2e. vtrinque, inter 5 2e+20. & 400. Et ablatis 20. vtrinque, inter 5 2e. & 380. Diuisis igitur 380. per 5. fiet 1 2e. 76. numerus quæsitus. qui additus ad 20. facit 96. & detractus ex 100. relinquit 24. Perspicuum autem est, quadruplam proportionem esse 96. ad 24.

Sit deinde inueniendus numerus, quo addito ad 20. & subtracto a 100. residuum ad summam habeat proportionem quadruplam. Ponatur numerus ille 1 2e. eritq. vt prius, summa 1 2e + 20. & residuum 100 — 1 2e. Vt igitur residuum istud illius summæ sit quadruplũ; erit æquatio inter 4 2e + 80. & 100 — 1 2e. & addita 1 2e vtrinque. inter 5 2e+80. & 100. Et ablatis 80. vtrinque, inter 5 2e. & 20. Diuisis ergo 20. per 5. fiet 1 2e. 4. numerus quæsitus. Hic enim additus ad 20. facit 24. Et ablatus ex 100. relinquit 96. qui numerus numeri 24. quadruplus est.

Sit denique inueniendus numerus, quo addito ad 100. & dempto ex 20. summa illa ad hoc residuum proportionem habeat septuplã, quæ maior est, quam quintupla inter 100. & 20. Ponatur ille numerus 1 2e. Fietq. summa 1 2e + 100. & residuum 20 — 1 2e. Vt igitur summa illa sit septupla huius residui; erit æqualitas inter 1 2e+100. & 140—7 2e. Et additis 7 2e. vtrinque, inter 8 2e+100. & 140. Et ablatis 100. vtrinque, inter 8 2e. & 40. Diuisis igitur 40.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

per 8. fiet 1 2e.5. numerus quæſitus. Hic enim additus ad 100. facit 105. detractus autem ex 20. relinquit 15. Habentq. 105. ad 15. proportionem ſeptuplam.

Si proportio data in vltimo exemplo eſſet quadrupla, minor videlicet proportione inter 100. & 20. incideremus in æquationem impoſſibilem. quod experiri licebit.

16 *Datis duobus numeris, alium inuenire, ad quem ſi adijciatur alter datorum, & ab eodem alter detrahatur; ſumma ad reſiduum proportionem habeat datam.* XVI.

Dati numeri ſint 100. & 20. inueniendusq. primo ſit numerus, ad quem ſi addantur 100. & ab eodem tollantur 20. ſumma illa ſit reſidui huius tripla. Ponatur numerus ille 1 2e. Fietq. ſumma 1 2e + 100. & reſiduum 1 2e — 20. Vt igitur ſumma illa ſit huius reſidui tripla; erit æquatio inter 1 2e + 100. & 3 2e — 60. Et additis vtrinque 60. inter 1 2e + 160. & 3 2e. Et ablata 1 2e vtrinque, inter 160. & 2 2e. Diuiſis ergo 160. per 3. reperietur 1 2e. 80. numerus quæſitus. Nam ſi ei addes 100. facies 180. & ſi demas 20. remanent 60. Eſtq. tripla proportio 180. ad 60.

Sit deinde inueniendus numerus, ad quem ſi addantur 20. & ab eodem deducantur 100. ſumma illa reſidui huius ſit tripla. Ponatur ille numerus 1 2e. Fiet ſumma 1 2e + 20. & reſiduum 1 2e — 100. Vt ergo illa huius ſit tripla; erit æquatio inter 1 2e + 20. & 3 2e — 300. Et additis 300. vtrinque, inter 1 2e + 320. & 3 2e. Et ablata 1 2e vtrinque, inter 320. & 2 2e. Diuiſis igitur 320. per 2. fiet 1 2e. 160. numerus quæſitus. Nam ſi ei addes 20. conficies 180. & ſi demes 100. relinques 60. Eſtq. inter 180. & 60. proportio tripla.

17 *Propoſitum numerum in duos diuidere bis, ita vt maior numerus primæ diuiſionis ad minorem ſecundæ diuiſionis habeat datam proportionem: Item maior ſecundæ diuiſionis ad minorem primæ diuiſionis, datam quoque habeat proportionem quamcunque.* XVII.

Propoſitus numerus 100. diuidendus ſit bis in duos numeros, ita vt maior primæ diuiſionis ad minorem ſecundæ diuiſionis habeat proportionem triplam; maior vero ſecundæ diuiſionis ad minorem primæ diuiſionis proportionem decuplam. Ponatur maior pars primæ diuiſionis 3 2e. ideoq. minor 100 — 3 2e. Erit ergo minor pars ſecundæ diuiſionis 1 2e. Eſt enim tripla proportio 3 2e. ad 1 2e. ideoq. maior pars ſecundæ diuiſionis erit 100 — 1 2e. Vt autem 100

— 1 2e.

— 1 ℞.habeant ad 100—3 ℞. proportionem decuplam, necesse est æquationē esse inter 100—1 ℞.& 1000—30 ℞.Igitur additis 30 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 100 + 29 ℞. & 1000. Ablatisq. 100. vtrinque, erit æqualitas inter 29 ℞. & 900. Diuisis igitur 900. per 29. deprehendetur 1 ℞. 31 $\frac{1}{29}$. Et quia maior pars primæ diuisionis posita fuit 3 ℞. erit ipsa pars maior 93 $\frac{3}{29}$. ac proinde minor 6 $\frac{26}{29}$. Rursus quia minor pars secundæ diuisionis posita fuit 1 ℞. erit ipsa pars minor 31 $\frac{1}{29}$. ideoq. maior 68 $\frac{28}{29}$. Estq. numerus 93 $\frac{3}{29}$. ad 31 $\frac{1}{29}$. triplus: Et 68 $\frac{28}{29}$. ad 6 $\frac{26}{29}$. decuplus.

93 $\frac{3}{29}$	31 $\frac{1}{29}$
6 $\frac{26}{29}$	68 $\frac{28}{29}$

XVIII. 18 *Datum numerum in duos diuidere ter, ita vt maior pars primæ diuisionis ad minorem secundæ datam habeat proportionem: Item maior secundæ diuisionis ad minorem tertiæ: Ac denique maior tertiæ diuisionis ad minorem primæ.*

Datus numerus 100. sit ter diuidendus in duos, ita vt maior primæ diuisionis ad minorem secundæ proportionem habeat triplam: Maior autem secundæ diuisionis ad minorem tertiæ, proportionem duplam: Ac denique maior tertiæ diuisionis ad minorem primæ, proportionē quadruplam. Ponatur maior pars primæ diuisionis 3 ℞. ideoq. minor 100 — 3 ℞. Erit ergo minor pars secundæ diuisionis 1 ℞. quippe cum tripla sit proportio 3 ℞.ad 1 ℞.ideoq. maior pars secundæ diuisionis erit 100 — 1 ℞. quæ vt dupla sit minoris partis diuisionis tertiæ, erit minor pars tertiæ diuisionis 50—$\frac{1}{2}$ ℞, atque idcirco maior 50 + $\frac{1}{2}$ ℞.Vt autem 50 + $\frac{1}{2}$ ℞. ad 100—3 ℞. minorem partem primæ diuisionis proportionem habeat quadruplam, erit æquatio inter 50+$\frac{1}{2}$ ℞. & 400—12 ℞. Additisq. 12 ℞. vtrinque, æqualitas erit inter 50 + 12 $\frac{1}{2}$ ℞. & 400. Et ablatis vtrinque 50. inter 12 $\frac{1}{2}$ ℞. & 350. Diuisis igitur 350. per 12 $\frac{1}{2}$. fiet 1 ℞. 28. Maior ergo pars primæ diuisionis, quæ fuit posita 3 ℞. erit 84. & minor 16. At minor pars secundæ diuisionis,quam posuimus 1 ℞. erit 28. ac maior 72. Denique minor pars tertiæ diuisionis, quæ posita est 50 — $\frac{1}{2}$ ℞. erit 36. & maior 64. qui numeri satisfaciunt ænigmati proposito. quod experiri poteris.

3 ℞	1 ℞	50 + $\frac{1}{2}$ ℞
100 — 3 ℞	100 — 1 ℞	50 — $\frac{1}{2}$ ℞

84	28	64
16	72	36

XIX. 19 *Duos nnmeros inuenire, qui inter se multiplicati procreent*

creent numerum in data proportione ad eorum summam.

Sit productus ex multiplicatione ad summam triplus. Ponatur vnus numerus 1 ℞. alter vero quicunque numerus maior denominatore proportionis, V.g. 20. maior quam 3. Alias res non succedet. Ex 1 ℞. in 20. fiunt 20 ℞. Et summa ex 1 ℞ & 20. collecta est 1 ℞+20. Vt ergo ille productus ad hanc summam habeat proportionem triplam, erit æquatio inter 20 ℞. & 3 ℞ + 60. Et ablatis 3 ℞. vtrinque, inter 17 ℞. & 60. Diuisis ergo 60. per 17. fiet 1 ℞. $3\frac{9}{17}$. Sunt ergo duo numeri quæsiti $3\frac{9}{17}$. & 20. Ex ductu vnius in alium fit numerus $70\frac{10}{17}$. qui triplus est ad $23\frac{9}{17}$. eorum summã.

SI vnus numerus ponatur 1 ℞. & alter 4. maior videlicet, quam 3. denominator proportionis triplæ, inuenientur duo numeri 12. & 4. Nam ex 1 ℞. in 4. fit numerus 4 ℞ triplus summæ 1 ℞+4. Ergo æquatio erit inter 4 ℞ & 3 ℞ + 12. Ablatisq. 3 ℞ vtrinque, inter 1 ℞. & 12. ac proinde 1 ℞ erit 12. vnus numerus, alter autem erit 4. vt posuimus.

20 *Dato numero quolibet, inuenire alium, ita vt ex hoc in illum procreetur numerus in data proportione ad eorum summam: ita tamen, vt denominator proportionis dato numero minor sit.* XX.

Dato numero 20. inueniendus sit alius, qui in illum ductus producat numerum triplum ad summam ex ipsis collectam: cuius proportionis denominator 3. minor est dato numero 20. Alias res non succedet. Non differt hoc ænigma a præcedenti. Nam si numerus quæsitus ponatur 1 ℞. & alter numerus, 20. qui datus est, inuenietur numerus, vt ibi, qui in 20. ductus producat numerum triplum ad summam, &c.

21 *Inuenire duos numeros in data proportione, qui inter se multiplicati faciant numerum in data proportione ad eorum summam.* XXI.

Hoc ænigma a 19. non differt, nisi quod hic datur proportio, quã inuenti numeri habere debent.

Sint ergo inueniendi duo numeri in proportione sesquialtera, vt inter se multiplicati faciant numerum duodecuplum summæ eorum. Ponantur duo numeri 4 ℞. & 6 ℞. in proportione sesquialtera. Ex vno in alterum fiunt 24 ʒ. eorumq. summa est 10 ℞. Vt ergo 24 ʒ. ad 10 ℞. proportionem habeant duodecuplam; erit

æqua-

æquatio inter 24 ȝ. & 120 ℞. Diuisis ergo 120. per 24. proueniet 1 ℞ 5. quia denominationes Cossicæ ȝ. & ℞. collaterales sunt. Cum ergo primus numerus positus sit 4 ℞ & secundus 6 ℞. erit primus 20. & secundus 30. qui multiplicati inter se faciunt 600. qui numerus duodecuplus est eorum summæ 50.

Si proportio inter numerum ex multiplicatione factum ad summam debeat esse sesquiquinta. Positis numeris 4 ℞ & 6 ℞ in proportione sesquialtera. Vt numerus 24 ȝ. ex multiplicatione factus ad summam 10 ℞ proportionem habeat sesquiquintam: erit æquatio inter 24 ȝ. & 12 ℞ quia 12 ℞ ad 10 ℞ habent etiam proportionem sesquiquintam: qui quidem numerus 12. procreatus est ex $1\frac{1}{5}$. denominatore proportionis sesquiquintæ in 10. Diuisis igitur 12. per 24. fiet 1 ℞ $\frac{1}{2}$. atque adeo cum numeri positi sint 4 ℞ & 6 ℞. erunt duo numeri quæsiti 2. & 3. qui multiplicati inter se faciunt 6. numerum ad eorum summam 5. sesquiquintam.

XXII. 22 *Inuenire duos numeros, quorum summa sit datus quilibet numerus, & posteriore diuiso per priorem, Quotiens sit datus etiam numerus quiuis.*

V E L

Datum numerum in duos partiri, vt posteriore diuiso per priorem, Quotiens sit quilibet numerus datus.

Sit summa quæsitorum numerorum 100. & Quotiens 10. Sit primum prior numerus 1 ℞, atque idcirco posterior 100 — 1 ℞. Hoc diuiso per 1 ℞. fit Quotiens $\frac{100 - 1℞}{1℞}$. æqualis 10. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 100 — 1 ℞. & 10 ℞. Addita 1 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 100. & 11 ℞. Diuisis autem 100. per 11. fit 1 ℞ $\frac{100}{11}$. hoc est, $9\frac{1}{11}$ prior numerus. Ergo posterior erit $90\frac{10}{11}$ siue $\frac{1000}{11}$. Constat autem si $90\frac{10}{11}$ per $9\frac{1}{11}$ siue $\frac{1000}{11}$ per $\frac{100}{11}$ diuidantur, Quotientem gigni 10.

Sit deinde posterior numerus 1 ℞. ideoq. prior 100 — 1 ℞. Illo per hunc diuiso, fit Quotiens $\frac{1℞}{100 - 1℞}$. æqualis 10. Quæ æquatio per multiplicationē in crucem reducetur ad æquationem inter 1 ℞. & 1000 — 10 ℞. Et additis 10 ℞ vtrinque, erit æqualitas inter 11 ℞. & 1000. Diuisis ergo 1000. per 11. fiet Quotiens $\frac{1000}{11}$ siue $90\frac{10}{11}$. posterior numerus, priorq. erit $9\frac{1}{11}$. siue $\frac{100}{11}$. vt prius.

IAM si numerus datus 100. secundus sit in duos, vt posteriore per priorem diuiso, Quotiens sit 10. soluetur quæstio eodem modo ponendo 1 ℞. pro priore, vel posteriore, & pro altero 100 — 1 ℞. vt liquet.

DENIQVE sit diuidendus numerus 100. in duas partes, vt posteriore per priorem diuisa, Quotiens sit $\frac{1}{7}$. Ponatur prior pars 1 ℞, & posterior 100 — 1 ℞. Hac diuisa per 1 ℞, fit Quotiens $\frac{100 - 1℞}{1℞}$. æqualis $\frac{1}{7}$. quæ æquatio per multiplicationem in crucem reducetur

ad

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ad hanc inter 1 ꝛ, & 200 — 2 ꝛ. Additisq. 2 ꝛ vtrobique, erit æqualitas inter 3 ꝛ, & 200. Diuisis ergo 200. per 3 fiet 1 ꝛ $\frac{200}{3}$. siue 66 $\frac{2}{3}$. pro priore parte. Posterior autem erit 33 $\frac{1}{3}$. siue $\frac{100}{3}$. Diuisis autem $\frac{100}{3}$. per $\frac{200}{3}$. fit Quotiens $\frac{1}{2}$. vt constat.

23 *DATVM numerum in quinque partes secare, vt secunda primam contineat quotiescunque libuerit, & præterea quotlibet vnitates: Tertia secundam quotiescunque etiam libuerit, ac præterea quotuis vnitates: Quarta tertiæ sit multiplex data, minus quotuis vnitatibus: Ac tandem quinta a multiplici data quartæ deficiat quotlibet etiam vnitatibus; quando id fieri potest.* XXIII.

DATVS numerus sit 100. secandus in quinque partes, ita vt secunda primam contineat bis, & præterea 2. Tertia secundam ter, ac præterea 3. Quarta tertiæ sit dupla minus 4. Ac tandem quinta a dupla quartæ deficiat 13. vnitatibus. Ponatur prima pars 1 ꝛ. Eritq. secunda 2 ꝛ + 2. Tertia 6 ꝛ + 9. Quarta 12 ꝛ + 14. Et quinta 24 ꝛ + 15. Summa omnium partium est 45 ꝛ + 40. quæ æqualis debet esse dato numero 100. Ablatis 40. vtrinque, erit æquatio inter 45 ꝛ. & 60. Diuisisq. 60. per 45. fiet 1 ꝛ. 1 $\frac{1}{3}$. prima pars. Ergo omnes quinque erunt 1 $\frac{1}{3}$. 4 $\frac{2}{3}$. 17. 30. 47.

Si numerus 100. secandus esset in quinque partes, vt secunda primam contineret ter, & præterea 4. Tertia secundam bis, & præterea 3. Quarta esset quintupla tertiæ, minus 6. Quinta denique esset quadrupla quartæ, minus 5. quæstio foret impossibilis. Nam posita prima parte 1 ꝛ esset secunda 3 ꝛ + 4. Tertia 6 ꝛ + 11. Quarta 30 ꝛ + 49. & quinta 120 ꝛ + 191. quæ omnes partes faciunt 160 ꝛ + 255. quæ summa æqualis deberet esse dato numero 100. totum parti; quod est absurdum. Propterea diximus in ænigmate [quando id fieri potest.]

24 *Datis duobus numeris, alium inuenire, qui cum minore numerum faciat æqualem ei, quem pars aliquota quæcunque inuenti numeri cum maiore efficit.* XXIIII.

Sint dati duo numeri 20. & 30. inueniendusq. sit alius, qui cum 20. summam faciat æqualem summæ ex 30. & sexta parte inuenti numeri collectæ. Ponatur numerus quæsitus 6 ꝛ. (Pono hunc numerum, vt habeat nominatam partem sine fractione. quod tamen opus non est.) Ergo 6 ꝛ + 20. æquales sunt 1 ꝛ + 30. Ablata 1 ꝛ vtrinque, erit æquatio inter 5 ꝛ + 20. & 30. Ablatisq. rursum 20. vtrinque, inter 5 ꝛ & 10. Diuisis ergo 10. per 5. fiet 1 ꝛ 2. Igitur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

6 2e facient 12. numerum quæsitum. Hic enim cum 20. facit 32. & eius $\frac{1}{6}$. nimirum 2. cum 30. facit etiam 32.

XXV. 25 *Inuenire duos numeros in data proportione, vt tantum fiat, minore detracto ex maiore, quantum maiore diuiso per minorem.*

Sint inueniendi duo numeri in proportione decupla. Ponantur 1 2e. & 10 2e. Detracto minore 1 2e. ex maiore 10 2e. supersunt 9 2e. Et diuiso maiore 10 2e. per minorem 1 2e. fit Quotiens 10. Est ergo æquatio inter 9 2e & 10. Et diuisis 10. per 9. fit 1 2e. 1 $\frac{1}{9}$. siue $\frac{10}{9}$. primus numerus. Alter ergo erit $\frac{100}{9}$. siue 11 $\frac{1}{9}$. Nam si demantur 1 $\frac{1}{9}$. ex 11 $\frac{1}{9}$. remanent 10. Et diuisis 11 $\frac{1}{9}$. per 1 $\frac{1}{9}$. hoc est, $\frac{100}{9}$. per $\frac{10}{9}$. fit Quotiens etiam 10.

XXVI. 26 *Inuenire duos numeros in data proportione, quorum summa æqualis sit numero ex eorum multiplicatione inter se producto.*

Sint inueniendi duo numeri in proportione decupla. Ponantur 1 2e. & 10 2e. Summa eorum est 11 2e. Et ex vno in alterum fit numerus 10 ȝ. Eritq. æqualitas inter 11 2e. & 10 ȝ. Diuisis ergo 11. per 10. fiet 1 2e. 1 $\frac{1}{10}$. primus numerus: propterea quod numeri Cossici collaterales sunt. Alter ergo erit 11. Tam enim summa eorum, quam numerus ex vno in alterum productus est 12 $\frac{1}{10}$.

XXVII. 27 *Duos numeros inuenire in dato excessu, ita vt eorum quadrati datum etiam habeant excessum, qui tamen maior sit quadrato dati excessus numerorum.*

Sint inueniendi duo numeri, quorum excessus 4. quadratorum vero excessus 144. qui maior est, quam 16. quadratus excessus 4. numerorum dati. Ponatur minor numerus 1 2e. ideoq. maior 1 2e + 4 quorum excessus 4. Quadrati sunt 1 ȝ. & 1 ȝ + 8 2e + 16. Excessus eorum 8 2e + 16. qui æqualis debet esse numero 144. Ablatis 16. vtrinque, erit æquatio inter 8 2e. & 128. Diuisis ergo 128. per 8. erit 1 2e. 16. minor numerus. Maior ergo erit 20. vt excessus sit 4. Quadrati sunt 256. & 400, quorum excessus 144,

Si datus excessus numerorum sit 1. & quadratorum 31. inuenientur numeri 15. & 16. nimirum duo numeri proximi conficientes datum excessum quadratorum. Atque ita, quotiescunque excessus numerorum datur 1. & quadratorum numerus quiuis impar, erunt duo numeri quæsiti, duo proximi conficientes datum excessum quadratorum.

Quan-

Quando excessus numerorum est 5. & quadratorum 30. reperies numeros $\frac{1}{2}$. & 5 $\frac{1}{2}$.

Si numerorum excessus sit 10. & quadratorum 200. inuenies numeros 5. & 15.

Si excessus detur 2. inter numeros, & inter quadratos 22. erunt numeri quæsiti 4 $\frac{1}{2}$. & 6 $\frac{1}{2}$.

SCHOLIVM.

HOC problema sine Algebra solui etiam potest (quod quidem percommodum interdum erit in numeris Cossicis) hoc modo. Excessus datus quadratorum diuidatur per duplum excessus dati numerorum. Nam si ex Quotiente dematur semissis dati excessus numerorum, reliquus fiet minor numerus. qui ad datum excessum numerorum adiectus faciet numerum maiorem.

Sint enim inueniendi duo numeri, quorum excessus 6. & quadratorum excessus 1 ℞. Diuidatur 1 ℞. per 12. duplum scilicet numerum excessus 6. dati numerorum. Et ex Quotiente $\frac{1}{12}$ ℞. dematur numerus 3. semissis eiusdē excessus 6. numerorum. Nam reliquus numerus $\frac{1}{12}$ ℞ — 3. erit minor numerus quæsitus: ad quem si adycies datum excessum 6. facies $\frac{1}{12}$ ℞ + 3. maiorem numerum. Excessus enim horum duorum numerorum est 6. Et quadrati eorundem sunt $\frac{1}{144}$ ʒ — $\frac{1}{2}$ ℞ + 9. & $\frac{1}{144}$ ʒ + $\frac{1}{2}$ ℞ + 9. quorum excessus est 1 ℞.

28 ***Datis duobus numeris, alios duos in data proportione inuenire, quorum maior ad minorem datorum additus, tantum faciat, quantum minor ad maiorem adiectus.*** XXVIII.

Sint dati numeri 9. & 30. inueniendiq. duo numeri in proportione quadrupla, &c. Ponatur minor 1 ℞. ideoq. maior 4 ℞. Erit igitur æquatio inter 4 ℞ + 9. & 1 ℞ + 30. Ablata 1 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 3 ℞ + 9. & 30. Et ablatis 9. vtrinque, inter 3 ℞. & 21. Diuisis ergo 21. per 3. fiet 1 ℞ 7. minor numerus. Maior ergo erit 28. Et tam ex 28. & 9, quam ex 7. & 30. fiunt 37.

29 ***Dato numero, alium inuenire, qui in datum ductus tantum faciat, quantum ad eundem additus.*** XXIX.

Datus numerus sit 30. Pone quæsitum esse 1 ℞. qui ductus in 30. facit 30 ℞. additus vero ad 30. facit 1 ℞ + 30. Eritq. æquatio inter 30 ℞. & 1 ℞ + 30. Ablata vtrinque 1 ℞. erit æquatio inter 29 ℞. & 30. Diuisis autem 30. per 29. erit 1 ℞. $\frac{30}{29}$. siue 1 $\frac{1}{29}$. Additis

enim $1\frac{1}{29}$. ad 30. fiunt $31\frac{1}{29}$. quantum nimirum ſit ex $1\frac{1}{29}$. in 30.

XXX. 30 *Dato numero, alium inuenire, vt eius pars aliquota data in datum numerum ducta tantum faciat, quantum totus numerus inuentus ad eundem datum numerum additus.*

Sit datus numerus 60. & data pars aliquota numeri inueniendi $\frac{1}{3}$. Ponatur $\frac{1}{3}$. numeri inueniendi 1 2e. ac proinde totus numerus 3 2e. Ex 1 2e, id eſt, ex $\frac{1}{3}$. numeri quæſiti in 60. fit numerus 60 2e. At ex 3 2e. toto ſcilicet numero quæſito, & 60. ſit numerus 3 2e + 60. Eritq. æquatio inter 60 2e. & 3 2e + 60. Ablatisq. 3 2e. vtrinque, inter 57 2e. & 60. Diuiſis ergo 60. per 57. fiet 1 2e. $1\frac{1}{19}$. tertia pars numeri quæſiti, ac proinde numerus quæſitus $3\frac{3}{19}$. Nam ex $1\frac{1}{19}$. id eſt, ex $\frac{1}{3}$. numeri inuenti, in 60. fit numerus $63\frac{3}{19}$. æqualis ſummæ ex $3\frac{3}{19}$. & 60. collectæ.

XXXI. 31 *Datum numerum in duos partiri, ita vt minor ſit maioris pars aliquota data, vel partes aliquotæ datæ, & contineat inſuper datum alium numerum, ſi placet.*

Sit datus numerus 40. diſtribuendus primum in duos, vt minor ſit $\frac{1}{7}$. maioris. Ponatur minor 1 2e. eritq. maior 7 2e. qui æquales eſſe debent numero dato 40. Eſt igitur æquatio inter 8 2e & 40. Diuiſisq. 40. per 8. prodibit 1 2e. 5. minor numerus. maior ergo erit 35. nimirum 7 2e. Et manifeſtum eſt, 5. eſſe ſeptimam partem numeri 35.

Sit deinde idem numerus 40. ſecandus in duos, vt minor conſtituat $\frac{3}{7}$. maioris. Ponatur minor 3 2e. ideoq. maior 7 2e. vt ille huius $\frac{3}{7}$ contineat. Summa amborum eſt 10 2e. æqualis dato numero 40. Diuiſis ergo 40. per 10. reperietur 1 2e. 4. ac proinde cum minor numerus poſitus ſit 3 2e. & maior 7 2e. erit minor 12. & maior 28. continetq. ille $\frac{3}{7}$. huius.

SI datus numerus 84. ſecandus ſit in duos, vt minor maioris contineat $\frac{3}{4}$. & præterea 7. vnitates. ponemus maiorem eſſe 4 2e. vt continere poſſit $\frac{3}{4}$. ſine fractione. Eritq. minor 3 2e + 7. Amborum ſumma eſt 7 2e + 7. æqualis dato numero 84. Ablatis 7. vtrinque, erit æquatio inter 7 2e. & 77. Diuiſisq. 77. per 7. exibit 1 2e. 11. Cum igitur maiorem poſuerimus 4 2e. & minorem 3 2e + 7. erit maior 44. & minor 40. continetq. hic $\frac{3}{4}$. illius, nimirum 33. ac præterea 7.

XXXII. 32 *Duos numeros inuenire, ita vt ſi numerus productus*

ex

ex eorum multiplicatione diuidatur per eorundem differentiam, Quotiens fiat datus quicunque numerus.

Inueniendi ſint duo numeri, ita vt numerus ex eorum multiplicatione productus ſi diuidatur per eorum differentiam, Quotientē faciat 30. Ponatur pro minore quilibet numerus minor dato Quotiente 30. nimirum 20. & maior ponatur 20 + 1 ꝶ. vt differentia eorum ſit 1 ꝶ. Ex 20. in 20 + 1 ꝶ. fit numerus 400 + 20 ꝶ. quo diuiſo per 1 ꝶ. eorum differentiam, fit Quotiens $\frac{400 + 20 ꝶ}{1 ꝶ}$. æqualis propoſito numero 30. Hæc æquatio per multiplicationem in crucē reducitur ad æqualitatem inter 30 ꝶ. & 400 + 20 ꝶ. Ablatis ergo 20. ꝶ vtrobique, æquatio erit inter 10 ꝶ. & 400. Diuiſisq. 400. per 10. fiet 1 ꝶ. 40. pro differentia numerorum, qui quæruntur. Cum ergo minor ſit 20. erit maior 60. nimirum 20 + 1 ꝶ. Iam vero ex 20. in 60. fit numerus 1200. quo diuiſo per 40. differentiam numerorum, fit Quotiens 30.

33 *Numerum inuenire, cuius duarum partium datarum quadrati ſummam conficiant, quæ ad aliam partem datam eiuſdem numeri inueniendi proportionem habeat datam quamcunque.* XXXIII.

Sit inutniendus numerus, cuius $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{6}$. quadratos efficiant, quorum ſumma partis $\frac{1}{4}$. eiuſdem numeri tripla ſit. Ponatur numerus quæſitus 1 ꝶ. Partes datæ ſunt $\frac{1}{2}$ ꝶ. & $\frac{1}{6}$ ꝶ. quarum quadrati $\frac{1}{4}$ ȝ. & $\frac{1}{36}$ ȝ. ſummam conficiunt $\frac{10}{36}$ ȝ. triplam ad $\frac{1}{4}$ ꝶ. hoc eſt, æqualem $\frac{3}{4}$ ꝶ. Diuiſis ergo $\frac{3}{4}$. per $\frac{10}{36}$. fiet 1 ꝶ $\frac{108}{40}$. id eſt, $\frac{27}{10}$. numerus quæſitus (propterea quod numeri Coſſici collaterales ſunt.) Huius enim $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{6}$ ſunt $\frac{27}{20}$. & $\frac{27}{60}$. quarum quadrati $\frac{729}{400}$. & $\frac{729}{3600}$. faciūt ſummam $\frac{7290}{3600}$. quæ tripla eſt ad $\frac{27}{40}$. hoc eſt, ad $\frac{1}{4}$. inuenti numeri $\frac{27}{10}$.

34 *Numerum inuenire, qui in ſe ductus, & productus numerus in datum quemuis numerum faciat numerum in data proportione ad cubum ex inuento numero procreatum.* XXXIIII.

Sit datus numerus 20. inueniendusq. ſit alius, qui primum in ſe, deinde productus numerus in datum 20. gignat numerum quintuplum cubi ex inuento numero procreati. Ponatur numerus quæſitus 1 ꝶ. Ex 1 ꝶ in ſe fit 1 ȝ. Et ex 1 ȝ. in 20. fit numerus 20 ȝ. Cubus autem 1 ꝶ. eſt 1 ce. ad quem 20 ȝ. habere debent quintuplam proportionem. Igitur æquatio eſt inter 20 ȝ. & 5 ce. Diuiſis ergo

20. per 5. fiet 1 ℞. 4. numerus quæſitus: quia numeri Coſſici ſunt collaterales. Hic enim numerus 4. ductus in ſe facit 16. Et ex 16. in 20. fit numerus 320. qui quintuplus eſt numeri 64. nimirum cubi ex inuento numero 4. procreati.

XXXV. 35 *Datum numerum in duos diuidere, vt alteruter eorum ductus in alium datum numerum excedat dato numero quolibet numerum productum ex altero numero in quemuis alium datum numerum.*

Datus numerus 10. ſecandus ſit primum in duos, vt productus numerus ex primo in 4. ſuperet numerum productum ex ſecundo in 6. vnitate. Ponatur prima pars 1 ℞. ideoq. ſecunda 10—1 ℞. Ex 1 ℞ in 4. fiunt 4 ℞. Et ex 10—1 ℞ in 6. fiunt 60—6 ℞. Debetq. hũc productum numerus 4 ℞. excedere Vnitate. Ac propterea æquatio erit inter 4 ℞. & 61—6 ℞. Additisq. 6 ℞ vtrinque, inter 10 ℞. & 61. Diuiſis igitur 61. per 10. fiet 1 ℞. 6 $\frac{1}{10}$. primus numerus. Secundus ergo erit 3 $\frac{9}{10}$. Ex primo in 4. fiunt 24 $\frac{4}{10}$. Et ex ſecundo in 6. fiunt 18 $\frac{54}{10}$. hoc eſt, 23 $\frac{4}{10}$. qui numerus vnitate ſuperatur a 24 $\frac{4}{10}$.

Sit deinde idem numerus datus 10. ſecandus in duas partes, vt ſecunda pars ducta in 4. procreet numerum, qui vnitate ſuperet productum ex prima parte in 6. Ponatur rurſum prima pars 1 ℞. & ſecunda 10—1 ℞. Ex 10—1 ℞ in 4. fit numerus 40—4 ℞. Et ex 1 ℞ in 6. fiunt 6 ℞. Hunc numerum ille productus ſuperare debet Vnitate. Igitur æquatio erit inter 40—4 ℞. & 6 ℞ + 1. Ablataq. Vnitate vtrinque, inter 39—4 ℞. & 6 ℞. Additisq. 4 ℞ vtrinque, inter 39. & 10 ℞. Diuiſis ergo 39. per 10. fiet 1 ℞. 3 $\frac{9}{10}$. primus numerus. Secundus igitur erit 6 $\frac{1}{10}$. Ex 6 $\frac{1}{10}$. in 4. fit numerus 24 $\frac{4}{10}$. Et ex 3 $\frac{9}{10}$. in 6. fiunt 18 $\frac{54}{10}$. ſiue 23 $\frac{4}{10}$. Manifeſtum autem eſt, numerum 24 $\frac{4}{10}$. vnitate ſuperare numerum 23 $\frac{4}{10}$.

QVOD ſi exceſſus debeat eſſe 20. inter productos numeros: Ponatur primus numerus 1 ℞. & ſecundus 10—1 ℞. Ex 1 ℞ in 4. fit numerus 4 ℞. & ex 10—1 ℞ in 6. fit numerus 60—6 ℞. quem primum ille ſuperare debeat numero 20. Erit igitur æquatio inter 4 ℞. & 80—6 ℞. Additisq. 6 ℞ vtrinque, inter 10 ℞. & 80. Diuiſis ergo 80. per 10. fiet 1 ℞. 8. primus numerus. Secundus ergo erit 2. Perſpicuum autem eſt, numerum 32. qui fit ex primo 8. in 4. ſuperare numerum 12. qui fit ex ſecundo 2. in 6. numero 20.

Sed iam numerus 40—4 ℞. factus ex ſecundo 10—1 ℞. in 4. ſuperare debeat numero 20. numerum 6 ℞. factum ex primo 1 ℞. in 6. Erit ergo æquatio inter 40—4 ℞. & 6 ℞ + 20. Additisq. 4 ℞ vtrinque, inter 40. & 10 ℞ + 20. Ablatisq. vtrinque 20. inter 20. & 10 ℞. Diuiſis igitur 20. per 10. fiet 1. ℞ 2. primus numerus. Secundus ergo erit 8. Et certum eſt, numerum 32. ex ſecundo 8. in 4. factum, ſuperare numerum 12. factum ex primo 2. in 6. numero 20.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

36 ***Datum numerum partiri in duas partes, quæ cum ipso progressionem Arithmeticam constituant.*** XXXVI.

Datus numerus 20. diuidendus sit in duos, qui cum eodem numero 20. constituant tres numeros Arithmeticè proportionales. Sit minor pars 1 ℞. & maior 20 — 1 ℞. Vt igitur 1 ℞. 20 — 1 ℞. 20. sint Arithmeticè proportionales, erit idem excessus inter 1 ℞. & 20 — 1 ℞. qui inter 20 — 1 ℞. & 20. Sunt autem excessus 20 — 2 ℞. & 1 ℞. vt in hisce formulis subtractionum patet. Ergo æquatio erit inter 20 — 2 ℞. & 1 ℞. Et additis 2 ℞ vtrinque, inter 20. & 3 ℞. Diuisis ergo 20. per 3. fiet 1 ℞. $6\frac{2}{3}$. prima pars. Altera ergo erit $13\frac{1}{3}$. Constituuntq. $6\frac{2}{3}$. $13\frac{1}{3}$. & 20. progressionem Arithmeticam, cum eundem excessum habeant $6\frac{2}{3}$.

20 — 1 ℞	20 + 0
+ 1 ℞	20 — 1 ℞
20 — 2 ℞	0 + 1 ℞

Aliter. Si 1 ℞. 20 — 1 ℞. 20. sunt Arithmeticè proportionales; erit (vt lib. 5. Eucl. in 4. proprietate trium numerorum Arithmeticè proportionalium diximus) summa primi & tertij, nimirum 1 ℞ + 20. æqualis duplo medij, nimirum 40 — 2 ℞. Additis ergo 2 ℞ vtrinque, existet æquatio inter 3 ℞ + 20. & 40. Ablatisq. 20. vtrinque, inter 3 ℞. & 20. Ergo rursus 1 ℞ erit $6\frac{2}{3}$. vt prius.

37 ***Inuenire duos numeros, qui inter se multiplicati faciant numerum, qui ad minorem habeat datam proportionem, & ad maiorem quoque proportionem datam, sed illa minorem.*** XXXVII.

Proportio producti ad minorem sit decupla, & ad maiorem sesquialtera. Ponatur productus 30 ℞. (Numerus enim 30 ℞ ad 3 ℞. habet proportionem decuplam, & ad 20 ℞. sesquialteram.) Erit minor numerus 3 ℞. & maior 20 ℞. qui inter se multiplicati debent facere 30 ℞. Faciunt autem 60 ʒ. Est ergo æquatio inter 30 ℞. & 60 ʒ. Diuisisq. 30. per 60. exibit 1 ℞ $\frac{1}{2}$. quod numeri Cossici sint collaterales. Ergo minor numerus, quem posuimus 3 ℞. erit $1\frac{1}{2}$. Maior autem, qui positus est 20 ℞. erit 10. Atque ex $1\frac{1}{2}$. hoc est, ex $\frac{3}{2}$. in 10. fit numerus $\frac{30}{2}$. siue 15. qui ad $1\frac{1}{2}$. vel ad $\frac{3}{2}$. habet proportionem decuplam, & ad 10. sesquialteram.

38 ***Datum numerum in quotuis partes Arithmeticè proportionales diuidere, quarum differentia data sit: quando id fieri potest.*** XXXVIII.

Datus

Datus numerus 120. diuidendus ſit in ſex partes, quæ ordine ſeſe excedant binario. Ponatur prima pars 1 ℞. Erit ſecunda 1 ℞ + 2. Tertia 1 ℞+4. Quarta 1 ℞+6. Quinta 1 ℞+8. & ſexta 1 ℞ + 10. quæ omnes ſimul faciunt ſummam 6 ℞+30. æqualem dato numero 120. Ablatis ergo 30. vtrinque, erit æquatio inter 6 ℞. & 90. Diuiſisq. 90. per 6. fiet 1 ℞. 15. prima pars. Sunt ergo ſex partes, 15. 17.19.21.23.25. quæ binario ſe excedunt, & ſummam faciunt 120.

DEBET autem datus numerus maior eſſe ſumma terminorum totidem Arithmeticæ progreſſionis, vno minus, in quot partes datus numerus iubetur diſtribui; quæ quidem a dato exceſſu incipiat. Vt in dato exemplo, maior quàm ſumma 30. quinque terminorum 2.4. 6.8.10. Alias res non ſuccedet, quia incideremus in æquationem inter duos numeros omnino inæquales. Atque idcirco diximus in ænigmate, [quando id fieri poteſt.]

XXXIX. 39 *Datum numerum in quotuis partes Arithmeticè proportionales partiri, quarum prima data ſit: quando id fieri poteſt.*

Sit datus numerus 60. diuidendus in 11. partes Arithmeticam progreſſionem conſtituentes, cuius primus terminus ſit 5. Pone differentiam progreſſionis 1 ℞. Erunt ergo 11 termini hi. 5. 5+1 ℞. 5+2 ℞. 5+3 ℞. 5+4 ℞. 5+5 ℞. 5+6 ℞ 5+7 ℞. 5+8 ℞. 5+9 ℞. 5+10 ℞. quorum ſumma 55 ℞+55. æqualis eſſe debet dato numero 60. Ablatis ergo vtrinque 55. erit æquatio inter 55 ℞. & 5. Diuiſisq. 5. per 55. fiet 1 ℞. $\frac{1}{11}$. differentia progreſſionis. Erunt ergo 11. partes quæſitæ hæ. 5. $5\frac{1}{11}$. $5\frac{2}{11}$. $5\frac{3}{11}$. $5\frac{4}{11}$. $5\frac{5}{11}$. $5\frac{6}{11}$. $5\frac{7}{11}$. $5\frac{8}{11}$. $5\frac{9}{11}$. $5\frac{10}{11}$. quæ omnes ſimul faciunt 60.

DEBET autem datus numerus maior eſſe numero, qui fit ex numero terminorum in primum terminum datum. Vt in dato exemplo maior, quam 55. qui numerus fit ex numero terminorum, videlicet ex 11. in primum terminum 5. Hanc ob cauſam dictum eſt in ænigmate, [quando id fieri poteſt.]

XL. 40 *Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt productus ex maiore horum in maiorem illorum faciat numerum, qui dato quolibet numero ſuperet productum ex minore in minorem.*

Dati numeri ſint 5. & 9. oporteatq. inuenire duos alios in proportione tripla, quorum maior ductus in 9. faciat numerum, qui ſuperet productum ex minore in 5. numero 110. Ponatur minor 1 ℞. ideoq. maior 3 ℞. Ex 3 ℞. in 9. fiunt 27 ℞. Et ex 1 ℞. in 5. fiunt 5 ℞. Superat autem numerus 27 ℞. numerum 5 ℞. numero 22 ℞.

qui

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

qui æqualis debet esse numero 110. Diuisis ergo 110. per 22 fiet 1℞ 5. primus numerus: ideoq. maior erit 15. Ex 15. in 9. fit numerus 135. qui superat 25. numerum ex 5. in 5. factum numero 110.

41 ***Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt productus ex maiore horum in minorem illorum superet dato numero eum, qui ex minore in maiorem fit. Vel certè hic productus illum dato numero excedat.*** XLI.

Sint dati numeri 5. & 9. oporteatq. duos alios inuenire in dupla proportione, quorum maior ductus in 5. producat numerum, qui 10. vnitatibus superet productũ ex minore in 9. Ponatur minor 1 ℞. ac propterea maior 2 ℞. (Debet autem hic maior in minorem datum producere numerum maiorem eo, qui ex minore in datum maiorem fit, vt nimirum ille hunc superare possit. Vnde si dati numeri forent 2. & 9. quæstio esset impossibilis; quippe cum ex 2 ℞. in 2. fiat numerus 4 ℞. minor numero 9 ℞. qui fit ex 1 ℞ in 9.) Ex 2 ℞ in 5. fit numerus 10 ℞. Et ex 1 ℞ in 9. fit numerus 9 ℞. quem ille superat 1 ℞. Est igitur æquatio inter 1 ℞. & 10. Diuisisq. 10. per 1. fit 1 ℞. 10. minor numerus, ac proinde maior erit 20. Vides ergo numerum 100. factum ex 20. in 5. superare 90. numerum ex 10. in 9. factum 10. vnitatibus.

42 ***Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt summa quadratorum ex ipsis descriptorum ad eorum summam habeat datam proportionem.*** XLII.

Sint inueniendi duo numeri in quintupla proportione, ita vt summa quadratorum ex ipsis descriptorum, ad inuentorum numerorum summam habeat proportionem decuplam. Ponatur minor numerus 1 ℞. ideoq. maior 5 ℞. quadrati sunt 1 ʒ. & 25 ʒ. eorumq. summa 26 ʒ. decupla summæ eorum, quæ est 6 ℞. Erit ergo æquatio inter 26 ʒ. & 60 ℞. Diuisis autem 60 per 26. fiet 1 ℞. 2 $\frac{4}{13}$. siue $\frac{30}{13}$. minor numerus, (quod numeri Cossici collaterales sint.) atque adeo maior $\frac{150}{13}$. siue 11 $\frac{7}{13}$. Quadrati sunt $\frac{900}{169}$. & $\frac{22500}{169}$. quorum summa $\frac{23400}{169}$. decupla est ad $\frac{180}{13}$. summam inuentorum numerorum.

IISDEM positis, si proportio inuenienda sit æqualitatis. erit æquatio inter 26 ʒ. & 6 ℞. Diuisis ergo 6. per 26. fiet 1 ℞. $\frac{3}{13}$. minor numerus. (quia Cossici numeri sunt collaterales.) Maior autẽ erit $\frac{15}{13}$. Quadrati sunt $\frac{9}{169}$. & $\frac{225}{169}$. eorumq. summa $\frac{234}{169}$. æqualis summæ $\frac{18}{13}$. ex inuentis numeris collectæ.

Et si proportio inuenienda sit minoris inæqualitatis, vt subdupla, erit numerus 26 ʒ. subduplus numeri 6 ℞. hoc est, hic illius erit duplus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

duplus. Igitur erit æquatio inter 52 ʒ. & 6 ℞. Vel inter 26 ʒ. & 3 ℞. Diuiſisq. 6. per 52. vel 3. per 26. fiet 1 ℞. $\frac{3}{26}$. minor numerus. Maior ergo erit $\frac{15}{26}$. Quadrati ſunt $\frac{9}{676}$. & $\frac{225}{676}$. eorumq. ſumma $\frac{234}{676}$. ſubdupla ſummæ $\frac{12}{26}$. ex inuentis numeris collectæ: quippe cum hæc illius ſit dupla.

XLIII. 43 *Datis duobus numeris, innenire alios duos in data proportione, vt maior horum ad maiorem datorum additus faciat numerum in data quacunque proportione ad ſummam ex minoribus collectam. dummodo hæc ſecunda proportio data ſit inter proportionem datorum numerorum, & proportionem alteram datam.*

Sint dati numeri 10. & 12. oporteatq. inuenire alios duos in proportione quintupla, vt ſumma ex maiore, & 12. tripla ſit ad ſummam ex minore, & 10. Eſt autem proportio tripla inter proportionem 12. ad 10. & proportionem quintuplam, hoc eſt, maior, quam illa, & minor, quam hæc. Ponatur minor numerus 1 ℞. ideoq. maior 5 ℞. Ex 5 ℞. & 12. ſit numerus 5 ℞ + 12. Et ex 1 ℞ & 10. numerus 1 ℞ + 10 cuius ille triplus eſſe debet. Ergo æquatio erit inter 5 ℞ + 12. & 3 ℞ + 30. Ablatisq. vtrinque 12. inter 5 ℞ & 3 ℞ + 18. Et rurſum ablatis 3 ℞ vtrinque, inter 2 ℞. & 18. Diuiſis igitur 18. per 2. fiet 1 ℞. 9. minor numerus, ideoq. maior 45. Ex 45. & 12. fit numerus 57. qui triplus eſt ad numerum ex 9. & 10. collectum, nimirum ad 19.

XLIIII. 44 *Datis duobus numeris, inuenire alios duos in data proportione, vt ſubtracto minore horum ex datorum maiore, reliquus numerus ad eum, qui relinquitur, detracto maiore ex minore, proportionem habeat datam quamcunque.*

Sint dati duo numeri 60. & 100. oporteatq. alios duos inuenire in proportione quintupla, vt minore ex 100. ſubtracto, reliquus numerus ad eum, qui relinquitur, detracto maiore ex 60 proportionem habeat vigecuplam. Ponantur duo numeri in proportione quintupla, 1 ℞. 5 ℞. Dempta 1 ℞ ex 100. reliquus numerus eſt 100 — 1 ℞. Demptis autem 5 ℞ ex 60. remanent 60 — 5 ℞. eritq. numerus 100 — 1 ℞. ad 60 — 5 ℞. vigecuplus: hoc eſt, æquatio erit inter 100 — 1 ℞ & 1200 — 100 ℞. Additis 100 ℞ vtrinque, erit æqualitas inter 100 + 99 ℞. & 1200. Ablatisq. 100. vtrinque, inter 99 ℞. & 1100. Diuiſis ergo 1100. per 99. fiet 1 ℞. 11 $\frac{11}{99}$. vel $\frac{1100}{99}$. minor

nor

nor numerus, ac proinde maior $\frac{5500}{99}$. vel 55 $\frac{55}{99}$. Prior ex 100. detractus relinquit 88 $\frac{88}{99}$. posterior vero ex 60. subtractus relinquit 4 $\frac{44}{99}$. Habentq. 88 $\frac{88}{99}$. hoc est $\frac{8800}{99}$. ad 4 $\frac{44}{99}$. siue ad $\frac{440}{99}$. proportionem eandem, quam 20. ad 1.

45 *Datis duobus numeris, alios duos in data proportione inuenire, vt maiore ex maiore detracto, & minore ex minore, numeri remaneant æquales.* XLV.

Sint dati duo numeri 100. & 60. oporteatq. inuenire alios duos in septupla proportione, vt maiore detracto ex 100. & minore ex 60. numeri reliqui sint æquales. Ponantur numeri in proportione septupla, 1 ꝛe. 7 ꝛe. eruntq. reliqui numeri 100—7 ꝛe. & 60—1 ꝛe. æquales. Additis ergo vtrinque 7 ꝛe. erit æquatio inter 100. & 60 +6 ꝛe. Et ablatis 60. vtrinque, inter 40. & 6 ꝛe. Diuisis autem 40. per 6. erit 1 ꝛe. 6 $\frac{2}{3}$. minor numerus, maior autem huius septuplus, 46 $\frac{2}{3}$. Ablato illo ex 60. & hoc ex 100. reliqui fiunt numeri æquales 53 $\frac{1}{3}$.

46 *Tres numeros in data proportione Geometrica continua inuenire, vt productus ex multiplicatione, quorumcunque duorum inter se, æqualis sit reliquo, vel ad ipsum habeat quamlibet proportionem datam.* XLVI.

Sint inueniendi tres numeri in proportione tripla, sitq. primum productus ex minimo in medium, maximo æqualis. Ponantur tres numeri tripli, 1 ꝛe. 3 ꝛe. 9 ꝛe. Ex 1 ꝛe. in 3 ꝛe. fit numerus 3 ȝ. æqualis 9 ꝛe. Diuisis ergo 9. per 3. fiet 1 ꝛe. 3. quia numeri Cossici collaterales sunt. Tres ergo numeri quæsiti sunt 3.9.27. Atque ex 3. in 9. fit numerus 27. maximo 27. æqualis.

Sit deinde productus ad maximum quadruplus, ita vt productus 3 ȝ. ad 9 ꝛe. proportionem habeat quadruplam, hoc est, æquatio sit inter 3 ȝ. & 36 ꝛe. Diuisis ergo 36. per 3. fiet 1 ꝛe. 12. eruntq. tres numeri tripli, 12.36.108. Et ex 12. in 36. fit numerus 432. ad 108. quadruplus.

Sit rursum productus ad maximum subduplus, ita vt productus 3 ȝ. ad 9 ꝛe. proportionem habeat subduplam: hoc est, æquatio fiat inter 6 ȝ. & 9 ꝛe. Diuisis ergo 9. per 6. fiet 1 ꝛe $\frac{3}{2}$. sunt ergo tres numeri tripli $\frac{3}{2}$. $\frac{9}{2}$. $\frac{27}{2}$. Et ex $\frac{3}{2}$. in $\frac{9}{2}$. fit numerus $\frac{27}{4}$. subduplus ad $\frac{27}{2}$.

IAM vero ex secundo 3 ꝛe. in tertium 9 ꝛe. fiat numerus 27 ȝ. qui æqualis debeat esse primo, nimirum 1 ꝛe. Diuisa 1. per 27. fit 1 ꝛe. $\frac{1}{27}$. Tres ergo numeri tripli sunt $\frac{1}{27}$. $\frac{3}{27}$. $\frac{9}{27}$. Et ex $\frac{3}{27}$. in $\frac{9}{27}$. fit numerus $\frac{27}{729}$. æqualis primo $\frac{1}{27}$.

 At si

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

At ſi productus 27 ʒ. ex ſecundo in tertium debeat ad primum 1 ℞. habere proportionem triplam, erit æqualitas inter 27 ʒ. & 3 ℞. Diuiſis ergo 3 per 27. fiet 1 ℞. $\frac{1}{9}$. eruntq. tres numeri tripli $\frac{1}{9}$. $\frac{3}{9}$. $\frac{9}{9}$. Et ex $\frac{1}{9}$. in $\frac{9}{9}$. hoc eſt, ex $\frac{1}{3}$. in 1. fit $\frac{1}{3}$. qui numerus triplus eſt primi $\frac{1}{9}$.

POSTREMO ex primo 1 ℞. in tertium 9 ℞. produci debeat numerus æqualis ſe[illegible]o 3 ℞. hoc eſt, æquatio eſſe debeat inter 9 ʒ. qui numerus fit ex primo in tertium, & 3 ℞. Diuiſis ergo 3. per 9. fiet 1 ℞. $\frac{1}{3}$. Eruntq. tres numeri tripli $\frac{1}{3}$. 1. 3. Et ex primo $\frac{1}{3}$. in tertium 3. fit 1. æqualis ſecundo 1.

Si vero productus ex primo 1 ℞. in tertium 9 ℞. id eſt, 9 ʒ. debeat habere ad ſecundum 3 ℞. proportionem ſextuplam, erit æquatio inter 9 ʒ. & 18 ℞. Diuiſis ergo 18. per 9. fiet 1 ℞. 2. Eruntq. tres numeri tripli, 2. 6. 18. Atque ex 2. in 18. fit numerus 36. ſextuplus ſecundi numeri 6.

XLVII. 47 *Datum numerum partiri in duas partes, vt maior diuiſa per minorem, Quotiens ſit datus idem numerus.*

Sit datus numerus 40. & datus Quotiens item 40. Ponatur minor pars 1 ℞. & maior 40 — 1 ℞. Hac per illam diuiſa, fit Quotiens $\frac{40 - 1 ℞}{1 ℞}$. æqualis 40. quæ æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 40 — 1 ℞. & 40 ℞. Additaq. 1 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 40. & 41 ℞. Diuiſis ergo 40. per 41. fiet 1 ℞. $\frac{40}{41}$. minor pars. Maior proinde erit 39 $\frac{1}{41}$. Qua per illam diuiſa, fit Quotiens 40.

Si maior pars ponatur 1 ℞. & minor 40 — 1 ℞. Diuiſa illa per hanc, fit Quotiens $\frac{1 ℞}{40 - 1 ℞}$. æqualis 40. quæ æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 1 ℞. & 1600 — 40 ℞. Additiſq. 40 ℞ vtrinque, inter 41 ℞. & 1600. Diuiſis igitur 1600. per 41. fit maior pars 39 $\frac{1}{41}$. ac proinde minor $\frac{40}{41}$ vt prius.

XLVIII. 48 *Duos numeros inuenire, vt primus cum quolibet multiplici ſecundi faciat numerum æqualem ei, qui conflatur ex ſecundo & quouis multiplici primi. Vel vt primus cum data parte ſecundi tantum faciat, quantum ſecundus cum data parte primi. Vel denique, vt ſi primus ſumat multiplicem quemcunque ſecundi, & ſecundus quemlibet multiplicem primi: Aut ſi primus accipiat partem datam ſecundi, & ſecundus datam partem primi; fiant duo numeri in data quauis proportione.*

Debeat

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Debeat primus cum triplo ſecundi facere tantum; quantum ſecundus cum quintuplo primi. Ponatur primus 1 ℞. & ſecundus quiuis numerus, videlicet 50. Ergo 1 ℞+150. & 50+5 ℞. æquales ſunt. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 150. & 50 + 4 ℞. Et rurſum ablatis 50. vtrinque, inter 100. & 4 ℞. Diuiſis igitur 100. per 4. fiet 1 ℞. 25. Numeri ergo quæſiti ſunt 25. & 50. Nam primus 25. cum triplo ſecundi, hoc eſt, cum 150. facit 175. quantum ſecundus 50. cum quintuplo primi, id eſt, cum 125.

DEBEAT deinde primus cum $\frac{1}{7}$. ſecundi, & ſecundus cum $\frac{1}{3}$. primi facere vnum eundemq. numerum. Ponatur primus 3 ℞. vt habeat $\frac{1}{3}$. ſine fractione: Secundus autem quilibet numerus habens $\frac{1}{7}$. ſine fractione, nimirum 21. Primus igitur cum $\frac{1}{7}$. ſecundi faciet 3 ℞+3. Secundus vero cum $\frac{1}{3}$. primi faciet 21 +1 ℞. Eſt ergo æquatio inter 3 ℞+3. & 21+1 ℞. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, inter 2 ℞+3. & 21. Ablatiſq. rurſum 3. vtrinque, inter 2 ℞. & 18. Diuiſis ergo 18. per 2. fiet 1 ℞ 9. Primus igitur poſitus 3 ℞. erit 27. & ſecundus 21. vt poſuimus. Nam & 27. cum $\frac{1}{7}$. numeri 21. & 21. cum $\frac{1}{3}$ numeri 27. facit 30.

SED iam primus cum quadruplo ſecundi, & ſecundus cum triplo primi facere debeant duos numeros in proportione dupla. Ponatur primus 1 ℞. & ſecundus quiuis numerus, videlicet 6. Primus igitur cum quadruplo ſecundi faciet 1 ℞+ 24. Secundus vero cum triplo primi faciet 6+3 ℞. Si ergo ſtatues 1 ℞+24. maiorem, qui duplus debet eſſe ad 6+3 ℞. erit æquatio inter 1 ℞+24. & 12+6 ℞. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, inter 24. & 12+5 ℞. Ablatiſq. rurſum 12. vtrinque, inter 12. & 5 ℞. Diuiſis igitur 12. per 5. fiet 1 ℞. $\frac{12}{5}$. id eſt, 2 $\frac{2}{5}$. primus numerus: ſecundus vero erit 6. vt poſitum fuit. Iam primus cum quadruplo ſecundi facit 26 $\frac{2}{5}$. ſecundus autem cum triplo primi facit $\frac{66}{5}$. id eſt, 13 $\frac{1}{5}$. habetq. numerus 26 $\frac{2}{5}$. ad 13 $\frac{1}{5}$. proportionem duplam.

Si vero ſtatues 6 +3 ℞ maiorem, qui ad 1 ℞ + 24. duplus debet eſſe, erit æquatio inter 6+3 ℞. & 2 ℞+48. Et ablatis 2 ℞ vtrinque, inter 6+1 ℞ & 48. Ablatiſq. rurſum 6. vtrinque, inter 1 ℞. & 42. fietq. 1 ℞ 42. primus numerus, ſecundus autem erit 6. vt poſuimus. Primus cum quadruplo ſecundi facit 66. at vero ſecundus cum triplo primi facit 132. qui numerus ad 66. proportionem habet duplam.

DENIQVE primus cum $\frac{1}{7}$. ſecundi, & ſecundus cum $\frac{1}{3}$. primi facere debeant duos numeros in ſextupla proportione. Ponatur primus 3 ℞. vt habeat $\frac{1}{3}$. ſine fractione, & ſecundus quilibet numerus habens $\frac{1}{7}$. ſine fractione, nimirum 7. Primus ergo cum $\frac{1}{7}$. ſecundi faciet 3 ℞+1. Secundus vero cum $\frac{1}{3}$. primi faciet 7 +1 ℞. Et quia hi duo numeri debent habere proportionem ſextuplam, erit neceſſario 7 +1 ℞ maior. Nam ſi ducatur in 6. vt fiat æqualis numero 3 ℞+1. producetur numerus 42+6 ℞. qui numero 3 ℞ +1. æqualis eſſe nequit. Igitur æquatio erit inter 18 ℞+6. & 7+1 ℞. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, inter 17. ℞ + 6. & 7. Ablatiſq. rurſum 6. vtrinque,

inter

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

inter 17 2e. & 1. Diuisa igitur 1. per 17. fiet 1 2e. $\frac{1}{17}$. Et quia primus numerus positus fuit 3 2e. erit primus numerus $\frac{3}{17}$. & secundus 7. vt positus fuit. Primus cum $\frac{1}{7}$. secundi facit 1 $\frac{3}{17}$. id est, $\frac{20}{17}$. Secundus cum $\frac{1}{3}$. primi facit 7 $\frac{1}{17}$. hoc est, $\frac{120}{17}$. qui numerus ad $\frac{20}{17}$. proportionem habet sextuplam.

XLIX. 49 *Datum numerum distribuere in quotuis partes in data proportione Geometrica continua.*

Sit datus numerus 4665. secandus in 5. numeros continuè sextuplos. Pone 5. numeros in sextupla proportione. 1 2e. 6 2e. 36 2e. 216 2e. 1296 2e. Horum summa 1555 2e. æqualis esse debet dato numero 4665. Diuisis ergo 4665. per 1555. fiet 1 2e. 3. eruntq. quinque numeri in proportione sextupla continua. 3. 18. 108. 648. 3888. qui simul additi faciunt 4665.

Si secandus sit numerus 20. in tales quinque partes, inuenies 1555 2e. æquales 20. Diuisisq. 20. per 1555. fiet 1 2e. $\frac{4}{311}$. Eruntq. quinque partes in proportione sextupla. $\frac{4}{311}$. $\frac{24}{311}$. $\frac{144}{311}$. $\frac{864}{311}$. $\frac{5184}{311}$. facientes summam 20.

L. 50 *Inuenire quotuis numeros in data proportione Geometrica continua, quorum summa dato cuicunque numero sit æqualis.*

Sint inueniendi 5. numeri in proportione continua sextupla, facientes 4665. vel 20. Hoc ænigma a proximè præcedenti non differt. Nam si summa data secetur in 5. numeros in sextupla proportione continua, factum erit, quod iubetur.

LI. 51 *Datum numerum in tres numeros partiri, vt minores duo datam habeant differentiam: Item duo maiores aliam differentiam datam.*

Sit datus numerus 445. & minorum differentia 10. & maiorum 20. Ponatur minimus numerus 1 2e. eritq. medius 1 2e + 10. ac maximus 1 2e + 30. Horum summa 3 2e + 40. æqualis esse debet dato numero 445. Ablatis vtrinque 40. erit æquatio inter 3 2e. & 405. Diuisis igitur 405. per 3. inuenietur 1 2e. 135. minimus numerus. atque idcirco medius erit 145. & maximus 165. qui ænigmati satisfaciunt, quod summam conficiant 445.

Si datus numerus sit 200. erunt 3 2e + 40. æquales 200. & ablatis vtrinque 40. erit æquatio inter 3 2e. & 160. Diuisisq. 160. per 3. erit 1 2e. 53 $\frac{1}{3}$. primus numerus, secundus erit 63 $\frac{1}{3}$. & tertius 83 $\frac{1}{3}$. qui habent datos excessus, & conficiunt 200.

Aliter.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Aliter. Ponatur medius 1 ℞. eritq. minimus 1 ℞—10. & maximus 1 ℞+20. quorum summa 3 ℞+10. æqualis esse debet dato numero 445. vel 200. Ablatis 10. vtrinque, erit æquatio inter 3 ℞. & 435. vel 190. Facta diuisione, erit 1 ℞. 145. vel 63 $\frac{1}{3}$. primus numerus. Ergo in primo exemplo erunt tres numeri 135. 145. 165. In secundo autem, 53 $\frac{1}{3}$. 63 $\frac{1}{3}$. 83 $\frac{1}{3}$. vt prius.

52 *Tres numeros inuenire, vt minorum differentia sit data: Item maiorum differentia alia data: Et omnes tres datum numerum conficiant.* LII.

Sit minorum differentia 10. & maiorum 20. eorumq. summa 445. vel 200. Hoc etiam problema non differt a proximè antecedenti. Si namq. data summa distribuatur in tres partes datorum excessuum, factum erit, quod præcipitur.

53 *Datum numerum partiri in tres, vt vteruis extremorum cum medio ad alterum extremum proportionem habeat datam.* LIII.

Sit primum diuidendus datus numerus 100. in tres, vt primus cũ medio ad tertium habeat proportionem triplam: tertius vero cum medio ad primum quadruplam. Ponatur primus 1 ℞. Eruntq. alij duo simul 4 ℞. vt ad primum possint habere proportionem quadruplam. Horum ergo summa 5 ℞. æqualis esse debet dato numero 100. Diuisis igitur 100. per 5. fiet 1 ℞. 20. primus numerus, ideoq. alij duo simul, 80. Ponatur deinde tertius 1 ℞. ideoq. medius 80—1 ℞. Igitur primus 20. cum medio 80 — 1 ℞. hoc est, 100 — 1 ℞. ad tertium 1 ℞. triplus est, atque idcirco æquatio erit inter 100 — 1 ℞. & 3 ℞. Additaq. vtrinque 1 ℞. inter 100. & 4 ℞. Diuisisq. 100. per 4. fiet 1 ℞. 25. tertius numerus. Medius ergo erit 55. qui relinquitur, detracto tertio 25. ex 80. Tres propterea numeri erunt 20. 55. 25. qui simul efficiunt 100. & primus cum medio efficit 75. numerum triplum ad tertium 25. At tertius cum medio facit 80. numerum quadruplum ad primum 20.

Si datus sit numerus 60. secandus in tres, vt primus cum medio ad tertium habeat proportionem noncuplam, sed tertius cum medio ad primum, quadruplam, procedemus eodem modo. Nam si primus ponatur 1 ℞. erunt alij duo simul, 4 ℞. atque idcirco 5 ℞. æquales 60. dato numero. Diuisis ergo 60. per 5. fiet 1 ℞. 12. primus numerus; ideoq. alij duo facient 48. Rursum si tertius ponatur 1 ℞. facient alij duo simul 9 ℞, vt ad tertium habere possint proportionem noncuplam. Igitur 10 ℞. æquales erunt dato numero 60. Diuisisq. 60. per 10. fiet 1 ℞. 6. tertius numerus. Medius autem erit 42. qui relinquitur, si tertius 6. ex 48. dematur. Quocirca

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

circa tres numeri quæſiti erunt 12. 42. 6. qui ſimul conficiunt 60. Et primus cum medio facit numerum 54. qui ad tertium 6. noncuplus eſt. Tertius vero cum ſecundo facit 48. qui numerus ad primum 12. quadruplus eſt.

Sit deinde idem numerus 100. diſtribuendns in tres, vt tam primus cum ſecundo ad tertium, quam tertius cum ſecundo ad primum habeat proportionem triplam. Ponatur primus 1 2e. & ſecundus, ac tertius 3 2e. vt ad primum habeāt proportionem triplam. Horum ſumma 4 2e. æqualis eſt 100. Diuiſis igitur 100. per 4. fiet 1 2e. 25. primus numerus; ideoq. ſecundus, ac tertius facient 75. Ponatur deinde tertius 1 2e, ideoq. ſecundus 75 — 1 2e. Igitur primus cum ſecundo faciet ſummam 100 — 1 2e. triplam ad tertium, id eſt, ad 1 2e. ſiue æqualem 3 2e. Addita 1 2e. vtrobique, erit æqualitas inter 100. & 4 2e. Diuiſis igitur 100. per 4. fiet 1 2e. 25. tertius numerus, ac proinde ſecundus erit 50. nimirum 100 — 1 2e. Itaq. tres numeri erunt 25. 50. 25. Et tam ſumma primi, & ſecundi ad tertium, quam ſumma tertij ac ſecundi ad primum, proportionem habet triplam.

Si vtraque proportio deberet eſſe quadrupla, reperirentur tres numeri 20. 60. 20.

LIIII. 54 *Inuenire tres numeros, ita vt primus cum ſecundo proportionem ad tertium habeat datam. Item tertius cum ſecundo ad primum datam proportionem habeat: Omneſq. tres conficiant ſummam datam.*

HOC ænigma a præcedenti diuerſum non eſt. Nam ſi data ſumma diuidatur in tres numeros, vt iubetur, expeditum erit ænigma, non aliter, ac præcedens.

LV. 55 *Numerum inuenire, ita vt quadratus ex parte eius aliquota data deſcriptus, & quadratus alterius cuiuſuis partis eius aliquotæ, cenficiant ipſum numerum, vel alium qui ad inuentum numerum proportionem habeat datam.*

Inueniendus ſit numerus, ita vt quadratus ex eius ſemiſſe deſcriptus, & quadratus ex eiuſdem parte ſexta deſcriptus, efficiant ipſum numerum, vel alium, qui ad inuentum proportionem habeat octuplam ſupertripartientem quartas. Ponatur numerus eſſe 6 2e. vt ſine fractione habeat partes expreſſas. Eius ſemiſſis eſt 3 2e. & ſexta pars 1 2e. Harum partium quadrati ſunt 9 ʒ & 1 ʒ. qui faciunt 10 ʒ. numerum æqualem 6 2e. Diuiſis ergo 6. per 10. fiet 1 2e. $\frac{3}{5}$. (quod numeri Coſſici collaterales ſint,) ac proinde 6 2e. erunt $\frac{18}{5}$. numerus quæſitus. Semiſſis eius $\frac{9}{5}$. facit quadratum $\frac{81}{25}$. Et eius

sexta

ſexta pars $\frac{3}{5}$. facit quadratum $\frac{9}{25}$. qui cum $\frac{81}{25}$. facit $\frac{90}{25}$. id eſt, $\frac{18}{5}$. numerum quæſitum.

SED iam duo quadrati facere debeant numerum, qui ad inuentum numerum habeat proportionem octuplam ſupertripartitntem quartas. Ponatur numerus eſſe 1 ℛ. Eius ſemiſſis eſt $\frac{1}{2}$ ℛ. & ſexta pars $\frac{1}{6}$ ℛ. Quadrati harum partium ſunt $\frac{1}{4}$ ȝ. & $\frac{1}{36}$ ȝ. qui ſimul faciunt $\frac{10}{36}$ ȝ. qui numerus ad 1 ℛ. habere debet proportionem octuplam ſupertripartientem quartas, cuius videlicet denominator eſt $8\frac{3}{4}$. Hic autem ductus in 1 ℛ. facit $8\frac{3}{4}$ ℛ. cui numero æqualis eſſe debet numerus $\frac{10}{36}$ ȝ. Diuiſis ergo $8\frac{3}{4}$. per $\frac{10}{36}$. fiet 1 ℛ. $31\frac{1}{2}$. ſiue $\frac{63}{2}$. numerus inuentus (quod numeri Coſſici collaterales ſint.) Eius enim ſemiſſis $\frac{63}{4}$. facit quadratum $\frac{3969}{16}$. Et eiuſdem ſexta pars $\frac{63}{12}$. facit quadratum $\frac{3969}{144}$. qui cum priori quadrato $\frac{3969}{16}$. id eſt, cum $\frac{35721}{144}$. facit numerum $\frac{39690}{144}$. qui ad inuentum $\frac{63}{2}$. proportionem habet octuplam ſupertripartientem quartas. quippe cum ille per hunc diuiſus Quotientem faciat $8\frac{3}{4}$.

56 *Datum numerum partiri in duos, vt data pars primi cum ſecundo tantum faciat, quantum ſecundi pars alia data cum primo efficit.* LVI.

Numerus datus 44. ſecandus ſit in duos, vt $\frac{1}{5}$. primi cum ſecundo, & $\frac{1}{3}$. ſecundi cum primo, faciant duos numeros æquales. Ponatur primus 1 ℛ, ideoq. ſecundus 44—1 ℛ. Quinta pars primi, nimirum $\frac{1}{5}$ ℛ. cum ſecundo facit 44—$\frac{4}{5}$ ℛ. Et tertia pars ſecundi. nimirum $\frac{44-1ℛ}{3}$. cum primo facit 1 ℛ + $\frac{44-1ℛ}{3}$. Eſt ergo æquatio inter 44—$\frac{4}{5}$ ℛ. & 1 ℛ + $\frac{44-1ℛ}{3}$. Ablata 1 ℛ. vtrinque, erit æquatio inter 44—$\frac{9}{5}$ ℛ. & $\frac{44-1ℛ}{3}$. quæ æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad æqualitatem inter 132—$\frac{27}{5}$ ℛ. & 44—1 ℛ. Et additis $\frac{27}{5}$ ℛ. vtrinque, inter 132. & 44 + $\frac{22}{5}$ ℛ. Ablatiſq. 44. vtrinque inter 88. & $\frac{22}{5}$ ℛ. Diuiſis igitur 88. per $\frac{22}{5}$. fiet 1 ℛ. 20. primus numerus. Secundus vero erit 24. Vbi vides quintam partem primi, nimirum 4. cum ſecundo facere 28. quantum ſcilicet facit tertia pars ſecundi, nimirum 8. cum primo.

57 *Duos numeros inuenire, ita vt primus, accepto quolibet numero a ſecundo, faciat numerum, qui ad reliquum ſecundi proportionem habeat datam. Item ſecundus, accepto quolibet etiam numero a primo, faciat numerum, qui ad reliquum primi proportionem etiam habeat datam.* LVII.

SINT inueniendi duo numeri, vt primus accipiens 40. a ſecundo faciat numerum reliqui ſecundi quadruplum: At ſecundus accipiẽs

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

30. a primo faciat numerum reſidui primi noncuplum. Ponatur primus 1 2e. Si igitur accipiat 40. a ſecundo, habebit 1 2e + 40. ac proindè ſecundo remanent $\frac{1}{4}$ 2e + 10. vt nimirum ille ad hunc proportionem habeat quadruplam. Ergo antequam ſecundus daret primo 40. habuit $\frac{1}{4}$ 2e + 50. Ac proinde ſi accipiat 30. a primo, habebit $\frac{1}{4}$ 2e + 80. qui numerus ad reliquum primi, videlicet ad 1 2e — 30. debet habere proportionem noncuplam. Erit ergo æquatio inter $\frac{1}{4}$ 2e + 80. & 9 2e — 270. Additisq. 270. vtrinque, inter $\frac{1}{4}$ 2e + 350. & 9 2e. Ablataq. $\frac{1}{4}$ 2e. vtrinque, inter 350. & 8 $\frac{3}{4}$ 2e. Diuiſis igitur 350. per 8 $\frac{3}{4}$. fiet 1 2e. 40. primus numerus. Secundus autem erit 60. nimirum $\frac{1}{4}$ 2e + 50. Primus igitur 40. accipiens 40. a ſecundo, habebit 80. qui numerus quadruplus eſt numeri 20. qui ſecundo remanet. Secundus autem 60. accipiens 30. a primo habebit 90. qui numerus noncuplus eſt numeri 10. qui primo relinquitur, poſtquam 30. dederit ſecundo.

Si inueniendi ſint duo numeri, vt primus accipiens 10. a ſecundo habeat numerũ quintuplũ reliqui ſecundi, at ſecundus accipiẽs 5. a primo, habeat numerũ duplũ reliqui primi; inuenies duos numeros 15. & 15. Nam poſito primo 1 2e. ſi accipiat 10. a ſecundo, habebit 1 2e + 10. qui numerus quintuplus eſt numeri $\frac{1}{5}$ 2e + 2. atque hic ſecundo ſupereſt, poſtquam primo dederit 10. ergo prius habuit $\frac{1}{5}$ 2e + 12. Si igitur accipiat 5. a primo, habebit $\frac{1}{5}$ 2e + 17. qui numerus duplus eſſe debet numeri 1 2e — 5. qui primo ſupereſt, poſtquam dederit 5. ſecundo. hoc eſt, æqualitas erit inter $\frac{1}{5}$ 2e + 17. & 2 2e — 10. Additisq. 10. vtrobique, inter $\frac{1}{5}$ 2e + 27. & 2 2e. Et ſi auferatur $\frac{1}{5}$ 2e. vtrobique, inter 27. & 1 $\frac{4}{5}$ 2e. Diuiſis igitur 27. per 1 $\frac{4}{5}$. hoc eſt, per $\frac{9}{5}$. fiet 1 2e 15. pro primo numero. Et quia ſecundus habebat $\frac{1}{5}$ 2e + 12. erit quoque ſecundus numerus 15. Atque duo hi numeri 15. & 15. quæſtioni ſatisfaciunt. Nam ſi primus accipiat 10. a ſecundo, habebit 25. qui numerus quintuplus eſt reliqui, qui ſecundo ſupereſt, nimirum numeri 5. Secundus vero accipiens 5. a primo, habebit 20. numerum videlicet duplum numeri 10. qui primo ſupereſt.

LVIII. 58 *Tres numeros inuenire, vt bini quique faciant tres numeros propoſitos, dummodo ſemiſſis ſummæ propoſitorum numerorũ maior ſit ſingulis propoſitis numeris.*

DEBEAT primus cum ſecundo efficere 20. ſecundus cum tertio 30. ac tertius cum primo 40. qui omnes ſimul faciunt numerum 90. cuius ſemiſſis 45. maior eſt quam 20. & quam 30. & quam 40. Quod ſi tertius numerus effectus deberet eſſe 50. vel maior, res non ſuccederet, quia omnes tres efficerent 100. vel maiorem numerum, cuius ſemiſſis eſſet vel æqualis vni eorum, nimirum 50. vel minor. Vt ſi tertius eſſet 51. vel 60. eſſent omnes tres 101. vel 110. cuius ſemiſſis 50 $\frac{1}{2}$. vel 55. minor eſſet tertio 51. vel 60. Sed operatio ipſa probe

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

probe te docebit, an quæstio possibilis sit, nec ne. Ponatur ergo summa trium numerorum quæsitorum esse 1 ℞. Et quia primus ac secundus conficiunt 20. erit tertius 1 ℞ — 20. Item quia secundus ac tertius faciunt 30. erit primus 1 ℞—30. Denique quia tertius ac primus faciunt 40. erit secundus 1 ℞—40. Hi omnes tres simul cōficiunt 3 ℞ — 90. quæ summa æqualis debet esse summæ omnium, quæ posita est 1 ℞. Est ergo æquatio inter 1 ℞. & 3 ℞— 90. Additisq. 90. vtrinque, inter 1 ℞+90. & 3 ℞. Ablataq. 1 ℞. vtrinque, inter 90. & 2 ℞. Diuisis igitur 90 per 2. fiet 1 ℞. 45. summa omniū trium quæsitorum numerorum ∴ Et quoniam primus inuentus fuit 1 ℞—30. erit ipse primus 15. Secundus autem erit 5. nimirum 1 ℞ — 40. Ac tertius 25. videlicet 1 ℞ — 20. Itaq. tres numeri ordine inuenti sunt 15.5.25. manifestumq. est, primum ac secundum efficere 20. secundum ac tertium 30. tertium denique ac primum 40.

Aliter. Ponatur primus 1 ℞. eritq. propterea secundus 20—1 ℞. vt cum primo, nimirum cum 1 ℞. facere possit 20. qui secundus numerus habebitur, si primus 1 ℞. ex 20. dematur. Tertius autem erit 10 + 1 ℞. vt cum secundo, id est, cum 20 —1 ℞. facere possit 30. habebiturq. hic tertius, si secundus 20 — 1 ℞. dematur ex 30. Iam tertius 10+1 ℞. cum primo 1 ℞. facit 2 ℞ +10. qui numerus æqualis debet esse 40. Demptis igitur 10. vtrinque, erit æquatio inter 2 ℞. & 30. Diuisisq. 30. per 2. fiet 1 ℞. 15. pro primo numero. Secundus ergo 20 —1 ℞. erit 5. Et tertius 10+1 ℞. erit 25. vt prius.

59 ***Quatuor numeros inuenire, ita vt terni quique efficiant quatuor numeros propositos; dummodo tertia pars summæ propositorum numerorum maior sit singulis propositis numeris.*** LIX

DEBEAT primus, secundus, ac tertius facere 20. Secundus, tertius, & quartus 22. Tertius, quartus, ac primus 24. Quartus denique, primus, & secundus 27. qui omnes quatuor faciunt 93. cuius numeri pars tertia 31. maior est quam 20. & quam 22. & quam 24. & quam 27. Quod si quartus deberet esse 40. res non succederet, quia omnes quatuor efficerent 106. cuius tertia pars 35 $\frac{1}{3}$. non maior est, quam 40. sed minor. Impossibilitatem porrò quæstionis ipsamet operatio indicabit. Ponatur summa omnium quatuor esse 1 ℞. Et quia primus secundus & tertius faciunt 20. erit quartus 1 ℞ — 20. Eadem ratione erit primus 1 ℞ — 22. Et secundus 1 ℞ — 24. Ac tertius denique 1 ℞—27. Hi omnes quatuor faciunt 4 ℞ — 93. quæ summa æqualis debet esse summæ omnium, quam posuimus 1 ℞. Est igitur æquatio inter 1 ℞. & 4 ℞ — 93. Additisq. 93. vtrinque, inter 1 ℞+93. & 4 ℞. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, inter 93. & 3 ℞. Diuisis igitur 93. per 3. fiet 1 ℞. 31. Et quoniam primus fuit inuentus 1 ℞ — 22. erit ipse primus 9. Eademq. de causa, se-

cundus 7. Tertius 4. & quartus 11. qui quatuor numeri problema efficiunt.

Hoc ænigma alio modo ſoluemus in quinque numeris in ænigmate 127.

SCHOLIVM.

EADEM arte inuenientur quinque numeri, vt quaterni quique efficiant quinque numeros propoſitos; dummodo quarta pars ſummæ propoſitorum numerorum ſingulis numeris propoſitis maior ſit. Item ſex numeri, ſi tamen quinta pars maior ſit, &c. Et ſic deinceps quotcunque numeri, ſi modo pars ſummæ determinata à numero propoſitorum numerorum, vno minus, maior ſit ſingulis numeris propoſitis.

LX. 60 *Tres numeros inuenire, vt bini quique ſimul ſumpti excedant reliquum dato numero.*

STATVATVR primum & ſecundum ſuperare tertium 20. vnitatibus: Exceſſum ſecundi ac tertij ſimul ſupra primum eſſe 30. vnitatum: Et denique exceſſum inter tertium ac primum ſimul, & ſecundum eſſe 40. vnitatum. Ponantur omnes tres eſſe 1 ꝛe. Et quoniam primus & ſecundus ſuperant tertium 20. vnitatibus; addito communi tertio, a ſuperabunt quoque primus, ſecundus & tertius ſimul, tertium duplicatum eiſdem 20. vnitatibus: ideoq. omnes tres æquales erunt tertio duplicato, vnà cum 20. quia numerus cõpoſitus ex tertio duplicato, & 20. ſuperat quoque tertium duplicatum 20. vnitatibus. Si igitur a ſumma omnium trium, quam poſuimus 1 ꝛe. auferamus 20. remanebit tertius duplicatus 1 ꝛe — 20. atque idcirco tertius ſimplex erit $\frac{1}{2}$ ꝛe — 10. Eadem ratione primus erit $\frac{1}{2}$ ꝛe — 15. & ſecundus $\frac{1}{2}$ ꝛe — 20. Summa ergo omnium trium $\frac{1}{2}$ ꝛe — 45. æqualis erit ſummæ omnium trium numerorum quæſitorum, quam poſuimus eſſe 1 ꝛe; ita vt æquatio ſit inter 1 ꝛe. & $\frac{1}{2}$ ꝛe — 45. Additisq. 45. vtrinque, inter 1 ꝛe + 45. & $\frac{1}{2}$ ꝛe. Ablataq. 1 ꝛe. vtrinque, inter 45. & $\frac{1}{2}$ ꝛe. Diuiſis igitur 45. per $\frac{1}{2}$. fiet 1 ꝛe 90. Cum ergo primus inuentus ſit $\frac{1}{2}$ ꝛe — 15. erit ipſe primus 30. Eandemq. ob cauſam erit ſecundus 25. & tertius 35. qui tres numeri problema conficiunt.

a 16. pronũc. primi.

Aliter. Ponatur tertius 1 ꝛe. Et quoniam primus ac ſecundus ſuperant tertium 20. vnitatibus; erunt primus & ſecundus ſimul 1 ꝛe + 20. cum hic numerus excedat quoque 1 ꝛe. 20. vnitatibus. Ponatur deinde ſecundus 25. ſemiſſis videlicet ſummæ 50. ex 20. & 30. collectæ. Cum ergo primus & ſecundus ſimul inuenti ſint eſſe 1 ꝛe + 20. ſi dematur ſecundus 25. relinquetur primus 1 ꝛe — 5. Quia vero tertius cum primo ſuperare debet ſecundum 40. vnitatibus: Faciunt autem tertius 1 ꝛe. & primus 1 ꝛe — 5. numerum 2 ꝛe — 5.

qui

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

qui æqualis erit numero 65. cum hic ſecundum 25. ſuperet 40. vnitatibus: atque ita æquatio erit inter 2 ℞ — 5 & 65. Additisq. 5. vtrinque, inter 2 ℞. & 70. Diuiſis igitur 70. per 2. fiet 1 ℞. 35. tertius numerus. Primus erit 30. nimirum 1 ℞ — 5. Et ſecundus 25. vt ſupra.

Aliter. Ponatur primus & ſecundus ſimul 1 ℞, eritq. propterea tertius 1 ℞ — 20. vt nimirum primus & ſecundus ſimul, id eſt, 1 ℞. ſuperet tertium 20. vnitatibus: qui tertius habebitur, ſi ex primo 1 ℞. demantur 20. Ergo omnes tres erunt 2 ℞ — 20. Et quia ſecundus ac tertius ſuperare debent primum numero 30. addito communi primo, ſuperabunt omnes tres primum duplicatum eodem numero 30. Demptis igitur 30. ex omnibus tribus, id eſt, ex 2 ℞ — 20. remanebit primus duplicatus 2 ℞ — 50. ideoq. ſimplex primus 1 ℞ — 25. Primus ergo 1 ℞ — 25. & tertius 1 ℞ — 20. faciunt ſummam 2 ℞ — 45. quæ ex omnibus tribus, id eſt, ex 2 ℞ — 20. ſubtracta relinquet ſecundum 25. Et quoniam primus ac tertius faciunt, vt dictum eſt proxime, ſummam 2 ℞ — 45. quæ debet ſecundum 25. ſuperare numero 40. Si ſecundus 25. ſubtrahatur a prædicta ſumma, relinquetur numerus 2 ℞ — 70. æqualis dicto exceſſui 40. Additis igitur 70. vtrinque, erit æquatio inter 2 ℞. & 110. Diuiſisq. 110. per 2. fiet 1 ℞. 55. Primus ergo numerus 1 ℞ — 25. erit 30. Secundus vero eſt 25. & tertius 1 ℞ — 20. erit 35. vt prius.

61 ***Quatuor numeros inuenire, vt terni quique ſimul ſumpti excedant reliquum dato numero: dummodo ſemiſſis ſummæ ex quatuor numeris poſtulatis collectæ maior ſit ſingulis numeris datis.*** LXI.

POSTVLETVR, vt primus, ſecundus, ac tertius ſimul excedant quartum 20. vnitatibus: Et ſecundus, tertius, ac quartus primum 30. vnitatibus: Et tertius, quartus, ac primus ſecundum 40. vnitatibus: Ac denique quartus, primus ac ſecundus tertium 50. vnitatibus. Vbi vides, quatuor numeros datos facere 140. cuius numeri ſemiſſis 70. maior eſt ſingulis datis. Nam ſi conditio hæc non adſit, erit quæſtio impoſſibilis. Vt ſi vltimus exceſſus detur 90. facient omnes exceſſus numerum 180. cuius ſemiſſis 90. maior non eſt dato exceſſu 90. quæſtio erit inexplicabilis. Ponantur ergo omnes quatuor numeri 1 ℞. Et quoniam primus, ſecundus, ac tertius excedunt quartum 20. vnitatibus; addito communi quarto, [a] ſuperabunt quoque primus, ſecundus, tertius ac quartus quartum duplicatum iiſdem 20. vnitatibus; ideoq. omnes quatuor æquales erunt quarto duplicato, vna cum 20, quia numerus compoſitus ex quarto duplicato, & 20. ſuperat quoque quartum duplicatum 20. vnitatibus. Si igitur a ſumma omnium quatuor, quam poſuimus 1 ℞. auferantur 20. remanebit quartus duplicatus 1 ℞ — 20. atque adeo quartus ſimplex erit $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. Eadem ratione erit primus

a 16. pronũc. primi.

$\frac{1}{2}$ ℞ — 15.

$\frac{1}{2}$ ℞—15. Et secundus $\frac{1}{2}$ — 20. Et tertius $\frac{1}{2}$ ℞ — 25. Summa ergo omnium quatuor 2 ℞ — 70. æqualis erit priori summæ omnium quatuor, quam posuimus 1 ℞. ita vt æquatio sit inter 1 ℞. & 2 ℞ — 70. Additisq. 70. vtrinque, inter 1 ℞+70. & 2 ℞. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, inter 70. & 1 ℞. Erit igitur 1 ℞ 70. Cum ergo primus inuentus sit $\frac{1}{2}$ ℞—15. erit ipse primus 20. Eandemq. ob causam secundus erit 15. Tertius 10. & quartus 25. qui; omnes quæstionem expediunt.

Aliter. Ponatur quartus 1 ℞. Et quoniam primus, secundus, ac tertius excedunt quartum 20. vnitatibus: Erunt illi tres simul 1 ℞ + 20. cum hic numerus superet 1 ℞. similiter 20. vnitatibus. Rursus quia secundus, tertius, & quartus excedunt primum 30. vnitatibus; ponatur summa secundi ac tertij 25. semissis videlicet primorum duorum excessuum 20. & 30. simul. Quia igitur primus, secundus, ac tertius faciunt, vt diximus, 1 ℞ + 20. si auferatur secundus, ac tertius simul, nimirum 25. reliquus erit primus 1 ℞—5. exceditq. summa 1 ℞+25. ex secundo, tertio, & quarto collecta, primum 1 ℞—5. numero 30. vt patet, si primus 1 ℞—5. auferatur ex 1 ℞+25. summa secundi, tertij, & quarti. Rursus, quia primus inuentus est 1 ℞ — 5. Secundus vero ac tertius faciunt 25. quartus denique positus est 1 ℞. erunt omnes quatuor 2 ℞+20. Cum ergo tertius, quartus, ac primus excedant secundum numero 40. Addito communi secundo, [a] excedent omnes quatuor secundum duplicatũ eodem numero 40. Ablatis igitur 40. ex summa 2 ℞+20. omnium quatuor, relinquetur secundus duplicatus 2 ℞ — 20. ipseq. secundus semel sumptus erit 1 ℞ — 10. qui subtractus ex 25. summa secundi ac tertij, reliquum faciet tertium 35 — 1 ℞. Quoniam vero quartus, primus, & secundus faciunt 3 ℞ — 15. debentq. superare tertium numero 50. superant autem tertium 35—1 ℞. numero 4 ℞ — 50. vt constat, si tertius 35 — 1 ℞. detrahatur ex prædicta summa 3 ℞ — 15. Est ergo æquatio inter 4 ℞ — 50. & 50. Additisq. 50. vtrinque, inter 4 ℞. & 100. Diuisis ergo 100. per 4. fiet 1 ℞. 25. Primus ergo 1 ℞ — 5. erit 20. Secundus 1 ℞ — 10. erit 15. Tertius 35 — 1 ℞. erit 10. Et quartus 1 ℞. erit 25. quemadmodum prius.

[a] 16. pronũc. primi.

Aliter. Ponatur summa omnium 1 ℞. Et quia priores tres excedere debent quartum numero 20. diuidenda erit 1 ℞. in duas partes, quarum maior minorem superet numero 20. Maior enim pars erit summa priorum trium, & minor pars erit quartus numerus. Diuisio autem hæc ita fiet, vt in scholio ænigmatis 1. tradidimus. Dematur numerus 20. ex 1 ℞. vt reliquus sit numerus 1 ℞ — 20. Huius enim semissis $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. erit minor pars. Et si ad hanc addatur idem numerus 20. fiet maior pars $\frac{1}{2}$ ℞ + 10. Erit ergo quartus numerus $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. & priores quatuor $\frac{1}{2}$ ℞ + 10. Pari ratione, quia secundus, tertius, & quartus debent execedere primum numero 30. demantur 30. ex 1 ℞. Reliqui enim numeri 1 ℞ —30. semissis $\frac{1}{2}$ ℞ — 15. erit primus numerus. Item quia tertius, quartus,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

tus, & primus ſuperare debent ſecundum numero 40. ſi demantur 40. ex 1 ℞. erit reliqui numeri 1 ℞ — 40. ſemiſſis $\frac{1}{2}$ ℞ — 20. ſecũdus numerus. Denique quia quartus, primus, & ſecundus ſuperare debent tertium numero 50. ſi tollantur 50. ex 1 ℞. erit reliqui numeri 1 ℞ — 50. ſemiſſis $\frac{1}{2}$ ℞ — 25. tertius numerus. Omnes 4. inuenti $\frac{1}{2}$ ℞ — 15. $\frac{1}{2}$ ℞ — 20. $\frac{1}{2}$ ℞ — 25. & $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. faciunt ſummam 2 ℞ — 70. quæ æqualis eſſe debet ſummæ omnium, quam poſuimus 1 ℞. Eſt ergo æquatio inter 1 ℞. & 2 ℞ — 70. Additisq. 70. vtrinque, inter 1 ℞ + 70. & 2 ℞. Ablataq. 1 ℞. vtrinque, inter 70. & 1 ℞. eritq. 1 ℞. 70. & $\frac{1}{2}$ ℞ 35. Primus ergo $\frac{1}{2}$ ℞ — 15. erit 20. Secundus $\frac{1}{2}$ ℞ — 20. erit 15. Tertius $\frac{1}{2}$ ℞ — 25. erit 10. Et quartus $\frac{1}{2}$ ℞ — 10. erit 25. veluti prius.

SCHOLIVM.

EODEM modo reperientur quinque numeri, vt quaterni quique ſuperent reliquum dato numero; dummodo tertia pars ſummæ ex quinque poſtulatis exceſſibus maior ſit ſingulis numeris. Pari ratione inuenientur ſex, ſi tamen quarta pars maior ſit, &c. Atque ita deinceps quotcunque numeri, ſi modo pars ſummæ denominata a numero datorum exceſſuum, minus duobus, maior ſit ſingulis exceſſibus datis.

62 ***Tres numeros inuenire, quorum maximus medium ſuperet data parte minimi: Medius quoque minimum ſuperet data parte maximi: Minimus denique datam medij partem excedat numero dato.*** LXII.

SVPERET maximus medium tertia parte minimi: Medius minimum tertia quoque parte maximi: Minimus denique tertiam item partem medij excedat 10. vnitatibus. Ponatur minimus 1 ℞ + 10. & medius 3 ℞. Ita enim minimus tertiam medij partem ſuperabit numero 10. Et quoniam medius minimum ſuperare debet tertia parte maximi. Superat autem medius 3 ℞. minimum 1 ℞ + 10. numero 2 ℞ — 10. vt patet, ſi ſubtractio fiat 1 ℞ + 10. ex 3 ℞. Igitur tertia pars maximi erit 2 ℞ — 10. atque idcirco maximus erit 6 ℞ — 30. Rurſus quoniam maximus medium ſuperare debet tertia parte minimi: Superat autem maximus 6 ℞ — 30. medium 3 ℞. numero 3 ℞ — 30. qui æqualis erit tertiæ parti minimi: ideoq. minimus erit 9 ℞ — 90. Fuit autem minimus poſitus 1 ℞ + 10. Eſt ergo æquatio inter 9 ℞ — 90. & 1 ℞ + 10. Additisq. 90. vtrinque, inter 9 ℞. & 1 ℞ + 100. Ablataq. 1 ℞. vtrinque, inter 8 ℞. & 100. Diuiſis ergo 100. per 8. fiet 1 ℞. 12 $\frac{1}{2}$. Igitur minimus 1 ℞ + 10. erit 22 $\frac{1}{2}$. Medius 3 ℞. erit 37 $\frac{1}{2}$. Maximus denique 6 ℞ — 30. erit 45. Nam maximus 45. ſuperat medium 37 $\frac{1}{2}$. numero 7 $\frac{1}{2}$. qui tertia pars eſt minimi 22 $\frac{1}{2}$. Medius vero 37 $\frac{1}{2}$. ſuperat

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

rat minimum 22 $\frac{1}{2}$. numero 15. qui tertia pars eſt maximi 45. Minimus denique 22 $\frac{1}{2}$. ſuperat 12 $\frac{1}{2}$. tertiam partem medij 37 $\frac{1}{2}$. numero 10. vt propoſitum eſt.

QVOD ſi maximus medium ſuperare debeat ſemiſſe minimi: medius minimum quarta parte maximi: Et minimus tertiam partem medij numero 8. Ponatur minimus 1 ꝛe + 8. Et medius 3 ꝛe. vt ille tertiam huius partem excedat octonario. Et quia medius minimum ſuperare ponitur quarta parte maximi: Superat autem medius 3 ꝛe. minimum 1 ꝛe + 8. numero 2 ꝛe — 8. Igitur quarta pars maximi erit 2 ꝛe—8. ac proinde maximus erit 8 ꝛe—32. Rurſus quia maximus medium ſuperare debet ſemiſſe minimi; Superat autem maximus 8 ꝛe—32. medium 3 ꝛe. numero 5 ꝛe—32. qui æqualis erit ſemiſſi minimi; proptereaq. minimus erit 10 ꝛe—64. Fuit autem idē poſitus 1 ꝛe+8. Eſt ergo æquatio inter 10 ꝛe —64. & 1 ꝛe+8. Additisq. 64. vtrinque, inter 10 ꝛe. & 1 ꝛe+72. Ablataq. 1 ꝛe. vtrinque, inter 9 ꝛe. & 72. Diuiſis ergo 72. per 9. fiet 1 ꝛe. 8. Ac proinde minimus 1 ꝛe+8. erit 16. Medius vero 3 ꝛe. erit 24. Maximus denique 8 ꝛe—32. erit 32.

SI quis proponeret, maximum debere ſuperare medium ſemiſſe minimi: Medium quoque minimum ſemiſſe maximi: Minimum denique ſemiſſem medij binario; quæſtio eſſet impoſſibilis, vt ipſa operatio per Algebram abundè docebit. Ponatur enim minimus 1 ꝛe + 2. Et quia debet ſuperare ſemiſſem medij binario, erit medius 2 ꝛe. Quia vero minimum medius ſuperare debet ſemiſſe maximi: Superat autem medius 2 ꝛe. minimum numero 1 ꝛe — 2. qui ſemiſſis debet eſſe maximi. Maximus ergo erit 2 ꝛe — 4. quod eſt abſurdum, cum medius inuentus ſit 2 ꝛe. maior quam 2 ꝛe—4.

LXIII. 63 *Tres numeros inuenire, ita vt ſi quiſque proximè ſequenti det datam ſui partem, inter eos, qui dederunt, & acceperunt, reperiatur æqualitas.*

DET primus ſecundo tertiam ſui partem: Secundus tertio quartam ſui partem: Et tertius primo quintam ſui partem: Et cum ſibi mutuò dictas partes dederint, & ab alijs acceperint, fiant tres numeri æquales. Ponatur primus 3 ꝛe. vt tertiam partem habeat ſine fractione. Secundus autem, 4. vnitatum, vt quartam partem ſine fractione habeat. Si ergo hic ſecundus 4. accipiat $\frac{1}{3}$. primi 3 ꝛe. nimirum 1 ꝛe. atque det $\frac{1}{4}$. nimirum 1. tertio, habebit ipſe ſecundus 3+1 ꝛe. Ac tantundem habere debet primus, vbi dederit, acceperitque, quæ iubentur. At primus 3 ꝛe. ſi tertiam partem dederit 1 ꝛe. & acceperit 3—1 ꝛe. tum demum habebit 1 ꝛe +3. vel 3+1 ꝛe. vt patet, ſi addantur 3— 1 ꝛe. ad 2 ꝛe. quod hæc formula docet. Inuenies autem 3 — 1 ꝛe. ſi reliquum primi, nimirum 2 ꝛe. dempſeris ex 3 + 1 ꝛe. Ergo 3— 1 ꝛe. erit quinta pars tertij:

2 ꝛe + 0
— 1 ꝛe + 3
+ 1 ꝛe + 3

quan-

quandoquidem eam dans reliquo primi, nimirum 2 ℞. facit 3+1 ℞. Igitur tertius erit 15—5 ℞. qui si dederit primo quintam sui partē, hoc est, 3—1 ℞. remanebunt illi 12—4 ℞. Et si a secundo 4. acceperit quartam partem, nimirum 1. habebit 13 —4 ℞. qui numerus æqualis esse debet 3 + 1 ℞. quantum scilicet tam primus, quam secundus habet, vt dictum est. Est ergo æquatio inter 13 —4 ℞. & 3+1 ℞. Additisq. 4 ℞. vtrinque, inter 13. & 3+5 ℞. Ablatisq. 3. vtrinque, inter 10. & 5 ℞. Diuisisq. 10. per 5. fiet 1 ℞. 2. Ac propterea primus numerus 3 ℞. erit 6. Secundus 4. vt posuimus, & tertius 15—5 ℞. erit 5. Si namq. primus 6. dederit tertiam sui partem 2. acceperitq. quintam partem tertij, videlicet 1. habebit 5. Ac tantundem habebit secundus 4. si dederit quartam sui partem 1. tertio, acceperitq. tertiam partem primi. Item tantum quoque habebit tertius 5. si dederit primo quintam partem, id est, 1. acceperitq. a secundo 4. quartam partem, videlicet 1. quod est propositum.

QVOD si primus secundo debeat dare $\frac{1}{2}$. Secundus tertio $\frac{1}{4}$. & tertius primo $\frac{1}{3}$. Ponatur primus 2 ℞. vt habeat $\frac{1}{2}$. sine fractione; Secundus autem 4. vt habeat $\frac{1}{4}$. sine fractione. Secundus igitur postquam dederit $\frac{1}{4}$. tertio, sumpseritq. $\frac{1}{2}$. a primo, habebit 1 ℞+3. Ac tantundem habere debet primus, postquam dederit $\frac{1}{2}$. secundo, acceperitq. $\frac{1}{3}$. a tertio. At primus, postquam dederit $\frac{1}{2}$. secundo, habebit 1 ℞. reliquam, quæ cum 3. facit 1 ℞+3. Est ergo 3. tertia pars tertij, ideoq. tertius erit 9. Reliquum est, vt tertius 9. postquā dederit $\frac{1}{3}$. primo, sumpseritq. $\frac{1}{4}$. a secundo, habeat quoque 1 ℞+3. Habebit autem, si imperata fecerit, 7. Ergo æqualitas est inter 7. & 1 ℞ + 3. Ablatisq. 3. vtrinque, inter 4 & 1 ℞. Igitur 1 ℞. erit 4. ideoq. primus, quem posuimus 2 ℞. erit 8. Secundus 4. & tertius 9. Nam primus 8. si det $\frac{1}{2}$. accipiatq. $\frac{1}{3}$. tertij, habebit 7. quemadmodum secundus, si det $\frac{1}{4}$. & accipiat $\frac{1}{2}$. primi. Nec non tertius, si det $\frac{1}{3}$. sumatq. $\frac{1}{4}$. secundi. Omnesq. tres numeri faciunt 21. triplum videlicet numeri 7. quem quisque facit. quemadmodum etiā in primo exemplo omnes tres numeri 6. 4. 5. faciunt 15. triplum scilicet numeri 5. quem quisque facit. In secundo porrò exemplo huius ænigmatis vides, non esse necessarium, vt partes datæ habeant denominatores, qui semper crescant ordine, vt in primo exemplo contigit.

64 *Quatuor numeros inuenire ea lege, vt cum quiuis eorum proximè insequenti datam sui partem dederit, inter eos, qui dederunt, & acceperunt, reperiatur æqualitas.* LXIIII.

DET primus secundo tertiam sui partem: Secundus tertio quartam: Tertius quarto quintam: Et quartus primo sextam. Ac tandem, postquam dederint, acceperintq. dictas partes, fiant 4. nu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

meri æquales. Ponatur primus 3 ℞. vt tertiam partem ſine fractione habeat. Secundus autem 4. vnitatum, vt quartam partem habeat ſine fractione. Si ergo hic ſecundus accipiat $\frac{1}{3}$. primi 3 ℞. nimirũ 1 ℞. atque det $\frac{1}{4}$. videlicet 1. tertio, habebit ipſe 1 ℞ + 3. Ac tantundem oportet habere primum, poſtquam ſecundo dederit $\frac{1}{3}$. nimirum 1 ℞. acceperitq. a quarto partem ſextam. Sed ſi det $\frac{1}{3}$. videlicet 1 ℞. ſuperſunt illi 2 ℞. quæ cum 3 — 1 ℞. conſtituunt 1 ℞ + 3. vt ex hac formula colligitur.

2 ℞ + 0
— 1 ℞ + 3
+ 1 ℞ + 3

Inuenies autem 3 — 1 ℞. ſi 2 ℞. tolles ex 1 ℞ + 3. Ergo ſexta pars quarti erit 3 — 1 ℞. Et ipſe quartus erit 18 — 6 ℞. Hic quartus ſi det $\frac{1}{6}$. remanebunt illi 15 — 5 ℞. & ſi accipiat $\frac{1}{5}$. tertij, debet habere 1 ℞ — 3. ſicut tam primus, quam ſecundus. Sed ſi addantur 6 ℞ — 12. ad 15 — 5 ℞. fit 1 ℞ + 3. vt in hac formula apparet,

15 — 5 ℞
— 12 + 6 ℞
+ 3 + 1 ℞

Inuenies autem 6 ℞ — 12. ſi 15 — 5 ℞. demantur ex 1 ℞ + 3. Igitur $\frac{1}{5}$. tertij erit 6 ℞ — 12. ipſeq. tertius erit 30 ℞ — 60. Reliquum eſt iam, tertium hunc habere quoque 1 ℞ + 3. poſtquam quarto dederit $\frac{1}{5}$. videlicet 6 ℞ — 12. acceperitq. $\frac{1}{4}$. ſecundi 4. At ſi det $\frac{1}{5}$. ſuperſunt illi 24 ℞ — 48. Et ſi acceperit $\frac{1}{4}$. a ſecundo, nimirum 1. habebit 24 ℞ — 47. qui numerus æqualis debet eſſe 1 ℞ + 3. Additis igitur 47. vtrinque, erit æqualitas inter 24 ℞. & 1 ℞ + 50. Ablataq. 1 ℞. vtrinque, inter 23 ℞. & 50. Diuiſis ergo 50. per 23. fiet 1 ℞. $\frac{50}{23}$. Quocirca primus numerus 3 ℞ erit $\frac{150}{23}$. Et ſecundus 4. ſiue $\frac{92}{23}$. Ac tertius 30 ℞ — 60. erit $\frac{120}{23}$. Quartus deniq. 18 — 6 ℞. erit $\frac{114}{23}$. qui ænigma conficiunt. Et ſi abſtuleris denominatores, erunt quatuor numeri quæſiti integri 150. 92. 120. 114. propterea quod numeratores eandem proportionem habent, quam ipſæ minutiæ, propter eundem denominatorem, vt ad finem lib. 9. Eucl. demonſtrauimus.
a 15.quinti. [a] Et partes in quæſtione expreſſæ ita ſe habent ad numeros integros, vt ad dictas minutias. quia ita ſe habet V. g. $\frac{1}{3}$. numeri 12. ad 12. vt $\frac{1}{3}$. numeri 90. ad 90. &c. Itaque ſi primus 150. det $\frac{1}{3}$. nimirum 50. ſupererunt 100. & ſi accipiat $\frac{1}{6}$. quarti 114. nimirum 19. habebit 119. Item ſi ſecundus 92. det $\frac{1}{4}$. ſui numeri nimirum 23. remanebunt 69. & ſi accipiat $\frac{1}{3}$. primi 150. nimirum 50. habebit ſimiliter 119. Sic quoque ſi tertius 120. det $\frac{1}{5}$. ſui numeri, hoc eſt, 24. remanebunt 96. & ſi accipiat $\frac{1}{4}$. ſecundi 92. nimirum 23. habebit 119. Denique eodem modo, ſi quartus 114. det $\frac{1}{6}$. ſui numeri, videlicet 19. ſupererunt 95. & ſi accipiat $\frac{1}{5}$. tertij 120. nimirum 24. habebit 119.

HIC etiam omnes 4. numeri inuenti 150. 92. 120. 114. efficiunt 476. quadruplum videlicet numeri 119. quem vnuſquiſque facit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SCHOLIVM.

EODEM modo inuenientur 5. numeri, vel plures, ita vt, postquam vnusquisque sequenti partem datam dederit, tandem fiant 5. numeri æquales, vel plures. Omnesq simul facient semper summam, quæ toties numerum, quem singuli faciunt, continebit, quot sunt ipsi numeri.

Sint enim inueniendi 5. numeri, vt cum primus dederit $\frac{1}{3}$. secundo, acceperitq. $\frac{1}{5}$. a quinto: Secundus vero dederit $\frac{1}{2}$. tertio, acceperitq. $\frac{1}{3}$. a primo: Item tertius dederit $\frac{1}{7}$. quarto, acceperitq. $\frac{1}{2}$. a secundo: Quartus autem dederit $\frac{1}{6}$. quinto, acceperitq. $\frac{1}{7}$. a tertio. Quintus denique dederit $\frac{1}{5}$. primo, acceperitq. $\frac{1}{6}$. a quarto; fiant tandem 5. numeri æquales. Ponatur primus 3 ℞. vt habeat $\frac{1}{3}$. sine fractione. Secundus vero 2. vt habeat $\frac{1}{2}$. sine fractione. Si ergo secundus det $\frac{1}{2}$. tertio, id est, 1. remanebit illi 1. Et si accipiat $\frac{1}{3}$. a primo, nimirum 1 ℞. habebit 1 ℞ + 1. quem numerum vnusquisque tandem habere debet. Primo autem, si det $\frac{1}{3}$. secundo, supererunt 2 ℞. quæ cum $\frac{1}{5}$. quinti facere debent 1 ℞ + 1. At 2 ℞. cum 1 — 1 ℞. faciunt 1 ℞ + 1. vt constat, si 2 ℞. detrahantur ex 1 ℞ + 1. Igitur quinta pars quinti erit 1 — 1 ℞. & totus quintus 5 — 5 ℞. Huic quinto, si det $\frac{1}{5}$. remanebunt 4 — 4 ℞. quæ cum $\frac{1}{6}$. quarti facere debent 1 ℞ + 1. Faciunt autem 4 — 4 ℞. cum 5 ℞ — 3. numerum 1 ℞ + 1. vt patet, si 4 — 4 ℞. detrahantur ex 1 ℞ + 1. Igitur $\frac{1}{6}$. quarti numeri erit 5 ℞ — 3. totusq. quartus erit 30 ℞ — 18. Huic quarto si det $\frac{1}{6}$. quinto, supererunt 25 ℞ — 15. quæ cum $\frac{1}{7}$. tertij facere debent 1 ℞ + 1. Faciunt autem 25 ℞ — 15. cum 16 — 24 ℞. numerum 1 ℞ + 1. vt patet, si 25 ℞ — 15. demantur ex 1 ℞ + 1. Igitur 16 — 24 ℞. erunt $\frac{1}{7}$. tertij numeri, totusq. tertius erit 112 — 168 ℞. Huic tertio, si det $\frac{1}{7}$. quarto, remanent 96 — 144 ℞. quæ cum $\frac{1}{2}$. secundi, id est, cum 1. facit 97 — 144 ℞. quæ æqualia debent esse 1 ℞ + 1. Additis 144 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 97. & 145 ℞ + 1. Ablataq. 1. vtrinque, inter 96. & 145 ℞. Diuisis igitur 96. per 145. fiet 1 ℞. $\frac{96}{145}$. Ergo primus numerus positus 3 ℞. erit $\frac{288}{145}$. Secundus autem positus 2. erit $\frac{290}{145}$. Tertius deinde inuentus 112 — 168 ℞. erit $\frac{112}{145}$. Quartus deinde, qui inuentus fuit 30 ℞ — 18. erit $\frac{270}{145}$. Quintus denique inuentus 5 — 5 ℞. erit $\frac{245}{145}$. Et deletis denominatoribus, erunt quinque numeri inuenti integri. 288. 290. 112. 270. 245. qui problemati satisfaciunt. Nam si datas partes dent, & recipiant, vnusquisque habebit 241. qui numerus quintuplicatus facit 1205. summam omnium quinque numerorum inuentorum.

65 *Datum numerum in duas partes diuidere, ita vt posterior pars cum data parte aliquota prioris faciat datum quemlibet numerum.* LXV.

SIT numerus 60. distribuendus in duos, ita vt posterior cum $\frac{1}{5}$. prioris efficiat 28. Ponatur prior pars 5 ℞. vt dare possit $\frac{1}{5}$. sine fra-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ctione: eritq. posterior pars 60 — 5 ℞. quæ si acceperit $\frac{1}{5}$. prioris, nimirum 1 ℞. habebit 60 — 4 ℞. qui numerus æqualis debet esse dato numero 28. Additis igitur 4 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 60. & 4 ℞ + 28. Ablatisq. 28. vtrinque, inter 32. & 4 ℞. Diuisis ergo 32. per 4. fiet 1 ℞. 8. Ac propterea prior pars 5 ℞. erit 40. posterior vero 20. quæ si acceperit $\frac{1}{5}$. prioris, nimirum 8. habebit 28.

SCHOLIVM.

HOC idem sine Algebra efficietur hoc modo. Dempto numero dato, qui effici debet, a numero dato, qui distribuendus est, diuidatur reliquus numerus per denominatorem partis datæ, minus vno. Quotiens namq. per denominatorem partis multiplicatus, exhibebit priorem numerum, &c. Vt in dato exemplo, si datus numerus 28. demätur ex diuidendo numero 60. & reliquus numerus 32. diuidatur per 4. (numerum videlicet vnitate minorem denominatore quintæ partis) fiet Quotiens 8. quo ducto in 5. denominatorem partis quintæ, producetur prior numerus 40. Posterior ergo erit 20.

Si idem numerus 60. secandus sit in duos, ita vt posterior cum $\frac{1}{5}$. prioris efficiat 59. Dempto numero 59. ex 60. & reliquo numero 1. diuiso per 4. fit Quotiens $\frac{1}{4}$. qui ductus in 5. faciet $\frac{5}{4}$. priorem numerum. Posterior ergo erit 58 $\frac{3}{4}$. Nam si huic addatur $\frac{1}{5}$. prioris, nimirum $\frac{1}{4}$. conflabitur datus numerus 59.

LXVI. *66 Duos numeros inuenire, quorum summa æqualis sit dato numero, & posterior cum data parte prioris efficiat datum quoque alium numerum.*

HOC ænigma cum præcedenti coincidit. Nam si summa data secetur in duas partes, vt ibi imperatur, inuenti erunt duo numeri quæsiti. Vt si inueniendi sint duo numeri, quorum summa 60. & posterior numerus cum $\frac{1}{5}$. prioris faciat 28. diuidendus erit numerus 60. vt dictum est, eruntq. quæsiti numeri 40. & 20.

Si vero inueniendi sint duo numeri, quorum summa 60. & posterior cum $\frac{1}{5}$. prioris faciat 59. erit prior numerus 1 $\frac{1}{4}$. posterior autem 58 $\frac{3}{4}$. vt in scholio præcedenti patuit.

LXVII. *67 Tres numeros inuenire, ita vt, cum vnusquisque a summa reliquorum duorum datam partem acceperit, fiant tres numeri æquales.*

FAC, vt si primus sumat a summa reliquorum duorum $\frac{1}{3}$. Secundus a summa reliquorum duorum $\frac{1}{4}$. Et tertius a summa duorum reliquorum $\frac{1}{5}$. fiant tres numeri æquales. Ponatur primus 1 ℞.

summa

ſumma vero reliquorum duorum ponatur numerus 3. vt habeat $\frac{1}{3}$. ſine fractione. Si igitur primus a duobus reliquis accipiat $\frac{1}{3}$. habebit 1 ℞ + 1. Et quia ſecundus a ſumma reliquorum duorum accipiens $\frac{1}{4}$. debet etiam facere 1 ℞ + 1. diuidenda erit ſumma omniũ trium, nimirum 1 ℞ + 3. in duas partes, quarum poſterior cum $\frac{1}{4}$. prioris faciat 1 ℞ + 1. Poſterior enim pars erit ſecundus numerus, & pars prior ſumma primi ac tertij. Diuiſio autem hæc fiet, vt in ſcholio ænigmatis 65. docui, hoc modo. Dempto numero 1 ℞ + 1. qui effici debet, ex ſumma 1 ℞ + 3. omnium trium, diuidatur reliquus numerus 2. per denominatorem partis quartæ, vno minus, nimirum per 3. & quotiens $\frac{2}{3}$. per denominatorem 4. multiplicetur. Procreatus enim numerus $\frac{8}{3}$. erit prior pars, quæ ablata ex ſumma 1 ℞ + 3. omnium trium, relinquet partem poſteriorem 1 ℞ + $\frac{1}{3}$. pro ſecundo numero. Huic enim ſi addatur $\frac{1}{4}$. prioris partis $\frac{8}{3}$. (quæ eſt ſumma primi ac tertij) nimirum $\frac{2}{3}$. fiet numerus 1 ℞ + 1.

Rurſus quia tertius ſumens $\frac{1}{5}$. a ſumma primi & ſecundi debet etiam facere 1 ℞ + 1. diuidenda erit ſumma 1 ℞ + 3. omnium trium eodem modo in duas partes, quarum poſterior cum $\frac{1}{5}$. prioris faciat 1 ℞ + 1. quod ita fiet. Dempto numero 1 ℞ + 1. qui effici debet, ex ſumma 1 ℞ + 3. omnium trium, diuidatur reliquus numerus 2. per denominatorem partis quintæ, vno minus, hoc eſt, per 4. Et quotiens $\frac{2}{4}$. vel $\frac{1}{2}$. in denominatorem 5. ducatur. Productus enim numerus $\frac{5}{2}$. erit prior pars, ſumma videlicet primi ac ſecundi. quæ pars ablata ex ſumma 1 ℞ + 3. omnium trium, reliquam faciet partem poſteriorem 1 ℞ + $\frac{1}{2}$. Hæc enim accipiens $\frac{1}{5}$. ſummæ primi ac ſecundi, quæ fuit $\frac{5}{2}$. hoc eſt, $\frac{1}{2}$. faciet quoque 1 ℞ + 1. Reliquum iam eſt, vt omnes tres numeri inuenti 1 ℞. 1 ℞ + $\frac{1}{3}$. 1 ℞ + $\frac{1}{2}$. conficiant ſummam 1 ℞ + 3. omnium trium. Faciunt autem 3 ℞ + $\frac{5}{6}$. Eſt ergo æquatio inter 1 ℞ + 3. & 3 ℞ + $\frac{5}{6}$. Et ablata 1 ℞ vtrinque, inter 3. & 2 ℞ + $\frac{5}{6}$. Ablatisq. $\frac{5}{6}$ vtrinque, inter 2 $\frac{1}{6}$. & 2 ℞. Diuiſis igitur 2 $\frac{1}{6}$. per 2. fiet 1 ℞. $\frac{13}{12}$. pro primo numero quæſito, qui poſitus fuit 1 ℞. Secundus, qui inuentus fuit 1 ℞ + $\frac{1}{3}$. erit $\frac{51}{36}$. ſiue $\frac{17}{12}$. Tertius denique, quem inuenimus eſſe 1 ℞ + $\frac{1}{2}$. erit $\frac{38}{24}$. hoc eſt, $\frac{19}{12}$. Et ſi neglexeris denominatores, erunt tres numeri quæſiti integri 13. 17. 19. problema propoſitum abſoluentes. Nam & primus 13. cum $\frac{1}{3}$. ſecundi & tertij, id eſt, cum 12. & ſecundus 17. cum $\frac{1}{4}$. primi & tertij, hoc eſt, cum 8. & tertius 19. cum $\frac{1}{5}$. primi & ſecundi, nimirum cum 6. facit 25.

Hic autem ſumma trium numerorum inuentorum 49. non eſt tripla numeri 25. quem vnuſquiſque facit: quemadmodum in ænigmate 63. fiebat.

68 ***Quatuor numeros inuenire ea conditione, vt cum vnuſquiſque a ſumma reliquorum trium datam partem acceperit, fiant quatuor numeri æquales.*** LXVIII.

STA-

STATVAMVS, vt si primus sumat $\frac{1}{3}$. summæ aliorum trium: Secundus $\frac{1}{4}$. summæ aliorum trium: Tertius $\frac{1}{5}$. summæ trium reliquorum: Quartus denique $\frac{1}{6}$. summæ aliorum trium; quatuor numeri fiant æquales. Ponatur primus 1 ℞. & summa aliorum trium numerus 3. habens $\frac{1}{3}$. sine fractione. Primus igitur sumens $\frac{1}{3}$. huius summæ, videlicet 1. faciet 1 ℞ + 1. Et quia secundus cum $\frac{1}{4}$. summæ reliquorum trium debet etiam facere 1 ℞ + 1. diuidenda erit summa 1 ℞ + 3. omnium quatuor in duas partes, quarum posterior cum $\frac{1}{4}$. prioris faciat 1 ℞ + 1. sicut in præcedenti problemate. Posterior enim pars erit secundus numerus, & prior summa primi, tertij, & quarti. Inuenta autem fuit in antecedenti problemate pars posterior 1 ℞ + $\frac{1}{3}$. pro secundo numero.

DEINDE quia tertius sumens $\frac{1}{5}$. summæ primi, secundi, & quarti, debet similiter conficere 1 ℞ + 1. diuidenda rursum erit summa 1 ℞ + 3. omnium quatuor in duas partes, quarum posterior cũ $\frac{1}{5}$. prioris faciat 1 ℞ + 1. Inuenta fuit in præcedenti problemate posterior pars 1 ℞ + $\frac{1}{2}$. pro tertio numero.

POSTREMO quia quartus accipiens $\frac{1}{6}$. summæ reliquorum trium debet etiam facere 1 ℞ + 1. diuidemus summam 1 ℞ + 3. omnium quatuor in duas partes, quarum posterior cum $\frac{1}{6}$. prioris faciat 1 ℞ + 1. quod per scholium ænigmatis 65. ita fiet. Dempto numero 1 ℞ + 1. qui effici debet, ex summa 1 ℞ + 3. omnium quatuor, diuidatur reliquus numerus 2. per denominatorem partis $\frac{1}{6}$. vno minus, nimirum per 5. & quotiens $\frac{2}{5}$. in ipsum denominatorem 6. ducatur. Productus enim numerus $\frac{12}{5}$ erit prior pars, summa scilicet primi, secundi, ac tertij. quæ pars subtracta ex summa 1 ℞ + 3. omnium quatuor, reliquam faciet partem posteriorẽ 1 ℞ + $\frac{3}{5}$. Hæc enim cum $\frac{1}{6}$. prioris, hoc est, cum $\frac{2}{5}$. faciet 1 ℞ + 1. Reliquum iam est, vt omnes 4. numeri inuenti 1 ℞. 1 ℞ + $\frac{1}{3}$. 1 ℞ + $\frac{1}{2}$. 1 ℞ + $\frac{3}{5}$. integrent summam 1 ℞ + 3. omnium quatuor. Faciunt aũt 4 ℞ + $\frac{43}{30}$. Est igitur æqualitas inter 1 ℞ + 3. & 4 ℞ + $\frac{43}{30}$. Ablataq. 1 ℞ vtrinque, inter 3. & 3 ℞ + $\frac{43}{30}$. Ablatisq. $\frac{43}{30}$. vtrinque, inter 1 $\frac{17}{30}$. & 3 ℞. Diuisis ergo 1 $\frac{17}{30}$. siue $\frac{47}{30}$. per 3. fiet 1 ℞. $\frac{47}{90}$. pro primo numero quæsito, quem posuimus esse 1 ℞. Secundus inuentus 1 ℞ + $\frac{1}{3}$. erit $\frac{231}{270}$. hoc est, $\frac{77}{90}$. Tertius autem inuentus 1 ℞ + $\frac{1}{2}$. erit $\frac{184}{180}$. id est, $\frac{92}{90}$. Quartus denique inuentus 1 ℞ + $\frac{3}{5}$. erit $\frac{505}{450}$. siue $\frac{101}{90}$. Et si abieceris denominatores, inuenti erunt quatuor numeri integri 47. 77. 92. 101. qui quæstioni satisfaciunt. Nam & primus 47. cum $\frac{1}{3}$. secundi, tertij, & quarti, id est, cum 90. & secundus 77. cum $\frac{1}{4}$. primi, tertij, & quarti, hoc est, cum 60. & tertius 92. cum $\frac{1}{5}$. primi, secundi, ac quarti, id est, cum 45. & quartus 101. cum $\frac{1}{6}$. primi, secundi, & tertij, videlicet cum 36. facit 137.

Hic etiam summa quatuor numerorum inuentorum 317. quadrupla non est numeri 137. quem vnusquisque facit, quemadmodum in ænigmate 64. fiebat.

SCHO-

SCHOLIVM.

NON aliter inuenientur 5. numeri, vel 6. vel plures ita vt si vnusquisque a summa reliquorum acceperit datam partem, fiant totidem numeri æquales.

69 *Tres numeros inuenire ea lege, vt si vnusquisque proximè insequenti det imperatam sui partem, postquam mutuò dederunt, & acceperunt, singuli habeant eundem numerum datum.* LXIX.

SINT inueniendi tres numeri, vt si primus det $\frac{1}{3}$. secundo; secundus $\frac{1}{4}$. tertio; & tertius $\frac{1}{5}$. primo, fiant tres numeri 30.30.30. In ænigmate 63. inuenimus tres numeros eadem conditione, nisi quòd tres numeros æquales, qui fieri debent, non determinauimus ad certum numerum, vt hic. Ergo inuentis, per ænigma 63. tribus numeris 6. 4. 5. qui illi ænigmati satisfaciunt; vt inueniantur alij tres implentes conditiones huius ænigmatis: ponantur pro tribus numeris tot radices, quot vnitates sunt in tribus numeris inuentis, nimirum 6 ℞. 4 ℞. 5 ℞. Si ergo primus 6 ℞. det $\frac{1}{3}$. supererunt 4 ℞. & si a tertio 5 ℞. accipiat $\frac{1}{5}$. habebit 5 ℞. qui numerus æqualis debet esse imperato numero 30. Quocirca diuisis 30. per 5. fiet 1 ℞. 6. ac proinde primus 6 ℞. erit 36. secundus 4 ℞. erit 24. & tertius 5 ℞. erit 30. Nam primus 36. amittens $\frac{1}{3}$. habebit 24. & accipiens $\frac{1}{5}$. tertij, nimirum 6. habebit 30. Ita quoque secundus 24. dans $\frac{1}{4}$. habebit 18. & recipiens $\frac{1}{3}$. primi, nimirum 12. habebit 30. Ac tandem tertius 30. abijciens $\frac{1}{5}$. habebit 24. & resumens $\frac{1}{4}$. à secundo, nimirum 6. habebit quoque 30. vt alij.

Aliter. Quoniam singuli conficere debent 30. erunt omnes tres numeri quæsiti 90. At tres numeri positi 6 ℞. 4 ℞. 5 ℞. faciunt 15 ℞. qui numerus æqualis esse debet numero 90. Diuisis ergo 90. per 15. fiet 1. ℞. 6. veluti prius.

SCHOLIVM.

AD eundem modum in ænigmate 64. 67. *&* 68. *determinari poterit numerus, quem singuli conficere debent. Vt si in præcedenti problemate* 68. *quilibet quatuor numerorum debeat efficere* 100. *Quoniam* 4. *numeri inuenti fuerunt* 47. 77. 92. 101. *Ponemus* 4. *numeros esse* 47 ℞. 77 ℞. 92 ℞. 101 ℞. *facietq. primus cum* $\frac{1}{3}$. *reliquorum trium, nimirum cum* 90 ℞. *numerorum* 137 ℞. *qui æqualis esse debet imperato numero* 100. *Diuisis ergo* 100. *per* 137. *fiet* 1 ℞. $\frac{100}{137}$. *Igitur primus numerus* 47 ℞. *erit* $\frac{4700}{137}$. *Secundus* $\frac{7700}{137}$. *Tertius* $\frac{9200}{137}$. *& quartus* $\frac{10100}{137}$. *qui conditionem proble-*

matis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

matis implent, dummodo denominatores non abijciantur. Nam primus $\frac{4700}{137}$. *cum* $\frac{1}{3}$. *reliquorum trium, id est, cum* $\frac{9000}{137}$. *facit* $\frac{13700}{137}$. *videlicet* 100. *Sic etiam secundus* $\frac{7700}{137}$. *cum* $\frac{1}{4}$. *reliquorum trium, id est, cum* $\frac{6000}{137}$. *facit* $\frac{13700}{137}$. *hoc est,* 100. *Eundem numerum* 100. *facit tam tertius cum* $\frac{1}{5}$. *reliquorum trium, quam quartus cum* $\frac{1}{6}$. *trium reliquorum.*

PORRO in ænigmate 68. & 67. si vnusquisque numerorum facere debeat certum qnendam numerum determinatum, locum non habebit secunda solutio præsentis ænigmatis 69. quia summa trium numerorum in 67. ænigmate, vel 4. numerorum in 68. ænigmate inuentorum, non est tripla, vel quadrupla numeri, quem quisque conficit, postquam imperata impleuerit, vt ibi diximus. Solum ergo adhiberi poterit in ænigmate 63. vt in hoc ænigmate 69. factum est: nec non in ænigmate 64. vt iam iam videbis.

Sint enim inueniendi 5. numeri, vt si primus dederit $\frac{1}{3}$. secundo, acceperitq. $\frac{1}{5}$. a quinto: Secundus vero dederit $\frac{1}{2}$. tertio, acceperitq. $\frac{1}{3}$. a primo: Tertius vero dederit $\frac{1}{7}$. quarto, sumpseritq. $\frac{1}{2}$. a secundo: Quartus autem dederit $\frac{1}{6}$. quinto, acceperitq. $\frac{1}{7}$. a tertio: Quintus denique dederit $\frac{1}{5}$ primo, acceperitq. $\frac{1}{6}$. a quarto; fiant tandem quinque numeri æquales, quorum quisque 1205. vnitates contineat. In scholio ænigmatis 64. inuenti sunt 5. numeri ea conditione, quam hic expressimus, 288. 290. 112. 270. 245. quorum vnusquisque, si imperata impleuerit, habet 241. Debet autem, vt hic iubetur, quilibet habere 1205. Ponantur ergo quinque numeri, 288 ℞. 290 ℞. 112 ℞. 270 ℞. 245 ℞. Si hi numeri imperata executi fuerint, habebit vnusquisque 241 ℞. vt dictum est, qui numerus æqualis esse debet dato numero 1205. Diuisis igitur 1205. per 241. fiet 1 ℞. 5. Igitur primus numerus positus 288 ℞. erit 1440. Secundus positus 290 ℞. erit 1450. Tertius positus 112 ℞. erit 560. Quartus positus 270 ℞. erit 1350. Quintus denique positus 245 ℞. erit 1225. Nam si imperata fecerint hi 5. numeri, deprehendes, vnumquemque habere 1205.

Aliter. Quoniam vnusquisque facere debet 1205. erit summa omnium quinque, 6025. Sed quinque numeri positi 288 ℞. 290 ℞. 112 ℞. 270 ℞. 245 ℞. faciunt summam 1205 ℞. Diuisis igitur 6025. per 1205. fiet 1. ℞. 5. veluti prius.

LXX. 70 ***Datum numerum in tres, quatuor, vel plures partiri ea conditione, vt si quisque proximè sequenti det imperatam sui partem, postquam mutuò dederint, & acceperint, fiant tres numeri, vel quatuor, vel plures æquales.***

HOC ænigma a præcedenti non differt. Nam si datus numerus in tot partes æquales distribuatur, quot in ænigmate exprimuntur; inue-

inueniendi erunt per ænigma præcedens, eiusq. scholium, (adhibito tamen ænigmate 63. & 64. eiusq. scholio) totidem numeri, qui propositam conditionem seruantes faciant totidem numeros æquales vni parti numeri dati, qui in totidem partes fuit distributus. In hos enim numeros inuentos datus numerus diuidendus est; quippe cum omnes simul faciant summam triplam, vel quadruplam numeri, quem vnusquisque inuentorum facere debet, vt dictum est.

V. g. Si numerus 90. distribuendus sit in tres, vt cum primus dederit $\frac{1}{3}$. secundo; secundus $\frac{1}{4}$. tertio; & tertius $\frac{1}{5}$. primo; fiant tres numeri æquales: distribuatur datus numerus 90. in tres partes æquales 30. 30. 30. ac per ænigma 69. reperiantur tres numeri, vt seruata conditione præscripta, vnusquisque faciat 30. Inuenti numeri erunt 36. 24. 30. atque in hos distribuendus est datus numerus 90. Nam si præscriptam legem obseruent, faciet vnusquisque 30.

PARI ratione, si numerus 6025. distribuendus sit in quinque partes, vt cum prima dederit $\frac{1}{3}$. secundæ; secunda $\frac{1}{2}$. tertiæ; tertia $\frac{1}{7}$. quartæ; quarta $\frac{1}{6}$. quintæ: & quinta $\frac{1}{5}$. primæ, singuli habeãt eundem numerum: distribuendus erit datus numerus in quinque æquales partes 1205. 1205. 1205. 1205. 1205. & per scholium præcedentis ænigmatis (adiuuante scholio ænigmatis 64.) inueniendi quinque numeri, vt seruata lege præscripta, vnusquisque faciat 1205. qui quidẽ sunt, vt in proximo scholio patuit, 1440. 1450. 560. 1350. 1225. Atque in hos distribuendus est datus numerus 6025.

71 *Datis duobus numeris, alium quendam inuenire, qui vtrumque datum multiplicans faciat maiorem quidem quadratum, minorem vero latus eius quadrati.* LXXI.

SINT dati duo numeri 200. & 5. sitq. numerus, quem quærimus, 1 ℞. Ex 1 ℞. in 200. fit numerus 200 ℞. Et ex 1 ℞ in 5. fit numerus 5 ℞. qui debet latus esse illius: atque adeo in se ductus faciet numerum æqualem 200 ℞. Facit autem numerus 5 ℞. in se 25 ȝ. Est ergo æquatio inter 200 ℞. & 25 ȝ. Diuisis igitur 200. per 25. fiet 1 ℞. 8. numerus quæsitus (quod numeri Cossici sint collaterales.) Hic enim multiplicans 200. facit quadratum 1600. cuius latus est numerus 40. ex 8. in 5. productus.

Si numeri dati sint 20. & 15. reperietur numerus $\frac{4}{45}$. Nam si ponatur numerus quæsitus 1 ℞. fiunt ex 1 ℞. in 20. & 15. numeri 20 ℞. & 15 ℞. Et ex 15 ℞. in se fit numerus 225 ȝ. qui æqualis debet esse quadrato 20 ℞. Diuisis igitur 20. per 225. fit 1 ℞. $\frac{20}{225}$. siue $\frac{4}{45}$. numerus quæsitus. Hic enim multiplicans 20. & 15. facit $\frac{80}{45}$. siue $\frac{16}{9}$. quadratum, cuius latus est numerus $\frac{60}{45}$. siue $\frac{4}{3}$. productus ex $\frac{4}{45}$. in 15.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

LXXII. 72 *Duos numeros inuenire, ita vt summa ex ipsis confecta, & excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, datos numeros efficiant: dummodo datus quadratorum excessus minor sit, quàm datæ summæ quadratus.*

SIT eorum summa data 20. & excessus quadratorum datus 80. qui excessus minor est quadrato 400. datæ summæ 20.

Ponatur primus numerus 1 2e. ideoq. secundus 20 — 1 2e. vt eorum summa sit 20. Quadrati eorum 1 ʒ. & 400 — 40 2e + 1 ʒ. cum ex ductu 20 — 1 2e. in 20 — 1 2e. fiat numerus 400 — 40 2e + 1 ʒ. vt in hac formula apparet. Detracto illo quadrato ex hoc, remanet excessus 400 — 40 2e. æqualis 80. Additis 40 2e. vtrinque, erit æquatio inter 400. & 80 + 40 2e. Ablatisq. 80. vtrinque, inter 320. & 40 2e. Diuisis ergo 320. per 40. fiet 1 2e. 8. primus numerus, secundus vero positus 20 — 1 2e. erit 12. Summa numerorum 8. & 12. est 20. & quadratorum 64. & 144. excessus 80.

```
        20 — 1 2e
        20 — 1 2e
   ____________________
     — 20 2e + 1 ʒ
  400 — 20 2e
   ____________________
  400 — 40 2e + 1 ʒ
```

QVOD si detur eadem summa numerorum 20. & excessus quadratorum 400. qui minor non est quadrato 400. qui ex summa fit: erit quæstio impossibilis. Nam posito primo numero 1 2e. & secundo 20 — 1 2e. erunt rursus eorum quadrati 1 ʒ. & 400 — 40 2e + 1 ʒ. quorum excessus 400 — 40 2e. æqualis debet esse numero 400. quod fieri non potest.

DETVR rursus summa numerorum 20. & excessus quadratorum item 20. Posito primo numero 1 2e. & secundo 20 — 1 2e. erit eorum summa 20. & excessus quadratorum 400 — 40 2e. æqualis 20. Additis ergo vtrinque 40 2e. erit æquatio inter 20 + 40 2e. & 400. Ablatisq. 20. vtrinque, inter 380. & 40. 2e. Diuisis ergo 380. per 40. fiet 1 2e. $9\frac{1}{2}$. primus numerus. Secundus ergo erit $10\frac{1}{2}$. quorum summa 20. & excessus quadratorum $\frac{441}{4}$. $\frac{361}{4}$. numerus $\frac{80}{4}$. hoc est, 20.

LXXIII. 73 ***Datum numerum in duos diuidere, vt excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, sit quilibet numerus minor quadrato dati numeri.***

SIT datus numerus 20. diuidendus in duos, vt excessus quadratorum ex ipsis factorum sit 80. Hoc ænigma a præcedenti diuersum non est. Nam si reperiantur duo numeri, quorum summa datus numerus 20. & excessus quadratorum ex ipsis factorum 80. erit summa data 20. in illos duos numeros distribuenda, &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

74 *Duos numeros inuenire in data proportione, ita vt summa quadratorum, qui ex ipsis fiunt, ad excessum numerorum inuentorum proportionem habeat datam.* LXXIIII.

SINT inueniendi duo numeri in proportione tripla, & summa quadratorum ex ipsis procreatorum ad summam inuentorum numerorum proportionem habeat decuplam. Ponatur minor numerus 1 ℞. maior 3 ℞. ad illum triplus. Excessus est 2 ℞. Et quadratorum 1 ȝ. 9 ȝ. summa 10 ȝ. decupla ad 2 ℞. Ergo æquatio est inter 10 ȝ. & 20 ℞. Diuisis igitur 20. per 10. fiet 1 ℞. 2. minor numerus, (quia numeri Cossici collaterales sunt) maiorq. erit 6. Excessus eorum est 4. & summa quadratotum 4. 36. est 40. qui numerus excessus 4. decuplus est.

75 *Duos numeros in data proportione reperire, ita vt excessus quadratorum ipsorum ad excessum inuentorum numerorum proportionem habeat datam.* LXXV.

NVMERI quæsiti habeant proportionem triplam, & ad eorum excessum habeat excessus quadratorum proportionem duodecuplam. Ponatur minor numerus 1 ℞. maior 3 ℞. illius triplus. Excessus eorum est 2 ℞. Quadratorum 1 ȝ. & 9 ȝ. est 8 ȝ. duodecuplã habens proportionem ad 2 ℞. Igitur æquatio erit inter 8 ȝ. & 24 ℞. Diuisis ergo 24. per 8. fiet 1 ℞. 3. minor numerus (quod collaterales sint numeri Cossici) maiorq. erit 9. Excessus eorum est 6. Et quadratorum 9. & 81. excessus 72. ad 6. proportionem habet duodecuplam.

76 *Duos numeros inuenire in data proportione, ita vt numerus ex vno in alterum procreatus ad eorum summam datam habeat proportionem.* LXXVI.

HABEANT quæsiti numeri proportionem quadruplam, & numerus ex vno in alterum genitus ad eorum summam, proportionẽ septuplam. Ponatur minor 1 ℞. maior 4 ℞. illius quadruplus. Summa eorum est 5 ℞. Et ex 1 ℞ in 4 ℞. fit numerus 4 ȝ. qui septuplam proportionem habere debet ad 5 ℞. Ergo æquatio erit inter 4 ȝ. & 35 ℞. Diuisisq. 35. per 4. fiet 1 ℞. $\frac{35}{4}$. minor numerus quod numeri Cossici sint collaterales. Maior ergo erit $\frac{140}{4}$. Summa eorum est $\frac{175}{4}$. Ex $\frac{35}{4}$. in $\frac{140}{4}$. fit numerus $\frac{4900}{16}$. qui ad $\frac{175}{4}$. proportionem habet septuplam.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

LXXVII. 77 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt numerus ex vno in alterũ procreatus ad eorum excessum datam habeat proportionem.*

HABEANT quæsiti numeri proportionem quadruplam, & numerus ex vno in alterum productus ad eorum excessum proportionem septuplam. Ponatur minor 1 ℞. & maior 4 ℞. illius quadruplus. Excessus eorum est 3 ℞. Et productus ex 1 ℞. in 4 ℞. est 4 ʒ. qui septuplam habere debet proportionem ad 3 ℞. Ergo æquatio erit inter 4 ʒ. & 21 ℞. Diuisisq. 21. per 4. fiet 1 ℞. $\frac{21}{4}$. minor numerus: quod numeri Cossici collaterales sint. Maior ergo erit $\frac{84}{4}$. Excessus eorũ est $\frac{63}{4}$. Ex $\frac{21}{4}$. in $\frac{84}{4}$ fit numerus $\frac{1764}{16}$. qui ad $\frac{63}{4}$. proportionem habet septuplam.

LXXVIII. 78 *Duos numeros inuenire in data praoportione, ita vt quadratus minoris ad maiorem numerum proportionem habeat datam.*

HABEANT numeri quæsiti proportionem triplam, & quadratus minoris ad maiorem, sextuplam. Ponatur minor 1 ℞. & maior 3 ℞. illius triplus. Quadratus minoris est 1 ʒ. qui sexcuplus esse debet maioris numeri 3 ℞. Ergo æquatio est inter 1 ʒ. & 18 ℞. Diuisisq. 18. per 1. fiet 1 ℞. 18. minor numerus, quod numeri Cossici sint collaterales. Maior ergo erit 54. Quadratus minoris, nimirum 324. ad maiorem 54. proportionem habet sexcuplam.

LXXIX. 79 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt quadratus minoris ad Quotientem, si maior per minorem diuidatur, proportionem habeat quamcunquè datam.*

HABEANT numeri quæsiti proportionem quadruplam, at quadratus minoris ad Quotientem, diuiso maiore per minorem, duplam. Ponantur quæsiti numeri 1 ℞. 4 ℞. Diuiso maiore per minorem, fit Quotiens 4. ad quem 1 ʒ. quadratus minoris proportionem debet habere duplam: ita vt æquatio fit inter 1 ʒ. & 8. Diuisis 8. per 1. fit 1 ʒ. 8. & 1 ℞. √ʒ 8. minor numerus. Maior ergo erit √ʒ 128. ad √ʒ 8. quadruplus. Diuiso maiore per minorem, fit Quotiens √ʒ 16. id est, 4. ad quem 8. quadratus minoris proportionem habet duplam. Maior ergo erit 18. Quadratusq. minoris, nimirum 36. ad ipsum minorem 6. habet proportionem sexcuplam.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

80 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt quadratus minoris ad eorum ſummam habeat proportionem datam quamlibet.* LXXX.

HABEANT quæſiti numeri proportionem triplam, & quadratus minoris ſexcuplam ad eorum ſummam. Ponatur minor 1 ꝛe. & maior 3 ꝛe. illius triplus. Quadratus minoris eſt 1 ȝ. qui ſexcuplam proportionem habere debet ad 4 ꝛe. ſummam videlicet amborum. Ergo æquatio erit inter 1 ȝ. & 24 ꝛe. Diuiſiſq. 24. per 1. fiet 1 ꝛe. 24. quod numeri Coſſici ſint collaterales. Numeri ergo quæſiti ſunt 24. 72. in proportione tripla. Et quadratus minoris 576. ſexcuplam proportionem habet ad 96. ſummam ex ambobus collectam.

81 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt quadratus minoris ad eorum exceſſum habeat datam proportionem.* LXXXI.

HABEANT quæſiti numeri proportionem triplam, & quadratus minoris ſexcuplam ad eorum exceſſum. Ponatur minor 1 ꝛe. & maior 3 ꝛe. illius triplus. Exceſſus illorum eſt 2 ꝛe. ad quem quadratus 1 ȝ. minoris habere debet ſexcuplam proportionem. Ita vt æquatio ſit inter 1. ȝ. & 12 ꝛe. Diuiſis ergo 12. per 1. fiet 1 ꝛe. 12. propterea quod numeri Coſſici collaterales ſunt. Numeri igitur ſunt quæſiti 12. 36. triplam habentes proportionem. Et quadratus minoris, videlicet 144. ad 24. exceſſum eorum ſexcuplus eſt.

82 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt quadratus maioris ad minorem habeat proportionem datam.* LXXXII.

HABEANT quæſiti numeri proportionem triplam, & quadratus maioris ad minorem, ſexcuplam. Ponatur minor 1 ꝛe. & maior 3 ꝛe. illius triplus. Quadratus maioris 9 ȝ. ad minorem 1 ꝛe. proportionem habere debet ſexcuplam. Erit ergo æquatio inter 9 ȝ. & 6 ꝛe. Diuiſiſq. 6. per 9. fiet 1 ꝛe. $\frac{6}{9}$. ſiue $\frac{2}{3}$. quod numeri Coſſici ſint collaterales. Numeri ergo quæſiti ſunt $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{3}$. proportionem habentes triplam. Et quadratus maioris, nimirum $\frac{36}{9}$. proportionem ſexcuplam habet ad minorem $\frac{2}{3}$ ſiue ad $\frac{6}{9}$.

83 *Duos numeros in data proportione inuenire, vt quadratus maioris ad Quotientem, diuiſo maiore per minorem, proportionem habeat datam quamcunque.* LXXXIII.

HA-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

HABEANT quæſiti numeri proportionem quadruplam, at quadratus maioris ad Quotientem, diuiſo maiore per minorem, duplã. Ponantur numeri quæſiti 1 ℞. 4 ℞. Diuiſo hoc per illum, fit Quotiens 4. ad quem 16 ʒ. quadratus maioris proportionem debet habere duplam: ita vt æquatio ſit inter 16 ʒ. & 8. Diuiſis 8. per 16. fit 1 ʒ. $\frac{1}{2}$. & 1 ℞. √ʒ $\frac{1}{2}$. minor numerus. Maior ergo erit √ʒ 8. illius quadruplus. Diuiſo maiore per minorem, fit Quotiens √ʒ 16. id eſt, 4. ad quem 8. quadratus maioris proportionem habet duplam.

LXXXIIII. 84 ***Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt quadratus maioris ad eorum ſummam habeat datam proportionem.***

HABEANT numeri quæſiti proportionem triplam, & quadratus maioris ſexcuplam ad eorum ſummam. Ponatur minor 1 ℞. & maior 3 ℞. illius triplus. Quadratus maioris 9 ʒ. ſexcuplus eſſe debet ad eorum ſummam 4 ℞. Eſt igitur æquatio inter 9 ʒ. & 24 ℞. Diuiſisq. 24. per 9. fiet 1 ℞. $\frac{24}{9}$. vel $\frac{8}{3}$. quod numeri Coſſici ſint collaterales. Ac proinde numeri quæſiti triplam habentes proportionem erunt $\frac{8}{3}$. $\frac{24}{3}$. Et quadratus maioris $\frac{576}{9}$. ſexcuplus eſt ad $\frac{32}{3}$. eorum ſummam: hoc eſt, ad $\frac{96}{9}$.

LXXXV. 85 ***Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt quadratus maioris ad eorum exceſſum habeat proportionem datam.***

HABEANT numeri quæſiti proportionem triplam, & quadratus maioris ad eorum exceſſum, decuplam. Ponatur minor 1 ℞. & maior 3 ℞. illius triplus. Exceſſus eorum eſt 2 ℞. ad quem quadratus maioris 9 ʒ. decuplus eſſe debet. Eſt igitur æquatio inter 9 ʒ. & 20 ℞. Diuiſisq. 20. per 9. fiet 1 ℞. $\frac{20}{9}$. propterea quod numeri Coſſici collaterales ſunt. Numeri ergo quæſiti ſunt $\frac{20}{9}$. $\frac{60}{9}$. in proportione tripla. Exceſſus eorum eſt $\frac{40}{9}$. ad quem decuplus eſt quadratus maioris $\frac{3600}{81}$. ſiue $\frac{400}{9}$.

LXXXVI. 86 ***Datis duobus numeris, alium tertium inuenire, ita vt omnium trium duo quicunque ſimul additi, & in reliquum multiplicati, tres numeros conſtituant in exceſſu æquali, hoc eſt, Arithmeticè proportionales.***

DATI duo numeri ſint 3. & 5. ponaturq. tertius inuentus 1 ℞. Hic cum 3. facit 1 ℞ + 3. quæ ſumma ducta in reliquum 5. facit 5 ℞ + 15. vnum numerum. Deinde 1 ℞. cum 5. facit 1 ℞ + 5. quæ

ſumma

ſumma ducta in reliquum 3 facit 3 ℞ + 15. alterum numerum. Denique ex 3. & 5. fit numerus 8. qui ductus in tertium 1 ℞. facit 8 ℞. tertium numerum. Opus eſt iam, hos tres numeros 5 ℞ + 15. 3 ℞ + 15. & 8 ℞. eſſe Arithmeticè proportionales. quod tribus modis fieri poteſt. Aut enim maximus eſt 5 ℞ + 15. & medius 3 ℞ + 15. & minimus 8 ℞. Aut maximus erit 5 ℞ + 15. medius 8 ℞. & minimus 3 + 15 ℞. Aut denique maximus erit 8 ℞. medius 5 ℞ + 15. & minimus 3 ℞ + 15. neque enim maximus eſſe poteſt 3 ℞ + 15. cum minor ſit, quam 5 ℞ + 15.

SINT primum 5 ℞ + 15. 3 ℞ + 15. 8 ℞. Arithmeticè proportionales. Igitur (vt lib. 5. Eucl. in 4. proprietate trium numerorum Arithmeticè proportionalium diximus) ſumma extremorum 13 ℞ + 15. æqualis erit duplo medij, hoc eſt, numero 6 ℞ + 30. Ablatisq. 6 ℞ vtrinque, æquatio erit inter 7 ℞ + 15 & 30. Ablatisq. rurſum 15 vtrinque, inter 7 ℞, & 15. Diuiſis ergo 15. per 7. fiet 1 ℞. $\frac{15}{7}$. numerus quæſitus. Vel ſi dicti tres numeri ſunt Arithmeticè proportionales, habebunt eundem exceſſum. Sed 5 ℞ + 15. excedit 3 ℞ + 15. numero 2 ℞. Et 3 ℞ + 15. excedit 8 ℞ numero 15 — 5 ℞. vt ex regula ſubtractionis patet. Eſt ergo æqualitas inter 2 ℞ & 15 — 5 ℞. Additisq. 5 ℞ vtrinque, inter 7 ℞ & 15. fietq. rurſus 1 ℞. $\frac{15}{7}$. Iam $\frac{15}{7}$. cum 3 faciunt 3 $\frac{15}{7}$. hoc eſt, $\frac{36}{7}$. qui numerus ductus in reliquum 5 facit $\frac{180}{7}$. primum numerum. Deinde ex $\frac{15}{7}$. & 5 fit ſumma 5 $\frac{15}{7}$. hoc eſt, $\frac{50}{7}$. quæ ducta in 3. reliquum numerum facit $\frac{150}{7}$. numerum medium. Denique ex 3 & 5. fit ſumma 8. quæ ducta in reliquum numerum $\frac{15}{7}$. facit $\frac{120}{7}$. tertium numerum. Habentq. hi tres numeri $\frac{180}{7}$. $\frac{150}{7}$. $\frac{120}{7}$. eundem exceſſum $\frac{30}{7}$. ſiue 4 $\frac{2}{7}$.

SINT deinde 5 ℞ + 15. 8 ℞. 3 ℞ + 15. Arithmeticè proportionales. Igitur ſumma extremorum 8 ℞ + 30. æqualis erit duplo medij, numero videlicet 16 ℞. Ablatisq. 8 ℞ vtrinque, æquatio erit inter 30. & 8 ℞. Diuiſisq. 30 per 8. fiet 1 ℞. $\frac{30}{8}$. hoc eſt $\frac{15}{4}$. Vel dicti tres numeri habebunt eundem exceſſum. Eſt autem inter 5 ℞ + 15. & 8 ℞. exceſſus 15 — 3 ℞. At inter 8 ℞. & 3 ℞ + 15. exceſſus eſt 5 ℞ — 15. Eſt ergo æquatio inter 15 — 3 ℞. & 5 ℞ — 15. Additisq. 15 vtrinque, inter 30 — 3 ℞. & 5 ℞. Additisq. rurſum 3 ℞ vtrinque, inter 30 & 8 ℞. fietq. rurſum 1 ℞. $\frac{30}{8}$. ſiue $\frac{15}{4}$. Iam ex $\frac{15}{4}$. & 3. fit ſumma 3 $\frac{15}{4}$. ſiue $\frac{27}{4}$. quæ ducta in reliquũ numerum 5 facit $\frac{135}{4}$. primum numerum. Deinde ex $\frac{15}{4}$. & 5 fit ſumma 5 $\frac{15}{4}$. ſiue $\frac{35}{4}$. quæ ducta in reliquum numerum 3 facit $\frac{105}{4}$. numerum tertium. Denique ex 3 & 5 fit ſumma 8. quæ ducta in reliquum numerum $\frac{15}{4}$. facit $\frac{120}{4}$. medium numerum: Habentq. hi tres numeri, $\frac{135}{4}$. $\frac{120}{4}$. $\frac{105}{4}$. eundem exceſſum $\frac{15}{4}$. ſiue 3 $\frac{3}{4}$.

POSTREMO ſint 8 ℞. 5 ℞ + 15. 3 ℞ + 15. Arithmeticè proportionales. Igitur ſumma extremorum 11 ℞ + 15. æqualis erit duplo medij, hoc eſt, numero 10 ℞ + 30. Ablatisq. 10 ℞. vtrinque, æquatio erit inter 1 ℞ + 15. & 30. Ablatisq. rurſum 15 vtrinque, inter 1 ℞. & 15. fietq. 1 ℞. 15. numerus quæſitus. Vel dicti

tres numeri habebunt eundem excessum. Est autem inter 8 2e. & 5 2e + 15. excessus 3 2e — 15. At inter 5 2e + 15. & 3 2e + 15. excessus est 2 2e. Est ergo æqualitas inter 3 2e — 15. & 2 2e. Additisq. 15. vtrinque, inter 3 2e. & 2 2e + 15. Ablatisq. 2 2e. vtrinque, inter 1 2e. & 15. fietq. rursus 1 2e. 15. numerus quæsitus. Iam ex 15. & 3. fit summa 18. quæ ducta in reliquum nummerum 5. facit 90. numerum medium. Deinde ex 15 & 5. fit summa 20. quæ ducta in reliquum numerum 3. facit 60. tertium numerum. Denique ex 3. & 5. fit fnmma 8. quæ ducta in reliquum numerum 15. facit 120. primum numerum: Habentq. tres hi numeri 120. 90. 60. eundem excessum 30.

HOC quæsitum soluemus etiam in ænigmate 131. vbi dabuntur duo numeri, ita vt tres numeri producti non possint tribus modis esse proportionales Arithmeticè, vt hic, sed duobus tantum modis.

LXXXVII. 87 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, ad eorum summam habeat proporticnem datam.*

HABEANT quæsiti numeri proportionem triplam, & excessus quadratorum ad summam eorum, octuplam. Ponatur minor 1 2e. & maior 3 2e illius triplus. Summa eorum est 4 2e. & excessus quadratorum 1 ȝ. 9 ȝ. est 8 ȝ. qui ad 4 2e. proportionem habere debet octuplam. Erit ergo æquatio inter 8 ȝ. & 32 2e. Diuisisq. 32. per 8. fiet 1 2e. 4. minor numerus: propterea quod numeri Coffici sunt collaterales. Maior autem erit 12. Excessus quadratorum 16. 144. est 128. qui ad 16. amborum summam proportionem habet octuplam.

LXXXVIII. 88 *Duos numeros in dato excessu inuenire, ita vt excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, superet datum excessum quouis numero dato: dummodo quadratus excessus numerorum quæsitorum dati minor sit summa ex eodem excessu, & postulato numero collecta.*

SIT excessus numerorum quæsitorum 7. Excessus autem quadratorum, qui ex quæsitis numeris fiunt, maior sit, quam 7. postulato numero 100. Ponatur minor numerus 1 2e. maior 1 2e + 7. vt nimirum illum superet numero 7. Quadrati horum numerorum 1 ȝ. & 1 ȝ + 14 2e + 49. se mutuo excedunt numero 14 2e + 49. qui superare debet 7. numero 100. hoc est, æqualitas esse debet inter 14 2e + 49. & 107. Ablatisq. 49 vtrinque, inter 14 2e. & 58. Diuisis ergo 58 per 14. fiet 1 2e. 4 $\frac{1}{7}$. minor numerus: maior ergo erit 11 $\frac{1}{7}$. vt minorem superet numero 7. Quadrati numerorum

$\frac{841}{49}$. $\frac{6084}{49}$. se mutuo excedunt numero $\frac{5243}{49}$. qui datum numerorum excessum 7. superat numero 100. hoc est, æqualis est numero 107. cum 107. faciant $\frac{5243}{49}$.

HAEC quæstio solui potuit, quia quadratus dati excessus 7. nimirum numerus 49. minor est summa 107. ex dato excessu 7. & numero postulato 100. collecta. Quod si proponantur inueniendi duo numeri in dato excessu 7. ita vt excessus quadratorum ipsorum maior sit, quam 7. numero 10. quæstio erit impossibilis. quod optime ex ipsa operatione disces. Posito enim minore numero 1 ℞. & maiore 1 ℞ + 7. vt se mutuò superent septenario. Quadrati horum numerorum rursum se excedunt numero 14 ℞ + 49. qui superare debet 7. numero 10. quod est absurdum, cum illum superet numero 14 ℞ + 42. qui maior est, quam 7. Causa est, quia quadratus 49. excessus 7. minor non est summa 17.

89 ***Duos numeros in dato excessu inuenire, ita vt excessus quadratorum, qui ex ipsis fiunt, ad excessum datum datam habeat proportionem, & insuper contineat datum numerum, dummodo quadratus dati excessus minor sit summa, quæ ex numero, qui ex ductu denominatoris datæ proportionis in ipsum excessum fit, & ex dato numero colligitur.*** LXXXIX.

DATVS excessus sit 4. & excessus quadratorum, qui ex quæsitis numeris fiunt, ad 4. habeat proportionem quincuplam, & insuper contineat 20. vnitates. Ponatur minor numerus 1 ℞. & maior 1 ℞ + 4. vt illum quaternario superet. Quadratorum 1 ʒ. & 1 ʒ + 8 ℞ + 16. est 8 ℞ + 16. qui quinquies continere debet datum excessum 4. & præterea 20. Quintuplum autem excessus 4. cum 20. facit 40. cui numero æqualis esse debet excessus quadratorum 8 ℞ + 16. Ablatis igitur 16. vtrinque, erit æqualitas inter 24. & 8 ℞. Diuisisq. 24. per 8. fiet 1 ℞. 3. minor numerus. maior ergo erit 7. Eorum excessus 4. Quadratorum 9. 49. excessus 40. continet excessum 4. quinquies, ac præterea 20. vnitates.

HAEC etiam quæstio solui potuit, quia quadratus 16. dati excessus 4. minor est summa ex quintuplo excessus 4. & numero 20. collecta. Quòd si excessus detur 4. & proportio tripla, & insuper 3. vnitates. quæstio fiet impossibilis. quod facile ex ipsa operatione cognoscetur. Posito enim minore numero 1 ℞. & maiore 1 ℞ + 4. erit excessus quadratorum 8 ℞ + 16. qui æqualis debet esse summæ ex triplo excessus 4. & numero 3. collecta, hoc est, numero 15. quod est absurdum. Causa est, quia quadratus 16. excessus 4. non est minor numero 15.

XC. 90 *Datum numerum quadratum in duos numeros quadratos distribuere.*

HOC ænigma sine Algebra soluimus lib. 8. nostræ Geometriæ practicæ, propos. 9. vbi propositum quadratum numerum non in duos solum, sed in quotuis numeros quadratos partiti sumus. Per Algebram autem idem hoc modo expediemus. Sit quadratus numerus 16. diuidendus in duos quadratos. Ponatur primus quadratus 1 ʒ. ac proinde secundus 16 — 1 ʒ. Finge huius latus esse quotcunque radices, minus tot vnitatibus, quot sunt in latere dati quadrati, nimirum 2 ꝛe — 4. Huius quadratum 4 ʒ + 16 — 16 ꝛe. æquale debet esse quadrato 16 — 1 ʒ. Addito 1 ʒ. vtrinque, erit æquatio inter 5 ʒ + 16 — 16 ꝛe. & 16. Additisq. rursum 16 ꝛe. inter 5 ʒ + 16. & 16 ꝛe + 16. Ablatisq. 16 vtrinque, inter 5 ʒ & 16 ꝛe. Diuisis igitur 16 per 5. fiet 1 ꝛe. $\frac{16}{5}$. quia numeri Cossici collaterales sunt. Huius radicis quadratus $\frac{256}{25}$. erit primus, quem posuimus 1 ʒ. Secundus autem 16 — 1 ʒ. erit $\frac{144}{25}$. cuius radix $\frac{12}{5}$. & ambo quadrati conficiunt $\frac{400}{25}$. nimirum 16.

Aliter. Ponatur latus primi quadrati esse 1 ꝛe. Latus vero secundi quadrati quotuis radices, minus latere dati quadrati, nimirum 5 ꝛe — 4. Quadrati numeri horum laterum 1 ʒ. & 25 ʒ + 16 — 40 ꝛe. simul æquales debent esse dato quadrato 16. Additis 40 ꝛe vtrinque, erit æquatio inter 26 ʒ + 16. & 40 ꝛe + 16. Ablatisq. 16. vtrinque, inter 26 ʒ. & 40 ꝛe. Diuisis ergo 40. per 26. fiet 1 ꝛe $\frac{20}{13}$. (quod numeri Cossici sint collaterales) cuius quadratum $\frac{400}{169}$. erit primus numerus quadratus. Secundus autem erit $\frac{2304}{169}$. qui relinquitur, si ille ex 15. detrahatur. Eius latus est $\frac{48}{13}$. & ambo quadrati conficiunt $\frac{2704}{169}$. hoc est, 16.

SCHOLIVM.

QVOD si minorem numerum quadratum iterum partiemur in duos quadratos, diuisus erit datus quadratus in tres. Et si minimus rursum secetur in duos, sectus erit datus in quatuor. Atque ita deinceps in infinitum. Vides ergo propositum quadratum diuidi posse per Algebram in duos quadratos varijs modis: ita vt semper fiant diuersi duo quadrati.

HOC problema solui etiam potest sine Algebra, hoc modo. Proposito quadrato, ducatur eius latus in quemcunque numerum, & duplum producti numeri diuidatur per eiusdem illius numeri quadratum auctum vnitate. Quotientis enim quadratus erit vnus quadratus quæsitus, quo ablato ex proposito quadrato, relinquetur alter quadratus.

Vt si propositus sit quadratus 36. ducatur eius latus 6. per 3. vt fiant 18. Et huius duplum 36. diuidatur per quadratum eiusdem numeri 3. auctum

vnitate.

vnitate, nimirum per 10. Quotientis enim $\frac{36}{10}$. siue $\frac{18}{5}$. quadratus $\frac{324}{25}$. id est, 12 $\frac{24}{25}$. erit vnus quadratus, quo ablato ex 36. erit alter 23 $\frac{1}{25}$. cuius latus $\frac{24}{5}$. siue 4 $\frac{4}{5}$. & ambo quadrati 12 $\frac{24}{25}$. & 23 $\frac{1}{25}$. faciunt 36.

Nota tamen, latus propositi quadrati non esse ducendum per 1. quia duo quadrati essent propositus quadratus, & 0. quod est ineptum. Vt si 6. latus propositi quadrati 36. duceretur in 1. vt fiant 6. & huius producti numeri duplum 12. diuideretur per 2. nimirum per quadratum vnitatis auctum vnitate, fieret Quotiens 6. cuius quadratum est 36. numerus propositus, &c.

91 *Datum numerum ex duobus quadratis compositum in alios duos quadratos diuidere.* XCI.

SIT numerus 34. siue quadratus, siue non quadratus, compositus ex duobus quadratis 9. & 25. diuidendus in alios duos quadratos. Sint latera quadratorum 3. & 5. ponaturq. latus primi quadrati quæsiti 1 ℞ + 3. nimirum vna radix, plus latere primi quadrati dati. Latus vero secundi quadrati quæsiti, quotcunque radices minus latere secundi quadrati dati, nimirum 2 ℞ — 5. Quadrati horum laterum 1 ʒ + 6 ℞ + 9. & 4 ʒ — 20 ℞ + 25. faciunt summam 5 ʒ + 34 — 14 ℞. æqualem dato numero 34. Additis ergo 14 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 5 ʒ + 34. & 14 ℞ + 34. Ablatisq. 34 vtrinque, inter 5 ʒ. & 14. ℞. Diuisis igitur 14. per 5. fiet 1 ℞. $\frac{14}{5}$. propterea quod numeri Cossici sunt collaterales. Ergo latus primi quadrati quæsiti, quod posuimus 1 ℞ + 3. erit $\frac{29}{5}$. Secundi vero quadrati latus, quod posuimus 2 ℞ — 5. erit $\frac{28}{5}$ — 5. hoc est, $\frac{3}{5}$. Quadrati horum laterum inuentorum $\frac{841}{25}$. $\frac{9}{25}$. faciunt $\frac{850}{25}$. hoc est, numerum 34. datum.

92 *Duos numeros quadratos in dato excessu inuenire.* XCII.

DETVR excessus 70. Ponatur latus vnius quadrati 1 ℞. alterius vero latus 1 ℞. plus quotlibet vnitatibus, dummodo quadratus numerus ex ipsis descriptus minor sit dato excessu, nimirum 1 ℞ + 8. Quadrati horum laterum 1 ʒ. & 1 ʒ + 16 ℞ + 64. excessum habent 16 ℞ + 64. qui æqualis esse debet dato excessui 70. Ablatis vtrobique 64. erit æquatio inter 16 ℞. & 6. Diuisis ergo 6. per 16. fiet 1 ℞ $\frac{3}{8}$. latus vnius quadrati. Latus alterius positum 1 ℞ + 8. erit 8 $\frac{3}{8}$. siue $\frac{67}{8}$. Quadrati horum laterum inuentorum sunt $\frac{9}{64}$. & $\frac{4489}{64}$. quorum excessus $\frac{4480}{64}$. hoc est, 70.

MANIFESTVM autem est, alios atque alios duos numeros quadratos posse reperiri in dato eodem excessu, prout numerus absolutus in secundi quadrati radice alius atque alius assumetur. Vt dato eodem excessu 70. si latus primi quadrati ponatur 1 ℞. & secundi 1 ℞ + 1. erunt quadrati 1 ʒ. & 1 ʒ + 2 ℞ + 1. & eorum excessus 2 ℞ + 1. qui æqualis debet esse dato excessui 70. Ablata 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

vtrinque, erit æqualitas inter 2 ℞. & 69. Diuisis igitur 69. per 2. fiet 1 ℞. 34 $\frac{1}{2}$. siue $\frac{69}{2}$. cuius quadratus est $\frac{4761}{4}$. siue 1190 $\frac{1}{4}$. Latus autem secundi quadrati, quod posuimus 1 ℞ + 1. erit 35 $\frac{1}{2}$. siue $\frac{71}{2}$. cuius quadratus est $\frac{5041}{4}$ siue 1260 $\frac{1}{4}$. qui priorem 1190 $\frac{1}{4}$. superat numero 70.

SI excessus detur 100. ponaturq. latus primi quadrati 1 ℞. & latus secundi 1 ℞ + 10. vbi quadratus numeri 10. non est minor excessu dato 100. sed æqualis, erit quæstio impossibilis. Nam quadrati 1 ʒ. & 1 ʒ + 20 ℞ + 100. excessum habent 20 ℞ + 100. qui ęqualis debet esse dato excessui 100. quod absurdũ est, cum sit maior.

XCIII. *93 Duos numeros inuenire, quorum quadrati se excedant dato numero.*

HOC ænigma soluitur, vt præcedens. Positis enim duobus lateribus, vt in præcedenti, inuenientur duo latera, quorum quadrati datum excessum habebunt.

XCIIII. *94 Duos numeros quadratos inuenire, quorum summa quadratus sit numerus.*

ASSVMATVR quilibet quadratus pro vno quæsitorum, nimirũ 16. Et per problema 92. inueniantur duo numeri quadrati, quorum excessus 16. quadratus assumptus. Nam minor quadratus inuentus cum assumpto 16. faciet alterum quadratum inuentum maiorem. Ponatur ergo vt in dicto problemate factum est, latus vnius quadrati 1 ℞. & alterius 1 ℞ + 3. (vt nimirum quadratus numeri 3. minor sit dato excessu 16.) Quadrati horũ laterum 1 ʒ. & 1 ʒ + 6 ℞ + 9. excessum habent 6 ℞ + 9. qui æqualis esse debet dato excessui 16. Ablatis 9. vtrobique, erit æquatio inter 6 ℞. & 7. Diuisis ergo 7. per 6. fiet 1 ℞ $\frac{7}{6}$. latus minoris quadrati quæsiti. Latus maioris, quod posuimus 1 ℞ + 3. erit 3 $\frac{7}{6}$. id est, $\frac{25}{6}$. Quadrati laterũ $\frac{7}{6}$. & $\frac{25}{6}$. sunt $\frac{49}{36}$. & $\frac{625}{36}$. quorum excessus $\frac{576}{36}$. hoc est, 16. Duo ergo quadrati quæsiti sunt 16. siue $\frac{576}{36}$. & $\frac{49}{36}$. quorum summa $\frac{625}{36}$. quadratus numerus est, latus habens $\frac{25}{6}$.

Abiectis denominatoribus, erunt inuenti duo quadrati integri 576. & 49. facientes quadratum 625. cuius latus 25.

XCV. *95 Duos numeros quadratos inuenire, quorum excessus quadratus sit.*

HOC ænigma non aliter soluetur, ac problema 92. Si namq. inueniantur per illud duo quadrati, quorum excessus datus sit numerus quadratus, factum erit, quod hic iubetur.

96 Tres

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

96 *Tres numeros quadratos inuenire, quorum summa sit numerus quadratus.* XCVI.

PER problema 94. inueniantur primum duo quadrati, quorum summa sit quadratus numerus, sintq. V.g. hi 576. 49. facientes quadratum 625. Deinde per problema 95. inueniantur alij duo quadrati, quorum excessus sit quadratus effectus 625. Nam minor inuentus cum quadrato 625. hoc est, cum duobus quadratis 576. 49. faciet maiorem quadratum. V.g. Dato excessu quadrato 625. inuenientur duo quadrati in illo excessu, hoc modo. Ponatur latus vnius 1 ℞ & alterius 1 ℞ + 10. (vt nimirum quadratus 10. vnitatũ minor sit dato excessu 625.) Quadrati horum laterum 1 ʒ. & 1 ʒ + 20 ℞ + 100. excessum habent 20 ℞ + 100. qui æqualis esse debet dato exeessui 625. Ablatis ergo 100. vtrobique, erit æquatio inter 20 ℞. & 525. Diuisisq. 525. per 20. fiet 1 ℞ $26\frac{1}{4}$. Latus minoris quadrati. Maioris vero latus, quod positum fuit 1 ℞ + 10. erit $36\frac{1}{4}$. Horum laterum quadrati $\frac{11025}{16}$. $\frac{21025}{16}$. excessum habent $\frac{10000}{16}$. hoc est, 625. quadratum. Hic igitur excessus, nimirum $\frac{10000}{16}$. ex duobus quadratis 576. 49. conflatus cum minore quadrato $\frac{11025}{16}$. componet maiorem quadratum $\frac{21025}{16}$. Atque ita tres quadrati quæsiti sunt 576 49. $\frac{11025}{16}$. siue $\frac{9216}{16}$. $\frac{784}{16}$. $\frac{11025}{16}$. qui simul efficiunt quadratum $\frac{21025}{16}$. cuius latus est $\frac{145}{4}$.

Si abijciantur denominatores, erunt inuenti tres quadrati integri 9216. 784. 11025. quorum summa quadratus numerus est 21025. cuius latus 145.

S C H O L I V M.

ATQVE eadem arte inuenientur 4. quadrati afficientes numerum quadratum, si prius per hoc problema inueniantur tres. Deinde per problema 95. duo habentes excessum, illum quadratum ex tribus quadratis confectum. Pari ratione inuenientur 5. 6. 7. & quotquot quis voluerit, si videlicet prius inueniantur 4. vel 5. vel 6. &c.

97 *Duos numeros inuenire, quorum tam summa, quam excessus sit numerus quadratus.* XCVII.

PONATVR latus quadrati ex duobus numeris quæsitis conflati, vna radix, plus quotcunque vnitatibus, nimirum 1 ℞ + 4. cuius quadratum 1 ʒ + 8 ℞ + 16. æquale debet esse duobus numeris quæsitis. Si ergo vnus numerorum ponatur $\frac{1}{2}$ ʒ. erit alter $\frac{1}{2}$ ʒ + 8 ℞ + 16. qui duo simul faciunt dictum quadratum 1 ʒ + 8 ℞ + 16. Reliquum est, vt $\frac{1}{2}$ ʒ. subtractus ex $\frac{1}{2}$ ʒ + 8 ℞ + 16. relinquat

etiam

etiam numerum quadratum. Ergo reliquus numerus 8 ℞ + 16. æqualis erit alicui quadrato, qui V.g. sit 36. maior, quam 16. numerus absolutus. Ablatis igitur 16. vtrobique, erit æqualitas inter 8 ℞. & 20. Diuisisq. 20. per 8. fit 1 ℞. $\frac{20}{8}$. siue $\frac{5}{2}$. cuius quadratus est $\frac{25}{4}$. Cum ergo vnus numerorum, qui quæruntur, positus sit $\frac{1}{2}$ ʒ. erit is $\frac{25}{8}$. primus numerus quæsitus. Secundus numerus, qui positus fuit $\frac{1}{2}$ ʒ + 8 ℞ + 16. erit $\frac{25}{8}$. plus $\frac{40}{2}$. siue 20. & insuper 16. hoc est $\frac{25}{8}$. & 36. siue $\frac{288}{8}$. qui duo numeri $\frac{25}{8}$. & $\frac{288}{8}$. faciunt $\frac{313}{8}$. Ad hunc enim si adijciatur primus $\frac{25}{8}$. fit summa $\frac{338}{8}$. id est, $\frac{169}{4}$. numerus quadratus, cuius latus $\frac{13}{2}$. Et si ab eodem secundo $\frac{313}{8}$. dematur primus $\frac{25}{8}$. remanet numerus $\frac{288}{8}$. siue $\frac{144}{4}$. quadratus etiam, cuius latus $\frac{12}{2}$. siue 6.

XCVIII. 98 ***Duobus numeris datis, inuenire alium, qui vtrique seorsum additus faciat quadratum.***

SINT dati duo numeri 4. & 7. Ponatur, qui quæritur, 1 ℞. qui cum datis facit duos 1 ℞ + 4. & 1 ℞ + 7. qui quadrati debent esse. Detrahatur vnus ex altero, vt habeatur eorum excessus 3. quæranturq. duo numeri, qui inter se multiplicati producant hunc eundem excessum 3. ita tamen, vt quadratum semissis excessus ipsorum maius sit minore numero dato 4. atque adeo æqualis esse possit minori numero composito 1 ℞ + 4. & quadratum semissis summæ eorundem maius sit maiore numero dato 7. atque adeo æqualis esse possit maiori numero composito 1 ℞ + 7. quod cur fieri debeat, operatio docebit. Hi numeri erunt $\frac{1}{2}$. & 6. Nam inter se multiplicati producunt 3. Et excessus eorum est 5 $\frac{1}{2}$. hoc est, $\frac{11}{2}$. cuius semissis $\frac{11}{4}$. quadratum $\frac{121}{16}$. hoc est, 7 $\frac{9}{16}$. maius est, quam 4. Summa vero eorundem est 6 $\frac{1}{2}$. hoc est, $\frac{13}{2}$. cuius semissis $\frac{13}{4}$. quadratum $\frac{169}{16}$. hoc est, 10 $\frac{9}{16}$. maius est, quàm 7. Inuenti autem sunt hi duo numeri $\frac{1}{2}$. & 6. sumpta ad libitum fractione $\frac{1}{2}$. cuius numerator vnitas vnus numerorum. Nam si eius denominator 2. ducatur in numerum 3. qui produci debet, fiet alter numerus 6. Quòd si dati numeri forent 20. 23. habentes eundem excessum 3. non satisfacerent numeri $\frac{1}{2}$. & 6. Quare sumenda esset alia fractio, nimirum $\frac{1}{10}$. pro vno numero. Nam ex 10. denominatore in 3. fiet alter numerus 30. Et ex $\frac{1}{10}$. in 30. fit numerus 3. Et excessus eorum est 29 $\frac{9}{10}$. hoc est, $\frac{299}{10}$. cuius semissis $\frac{299}{20}$. quadratum $\frac{89401}{400}$. siue 223 $\frac{201}{400}$. maius est, quam 20. Item summa eorundem numerorum est 30 $\frac{1}{10}$. hoc est, $\frac{301}{10}$. cuius semissis $\frac{301}{20}$. quadratum $\frac{90601}{400}$. siue 226 $\frac{201}{400}$. maius est, quam 23. Atque ita, si hi numeri $\frac{1}{10}$. & 30. non satisfacerent, accipienda esset alia fractio maioris denominationis, &c. Ac toties iteranda operatio, donec duo numeri reperiantur proposito satisfacientes.

NOS rem exequamur cum numeris $\frac{1}{2}$. & 6. in proposito exemplo. quorum excessus 5 $\frac{1}{2}$. vel $\frac{11}{2}$. & huius semissis $\frac{11}{4}$. quadratum

$\frac{121}{16}$. ſiue 7 $\frac{9}{16}$. æquale erit minori numero compoſito 1 ℞ + 4. Ablatis ergo 4. vtrobique, erit æquatio inter 3 $\frac{9}{16}$. & 1 ℞. atque idcirco 1 ℞ erit 3 $\frac{9}{16}$. quæ radix etiam inuenietur hoc modo. Summa numerorũ $\frac{1}{2}$. & 6. eſt 6 $\frac{1}{2}$. ſiue $\frac{13}{2}$. & huius ſemiſſis $\frac{13}{4}$. quadratum $\frac{169}{16}$. ſiue 10 $\frac{9}{16}$. æquale erit maiori numero cõpoſito 1 ℞ + 7. Ablatis ergo 7. vtrobique, fiet æquatio inter 3 $\frac{9}{16}$. & 1 ℞. vt prius. Numerus igitur quæſitus eſt 3 $\frac{9}{16}$. Hic enim additus ad 4. & 7. faciet quadratos 7 $\frac{9}{16}$. & 10 $\frac{9}{16}$. ſiue $\frac{121}{16}$. & $\frac{169}{16}$. quorũ latera $\frac{11}{4}$. & $\frac{13}{4}$.

QVOD ſi ſumatur fractio $\frac{1}{3}$. & denominator 3. ducatur in exceſſum 3. producetur numerus 9. atque hi duo numeri $\frac{1}{3}$. & 9. multiplicati inter ſe facient 3. Eorum exceſſus eſt 8 $\frac{2}{3}$. ſiue $\frac{26}{3}$. & huius ſemiſſis $\frac{13}{3}$. quadratum $\frac{169}{9}$. ſiue 18 $\frac{7}{9}$. æquale erit minori numero compoſito 1 ℞ + 4. Ablatis ergo 4. vtrobique, æquatio erit inter 1 ℞. & 14 $\frac{7}{9}$. ideoq. 1 ℞. erit 14 $\frac{7}{9}$. quæ etiam inuenietur hoc modo. Summa numerorum $\frac{1}{3}$. & 9. eſt 9 $\frac{1}{3}$. ſiue $\frac{28}{3}$. Huius ſemiſſis $\frac{14}{3}$. quadratum $\frac{196}{9}$. ſiue 21 $\frac{7}{9}$. æquale erit maiori numero compoſito 1 ℞ + 7. Ablatis igitur 7. vtrinque, erit æquatio inter 14 $\frac{7}{9}$. & 1 ℞. vt prius. Numerus igitur quæſitus eſt 14 $\frac{7}{9}$. Hic enim additus ad 4. & 7. facit quadratos 18 $\frac{7}{9}$. & 21 $\frac{7}{9}$. ſiue $\frac{169}{9}$. & $\frac{196}{9}$. quorum latera $\frac{13}{3}$. & $\frac{14}{3}$.

EX ipſa operatione intelligis, cur eligi debeant tales duo numeri producentes exceſſum datorum numerorum, quales diximus. Nam niſi quadratum ſemiſſis eorum exceſſus maius eſſet minore numero 4. non fieret æquatio inter ipſum, & minorem numerum compoſitum, vt patet, &c. Item conſtat, varios numeros inueniri poſſe, quorum quilibet additus ad datos duos numeros faciat duos quadratos, prout videlicet varij duo numeri accipientur, qui dictũ exceſſum 3. producant. Ita vides, in dato exemplo inuentos eſſe duos numeros 3 $\frac{9}{16}$. & 14 $\frac{7}{9}$.

SED experiamur idem in datis numeris 20. & 23. Addita 1 ℞. vtrique, fient quadrati 1 ℞ + 20. & 1 ℞ + 23. fietq. æquatio (electis duobus numeris $\frac{1}{10}$. & 30. qui exceſſum 3. producant) inter 223 $\frac{201}{400}$. & 1 ℞ + 20. Item inter 226 $\frac{201}{400}$. & 1 ℞ + 23. Inuenieturq. per vtramque æquationem 1 ℞. eſſe 203 $\frac{201}{400}$. qui numerus additus ad 20. & 23. facit quadratos 223 $\frac{201}{400}$. & 226 $\frac{201}{400}$. ſiue $\frac{89401}{400}$. & $\frac{90601}{400}$. quorum latera $\frac{299}{20}$. & $\frac{301}{20}$.

Aliter. Sint rurſus dati duo numeri 4. & 7. Ponatur numerus quæſitus 1 ʒ — 4. Huic enim ſi addantur 4. fit 1 ʒ. quadratus. Et ſi eidem numero 1 ʒ — 4. addantur 7. fit alius quadratus 1 ʒ + 3. cuius latus ſtatuatur 1 ℞. minus quotlibet vnitatibus, quæ ſuperent 4. nimirum 1 ℞ — 5. cuius quadratum 1 ʒ — 10 ℞ + 25. æquale eſſe debet quadrato 1 ʒ + 3. Additis 10 ℞ vtrobique, erit æqualitas inter 1 ʒ + 25. & 1 ʒ + 10 ℞ + 3. Et ſi auferatur 1 ʒ. vtrobique, inter 25. & 10 ℞ + 3. Ablatisq. 3. vtrobique, inter 22. & 10 ℞. Diuiſis igitur 22. per 10. fiet 1 ℞. $\frac{22}{10}$. ſiue $\frac{11}{5}$. a cuius quadrato $\frac{121}{25}$. ſi auferantur 4. (quia numerus quæſitus fuit poſitus 1 ʒ — 4.) hoc eſt $\frac{100}{25}$. reliquus erit numerus quæſitus $\frac{21}{25}$. Hic enim

addi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

additus ad 4. & 7. facit quadratos $4\frac{21}{25}$. & $7\frac{21}{25}$. siue $\frac{121}{25}$. & $\frac{196}{25}$. quorum latera $\frac{11}{5}$. & $\frac{14}{5}$.

SI numeri dati sint 20. & 23. ponendus erit numerus quæsitus 1 ℨ — 20. vt additus ad 20. faciat quadratum 1 ℨ. Et si eidem numero 1 ℨ — 20. addantur 23. fiet alius quadratus 1 ℨ + 3. cuius latus statuatur 1 ℞. minus quotlibet vnitatibus, quæ superent 20. nimirum 1 ℞ — 21. cuius quadratum 1 ℨ — 42 ℞ + 441. æquale debet esse quadrato 1 ℨ + 3. Additis 42 ℞ vtrobique, erit æqualitas inter 1 ℨ + 441. & 1 ℨ + 42 ℞ + 3. & si dematur 1 ℨ. vtrobique, inter 441. & 42 ℞ + 3. Ablatisq. 3. vtrobique, inter 438. & 42 ℞. Diuisis ergo 438. per 42. fiet 1 ℞. $10\frac{3}{7}$. siue $\frac{73}{7}$. a cuius quadrato $\frac{5329}{49}$. si auferantur 20. (quia numerus quæsitus positus fuit 1 ℨ — 20.) hoc est, $\frac{980}{49}$. reliquus fiet numerus quæsitus $\frac{4349}{49}$. siue $88\frac{37}{49}$. qui additus ad 20. & 23. faciet quadratos $108\frac{37}{49}$. & $111\frac{37}{49}$. hoc est $\frac{5329}{49}$. & $\frac{5476}{49}$. quorum latera $\frac{73}{7}$. & $\frac{74}{7}$.

XCIX. 99 ***Duobus numeris datis, alium inuenire, qui ab vtroque seorsum subtractus, relinquat quadratum.***

SINT dati duo numeri 9. & 21. Ponatur numerus quæsitus 9 — 1 ℨ. Hic namq. ex 9. subtractus relinquit quadratum 1 ℨ. vt in hac formula apparet.

9 + 0 ℨ
9 — 1 ℨ
+ 1 ℨ

Idem autem numerus 9 — 1 ℨ. detractus ex 21. relinquit 12 + 1 ℨ. vt in hac altera formula

21 + 0 ℨ
9 — 1 ℨ
12 + 1 ℨ

liquet, qui numerus debet etiam esse quadratus. Statuatur eius latus 1 ℞. minus quotuis vnitatibus, ita tamen, vt earum quadratus superet 12. nimirum 1 ℞ — 4. Huius quadratum 1 ℨ — 8 ℞ + 16. æquale debet esse quadrato 12 + 1 ℨ. Additis 8 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 1 ℨ + 16. & 1 ℨ + 8 ℞ + 12. Et si vtrobique auferatur 1 ℨ. inter 16. & 8 ℞ + 12. Ablatisq. 12. vtrinque, inter 4. & 8 ℞. Diuisis ergo 4. per 8. fiet 1 ℞. $\frac{4}{8}$. siue $\frac{1}{2}$. cuius quadratum $\frac{1}{4}$. si ex 9. auferatur, (propterea quod numerus positus fuit 9 — 1 ℨ.) hoc est ex $\frac{36}{4}$. reliquus erit numerus quæsitus $8\frac{3}{4}$. siue $\frac{35}{4}$. qui videlicet detractus ex 9. & 21. relinquit quadratos $\frac{1}{4}$. & $12\frac{1}{4}$. siue $\frac{1}{4}$. & $\frac{49}{4}$. quorum latera $\frac{1}{2}$. & $\frac{7}{2}$.

C. 100 ***Datis duobus numeris, alium inuenire, a quo vterque datorum detractus, quadratum relinquat.***

SINT dati duo numeri 20. & 30. Ponatur numerus quæsitus 1 ℨ + 20. vt detractis 20. remaneat quadratus 1 ℨ. Reliquum est, vt 1 ℨ — 10. (qui numerus relinquitur, subductis 30. ex 1 ℨ + 20.

vt in

vt in formula apposita manifestum est,) sit etiam quadratus. Statuatur latus numeri 1 ℨ — 10. vna radix, minus quotcunque vnitatibus, nimirum 1 𝓇 — 2. Huius quadratum 1 ℨ — 4 𝓇 + 4. æquale debet esse quadrato 1 ℨ — 10. Additis 4 𝓇. vtrinque, erit æquatio inter 1 ℨ + 4. & 1 ℨ — 10 + 4 𝓇. Et rursum additis 10. vtrinque, inter 1 ℨ + 14. & 1 ℨ + 4 𝓇. Et si auferatur 1 ℨ. vtrobique, inter 14. & 4 𝓇. Diuisis ergo 14. per 4. fiet 1 𝓇. $\frac{14}{4}$. siue $\frac{7}{2}$. ad cuius quadratum $\frac{49}{4}$. si addantur 20. (quia numerus positus fuit 1 ℨ + 20) hoc est, $\frac{80}{4}$. fiet numerus quæsitus $\frac{129}{4}$. hoc est, $32\frac{1}{4}$. a quo si demantur dati numeri 20. & 30. reliqui erunt quadrati $12\frac{1}{4}$. & $2\frac{1}{4}$. siue $\frac{49}{4}$. & $\frac{9}{4}$. quorum latera $\frac{7}{2}$. & $\frac{3}{2}$.

1 ℨ + 20
+ 30
1 ℨ — 10

101 *Datum numerum in duos partiri, & insuper quadratum numerum inuenire, qui cum vtraque parte seorsum quadratum efficiat.* CI.

SIT numerus datus 40. Cape duos numeros, quorum quadrati simul minorem numerum efficiant, quam 40. nimirum 2. & 4. Vnicuique addita 1 𝓇. fiunt numeri 1 𝓇 + 2. & 1 𝓇 + 4. quorum quadrata sunt 1 ℨ + 4 𝓇 + 4. & 1 ℨ + 8 𝓇 + 16. Et si ab vtroque dematur 1 ℨ. remanebunt 4 𝓇 + 4. & 8 𝓇 + 16. partes numeri 40. diuidendi: quippe cum quilibet horum numerorum cum 1 ℨ. faciat quadratũ. Reliquum ergo est, vt duæ istæ partes efficiant 40. Efficiunt autem 12 𝓇 + 20. qui numerus æqualis esse debet numero 40. Ablatis igitur 20. vtrobique, erit æquatio inter 12 𝓇. & 20. Diuisisq. 20. per 12. fiet 1 𝓇. $\frac{20}{12}$. siue $\frac{5}{3}$. cuius quadratus $\frac{25}{9}$. siue $2\frac{7}{9}$. erit is, qui quæritur. Partes autem numeri 40. videlicet 4 𝓇 + 4. & 8 𝓇 + 16. erunt $10\frac{2}{3}$. & $29\frac{1}{3}$. quæ simul efficiunt 40. Et vterque cum quadrato inuento $2\frac{7}{9}$. quadratum numerum efficit. Nam $2\frac{7}{9}$. cũ $10\frac{2}{3}$. siue cum $10\frac{6}{9}$. facit $13\frac{4}{9}$. hoc est, $\frac{121}{9}$. quadratum, cuius latus $\frac{11}{3}$. Et idem quadratus $2\frac{7}{9}$. cum $29\frac{1}{3}$. siue cum $29\frac{3}{9}$. facit quadratum $32\frac{1}{9}$. siue $\frac{289}{9}$. cuius latus $\frac{17}{3}$.

102 *Datum numerum in duos partiri, & insuper numerum quadratum inuenire, a quo vtraque pars seorsum subtracta quadratum relinquat.* CII.

SIT idem datus numerus 40. Latus quadrati quæsiti ponatur 1 𝓇. plus tot vnitatibus, vt earum quadratum minus sit numero 40. nimirum 1 𝓇 + 5. cuius quadratus 1 ℨ + 10 𝓇 + 25. a quo detractus numerus 10 𝓇 + 25. relinquit quadratum 1 ℨ. Vnus ergo numerorum, in quos diuidendus est 40. sit 10 𝓇 + 25. quandoquidem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

detractus ex 1 ȝ + 10 ℞ + 25. relinquit quadratum 1 ȝ.

Sumatur deinde alterius cuiusdam quadrati latus 1 ℞ + 4. ita vt numerus eius absolutus 4. minor sit numero absoluto 5. prioris lateris. Quadratus huius secundi lateris est 1 ȝ + 8 ℞ + 16. qui detractus a priori quadrato 1 ȝ + 10 ℞ + 25. relinquit 2 ℞ + 9. alterum numerorum, in quos diuidendus est 40. Atque ita quadratus, quem quærimus, est 1 ȝ + 10 ℞ + 25. & partes numeri 40. sunt 10 ℞ + 25. & 2 ℞ + 9. Nam prior ex illo quadrato subductus relinquit quadratum 1 ȝ. At posterior ex eodem quadrato sublatus relinquit 1 ȝ + 8 ℞ + 16. quandoquidem hic ex illo quadrato demptus relinquit 2 ℞ + 9. quod etiam hæc formula docet, qui numerus 1 ȝ + 8 ℞ + 16. similiter quadratus est lateris 1 ℞ + 4. vt paulò ante patuit. Reliquum est, vt duæ hæ partes 10 ℞ + 25. & 2 ℞ + 9. efficiant datum numerum 40. Efficiunt autem 12 ℞ + 34. qui numerus æqualis debet esse numero 40. Ablatis ergo 34. vtrobique, erit æquatio inter 12 ℞. & 6. Diuisisq. 6. per 12. fiet 1 ℞. $\frac{1}{2}$. Cum ergo latus quadrati quæsiti positum sit 1 ℞ + 5. erit ipsum latus 5 $\frac{1}{2}$. siue $\frac{11}{2}$. & quadratus quæsitus $\frac{121}{4}$. siue 30 $\frac{1}{4}$. Partes autem numeri 40. quas posuimus 10 ℞ + 25. & 2 ℞ + 9. erunt 30. & 10. quæ simul faciunt numerum datum 40. & detractæ ex quadrato inuento 30 $\frac{1}{4}$. relinquunt quadratos numeros $\frac{1}{4}$. & 20 $\frac{1}{4}$. siue $\frac{81}{4}$. quorum latera $\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{2}$.

1 ȝ +	10 ℞ +	25	
0 ȝ +	2 ℞ +	9	
1 ȝ +	8 ℞ +	16.	

CIII. 103 *Tres numeros inuenire, ita vt primus cum quolibet alio dato habeat ad summam reliquorum proportionem quamcunque datam: Item secundus cum eodem dato numero ad summam reliquorum habeat quoque datam quamuis proportionem: Tertius denique cum eodem numero dato habeat ad reliquorum summam proportionem quoque datam quamcunque.*

SIT datus numerus 73. inueniendiq. sint tres numeri, quorum primus cum 73. ad reliquorum summam habeat proportionem duplam: Secundus cum 73. ad reliquorum summam proportionem triplam: Tertius denique cum 73. ad summam reliquorum proportionem quadruplam. Ponatur summa omnium trium 1 ℞. Ergo primus erit $\frac{2}{3}$ ℞ — 73. vt cum 73. habeat $\frac{2}{3}$ ℞. numerum videlicet duplum ad $\frac{1}{3}$ ℞. summam reliquorum. Secundus autem erit $\frac{3}{4}$ ℞ — 73. vt cum 73. habeat $\frac{3}{4}$ ℞. numerum videlicet triplum ad $\frac{1}{4}$ ℞. summam reliquorum. Tertius denique erit $\frac{4}{5}$ ℞ — 73. vt acceptis 73. habeat $\frac{4}{5}$ ℞. numerum scilicet quadruplum ad $\frac{1}{5}$ ℞. summam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

reliquorum. Quibus poſitis, cum primus acceptis 73. habeat $\frac{2}{3}$ ℞. qui duplus eſſe debet ſummæ reliquorum duorum. Facit autem ſecundus $\frac{3}{4}$ ℞—73. cum tertio $\frac{4}{5}$ ℞—73. ſummam $\frac{31}{20}$ ℞—146. ad quam duplus eſſe debet numerus $\frac{2}{3}$ ℞. quem primus cum 73. habet. ac proinde numerus $\frac{62}{20}$ ℞ — 292. duplus prædictæ ſummæ $\frac{31}{20}$ ℞ — 146. æqualis erit numero $\frac{2}{3}$ ℞. Additis igitur 292. vtrobique, æquatio erit inter $\frac{62}{20}$ ℞. & $\frac{2}{3}$ ℞ + 292. Ablatisq. $\frac{2}{3}$ ℞. vtrobique, inter $\frac{146}{60}$ ℞. & 292. Diuiſis igitur 292. per $\frac{146}{60}$. fiet 1 ℞. 120. Ergo primus numerus $\frac{2}{3}$ ℞ — 73. erit 7. propterea quod $\frac{2}{3}$. numeri 120. ſunt 80. a quibus ſi auferantur 73. reliquus fit numerus 7. Secundus autem $\frac{3}{4}$ ℞—73. erit 17. quia $\frac{3}{4}$. numeri 120. ſunt 90. a quibus ſi deducantur 73. reliquus fit numerus 17. Tertius denique $\frac{4}{5}$ ℞ — 73. erit 23. quippe cum $\frac{4}{5}$. numeri 120. ſint 96. a quibus ſi tollantur 73. ſuperſint 23. Atque hi tres numeri 7. 17. 23. problemati ſatisfaciunt. Nam 7. cum 73. faciunt 80. qui numerus duplus eſt ſummæ 40. ex 17. & 23. collectæ. At 17. cum 73. faciunt 90. qui numerus triplus eſt ſummæ 30. ex 7. & 23. collectæ. Denique 23. cum 73. faciunt 96. qui numerus quadruplus eſt ſummæ 24. ex 7. & 17. collectæ.

104 *Tres numeros inuenire, ita vt primus cum data parte ſummæ aliorum duorum faciat numerum datum? Item ſecundus cum alia data parte aliorum duorum faciat quoque quemcunque numerum datum? Tertius denique cum quauis data parte aliorum duorum faciat ſimiliter quemlibet datum numerum.* CIIII.

DEBEAT primus cum $\frac{1}{2}$. ſecundi ac tertij facere 42. Secundus cum $\frac{1}{4}$. primi ac tertij, 36. Tertius cum $\frac{1}{12}$. primi ac ſecundi, 39. Ponatur primus 1 ℞. Erit ergo ſemiſſis aliorum duorum 42—1 ℞. Ita enim primus cum hac ſemiſſe faciet 42. Ac proinde duplum huius ſemiſſis, nimirum 84—2 ℞. erit ſumma ſecundi ac tertij.

ET quia ſecundus cum $\frac{1}{4}$. primi & tertij facere debet 36. ſi auferemus quartam partem primi, nimirum $\frac{1}{4}$ ℞. ex 36. reliqua erit quarta pars tertij, vnà cum ſecundo, numerus ſcilicet 36 — $\frac{1}{4}$ ℞. quem ſi detrahemus ex 84—2 ℞. hoc eſt, ex ſumma ſecundi ac tertij, dabit reliquus numerus 48—1 $\frac{3}{4}$ ℞. tres reliquas partes quartas tertij. ac proinde tertia pars huius numeri, nimirum 16 — $\frac{7}{12}$ ℞. erit quarta pars tertij, quæ cum tribus quartis prædictis, hoc eſt, cum 48 — $\frac{7}{4}$ ℞. faciet totum tertium numerum 64 — $\frac{28}{12}$ ℞. ſiue 64—2 $\frac{1}{3}$ ℞.

HVNC tertium ſi ſubducemus ex 84 — 2 ℞. ſumma ſecundi ac tertij, reliquus fiet ſecundus 20 + $\frac{1}{3}$ ℞.

QVIA vero tertius cum $\frac{1}{12}$. primi ac ſecundi, id eſt, cum $\frac{1}{12}$ ℞.

& $1\frac{2}{3} + \frac{5}{36}$ 2e. (quæ ſimul faciunt $1\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$ 2e.) debet facere 39. Facit autem tertius $64 - 2\frac{1}{3}$ 2e. cum $1\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$ 2e. numerum $65\frac{2}{3} - 2\frac{2}{9}$ 2e. Nam $-2\frac{1}{3}$. cum $+\frac{1}{9}$. facit $-2\frac{2}{9}$. vt in hac formula, apparet. qui numerus $65\frac{2}{3} - 2\frac{2}{9}$ 2e. æqualis debet eſſe numero 39. Additis ergo $2\frac{2}{9}$ 2e, vtrobique, erit æqualitas inter $65\frac{2}{3}$. & $39 + 2\frac{2}{9}$ 2e. Ablatisq. 39. vtrobique, inter $26\frac{2}{3}$. ſiue $\frac{80}{3}$. & $\frac{20}{9}$ 2e. Diuiſis ergo $\frac{80}{3}$. per $\frac{20}{9}$. fiet 1 2e. 12. primus numerus. Ac proinde ſecundus, qui inuentus eſt $20 + \frac{1}{3}$ 2e. erit 24. Tertius autem inuentus $64 - 2\frac{1}{3}$ 2e. erit 36. Atque tres hi numeri 12. 24. 36. problema abſoluunt. Facienda autem ſemper eſt æquatio cum numero, quem tertius cum parte data aliorum facere debet, vt in noſtro exemplo cum 39. factum eſt.

$$\begin{array}{r} -\,2\frac{1}{3} \\ +\,\frac{1}{9} \\ \hline -\,2\frac{2}{9} \end{array}$$

CV. 105 *Datum numerum partiri in duas partes, vt prior cum dato alio numero ad poſteriorem cum quouis alio dato numero proportionem habeat datam quãcunque, ſi id fieri poteſt.*

DATVS numerus 100 ſecandus ſit in duas partes, vt prior cum 10. faciat numerum triplum numeri, quem poſterior pars cum 20. efficit. Ponatur prior pars 1 2e. ac proinde poſterior $100 - 1$ 2e. Prior cum 10. facit 1 2e $+ 10$. & poſterior cũ 20. facit $120 - 1$ 2e. Vt ergo ille huius ſit triplus, neceſſario erit æquatio inter 1 2e $+ 10$. & $360 - 3$ 2e. Additisq. 3 2e vtrobique, inter 4 2e $+ 10$. & 360. Ablatisq. 10 vtrobique, inter 4 2e. & 350. Diuiſis igitur 350 per 4 fiet 1 2e. $87\frac{1}{2}$. prior pars. Poſterior autem $100 - 1$ 2e. erit $12\frac{1}{2}$. Prior cum 10. facit $97\frac{1}{2}$. numerum triplum numeri $32\frac{1}{2}$. ex poſteriori parte, & 20. conflati.

ADDITVM eſt in ænigmate, [ſi id fieri poteſt] quia ſæpe erit quæſtio impoſſibilis. quod optimè æquatio monebit. V. g. ſi datus numerus 100. diuidendus ſit in duos, vt prior cum 10. faciat numerum ſeptuplum numeri ex poſteriori, & 20. conflati; fieri id nullo modo poterit. Poſita enim priori parte 1 2e. & poſteriori $100 - 1$ 2e. prior cum 10. faciet 1 2e $+ 10$ poſterior aũt cum 20 faciet $120 - 1$ 2e. cuius ille non poteſt eſſe ſeptuplus. Nam fieret æquatio inter 1 2e $+ 10$. & $840 - 7$ 2e. Et additis 7 2e. vtrobique, inter 8 2e $+ 10$. & 840. Ablatisq. 10. vtrobique, inter 8 2e. & 830. Diuiſis autem 830. per 8. fieret 1 2e. $103\frac{3}{4}$. prior pars. quod eſt abſurdum, cum maior ſit dato numero 100.

VIDES igitur, quam expeditè operatio ipſa nos inſtruat, quando quæſtio propoſita ſolui poſſit, & quando non. id quod ad initium huius lib. monuimus.

106 ***Numerum inuenire, a quo detractis quotuis partibus aliquotis, si reliquus numerus per datum numerum multiplicetur, fiat numerus æqualis ei, qui ex inuento numero, & dato conflatur.*** CVI.

SIT inueniendus numerus, a quo detractis $\frac{4}{7}$. si reliquus numerus $\frac{3}{7}$. multiplicetur per 10. tantum fiat, quantum ex numero inuento, & dato numero 10. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Detractis $\frac{4}{7}$. remanent $\frac{3}{7}$ ℞. quibus multiplicatis per 10. fit numerus $\frac{30}{7}$ ℞. id est, $4\frac{2}{7}$ ℞. Et si ad positum numerum 1 ℞. addantur 10. fit numerus 1 ℞ + 10. æqualis $4\frac{2}{7}$ ℞. Ablata ergo 1 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 10. & $3\frac{2}{7}$ ℞. Diuisisq. 10. per $3\frac{2}{7}$. hoc est, per $\frac{23}{7}$. fiet 1 ℞. $\frac{70}{23}$. siue $3\frac{1}{23}$. numerus quæsitus: Subductis enim $\frac{4}{7}$. inuenti numeri $\frac{70}{23}$. nimirum $\frac{40}{23}$. si reliquus numerus $\frac{30}{23}$. nimirum $\frac{3}{7}$. eiusdem numeri inuenti, multiplicetur per 10. fiet numerus $\frac{300}{23}$. siue $13\frac{1}{23}$. Et si ad inuentum numerum $\frac{70}{23}$. addatur idem numerus datus 10. hoc est, $\frac{230}{23}$. fiet quoque numerus $\frac{300}{23}$. siue $13\frac{1}{23}$.

Hoc ænigma idem est, quod trigesimum, sed variata nonnihil pronunciatione.

107 ***Duos numeros in data proportione inuenire, vt ex vno in alterum gignatur datus quiuis numerus.*** CVII.

SINT inueniendi duo numeri in proportione sesquialtera, vt ex vno in alterum gignatur numerus 40. Ponantur numeri 2 ℞. 3 ℞. in proportione sesquialtera. Ex vno in alterum fit numerus 6 ȝ. æqualis 40. Diuisis ergo 40. per 6. fit 1 ȝ. $\frac{40}{6}$. Et $\sqrt{}$ȝ $\frac{40}{6}$. erit valor vnius radicis. Et quia primus numerus positus fuit 2 ℞. & secundus 3 ℞. erit primus numerus $\sqrt{}$ȝ $\frac{160}{6}$. & secundus $\sqrt{}$ȝ $\frac{360}{6}$. Ex vno in alterum fit numerus $\sqrt{}$ȝ $\frac{57600}{36}$. hoc est $\frac{240}{6}$. siue 40.

SINT rursum inueniendi duo numeri in eadem proportione sesquialtera, vt ex vno in alterum fiat numerus 294. Positis rursum duobus numeris 2 ℞. 3 ℞. in proportione sesquialtera, gignetur ex vno in alterum numerus 6 ȝ. æqualis 294. Diuisisq. 294. per 6. fit 1 ȝ. 49. cuius radix est 7. Ergo primus numerus 2 ℞. erit 14. & secundus 3 ℞. erit 21. Atque ex 14. in 21. fit propositus numerus 294. Vides ergo aliquando numeros quæsitos esse surdos, vt in priori exemplo, & aliquando rationales, vt in posteriori.

108 ***Duos numeros in qualibet proportione datos æqualiter minuere, ita vt reliquus maioris ad reliquum minoris habeat datam quamcunque proportionem, quæ maior sit proportione datorum numerorum.*** CVIII.

HOC

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

HOC ænigma idem eſt, quod octauum, alijs tamen verbis propoſitum. Nam & hic quæritur numerus, qui ex datis duobus detractus relinquat duos numeros in data proportione. Libuit tamen idipſum hoc tenore proponere, & aliter ſoluere, quam ænigma octauum ſolutum fuit, vt diſcas aliorum quoque ænigmatum ſolutiones variare. Sint ergo dati duo numeri 3. & 2. in proportione ſeſquialtera minuendi æqualiter, hoc eſt, ab ipſis vnus idemq. numerus auferendus, vt reliqui proportionem habeant v.g. vigecuplam. Ponamus minorem imminutum decreuiſſe vſque ad 1 ℞. ac proinde maiorem vſque ad 20 ℞. vt hic reliquus ad illum reliquum habeat proportionem vigecuplam. Si igitur ex maiore 3. auferemus 20 ℞. remanebit numerus 3 — 20 ℞. qui auferendus eſt ex 3. vt relinquantur 20 ℞. vt in hac formula apparet.

3 + 0 ℞
3 — 20 ℞
———————
0 + 20 ℞

Item ſi ex minore 2. detrahemus 1 ℞. reliquus erit numerus 2 — 1 ℞. qui ex 2. auferendus eſt, vt relinquatur 1 ℞. Quia vero ambo numeri ponuntur æqualiter imminuti, hoc eſt, ex vtroque idem numerus ablatus ponitur, erit æquatio inter 3 — 20 ℞. & 2 — 1 ℞. Additisq. 20 ℞ vtrobique, inter 3 & 2 + 19 ℞. Ablatisq. 2 vtrinque, inter 1. & 19 ℞. Eritq. 1 ℞. $\frac{1}{19}$. Cum igitur ex 3. auferenda ſint 3 — 20 ℞. & 2 — 1 ℞. ex 2. auferendus erit ex vtroque numero numerus 1 $\frac{18}{19}$. eruntq. reliqui numeri $\frac{20}{19}$. & $\frac{1}{19}$. qui habent proportionem vigecuplam propoſitam.

CIX. 109 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt qui fit ex vno in alterum cum ſumma quadratorum, qui ex ipſis fiunt, efficiat numerum datum.*

SINT inueniendi duo numeri in proportione ſeſquialtera, ita vt ex vno in alterum fiat numerus, qui cum quadratis ipſorum efficiat 100. Ponantur numeri quæſiti 3 ℞. 2 ℞. in proportione ſeſquialtera. Ex vno in alterum fit numerus 6 ʓ. & eorum quadrati ſunt 9 ʓ. & 4 ʓ. qui cum 6 ʓ. faciunt 19 ʓ. æquales 100. Diuiſis igitur 100. per 19. fit 1 ʓ. $\frac{100}{19}$. ergo 1 ℞. erit √ʓ $\frac{100}{19}$. & 3 ℞. erunt √ʓ $\frac{900}{19}$. pro primo numero, quem poſuimus 3 ℞. & ſecundus numerus, qui poſitus fuit 2 ℞. erit √ʓ $\frac{400}{19}$. ad quem √ʓ $\frac{900}{19}$. proportionem habet ſeſquialteram. Ex vno in alterum fit numerus √ʓ $\frac{360000}{361}$. hoc eſt, $\frac{600}{19}$. & ſumma quadratorum $\frac{900}{19}$. & $\frac{400}{19}$. eſt $\frac{1300}{19}$. quæ cum $\frac{600}{19}$. facit $\frac{1900}{19}$. hoc eſt, 100.

SINT rurſus inueniendi duo numeri in proportione ſeſquialtera, ita vt numerus, qui ex vno in alterum fit, cum ſumma quadratorum, qui ex ipſis fiunt, faciat ſummam 2736. Repetita eadem operatione, erunt 19 ʓ. æquales 2736. Diuiſis ergo 2736. per 19. fiet 1 ʓ. 144. & 1 ℞ 12. Igitur primus numerus poſitus 3 ℞. erit 36. & ſecundus, quem poſuimus 2 ℞. erit 24. Ex 36. in 24. fiunt 864. quæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

cum quadratis 576. 1296. faciunt 2736. ipsiq. numeri inuenti 36. & 24. proportionem habent sesquialteram.

110 *Inuenire numerum, qui in se ductus, & productus in datum quemuis numerum, faciat numerum, qui habeat ad inuenti numeri cubum proportionem quamcunque datam.* CX.

INVENIENDVS sit numerus, qui in se ductus, & hic productus in 10. faciat numerum in proportione quintupla ad inuenti numeri cubum, hoc est, qui quinquies eius cubum contineat. Ponatur quæsitus numerus 1 ℞. Hic in se ductus facit 1 ʒ. & 1 ʒ. in 10. facit 10 ʒ. qui numerus debet esse quintuplus cubi ex 1 ℞. procreati. Est autem cubus numeri 1 ℞. 1 ce. qui quinquies sumptus facit 5 ce. æquales 10 ʒ. Diuisis ergo 10. per 5. fiet 1 ℞ 2. numerus quæsitus. propterea quod numeri Cossici sunt collaterales. Nam ex 2. in 2. fit 4. & ex 4. in 10. fit numerus 40. quintuplus cubi 8. ex 2. procreati.

SI numerus ductus in se, & productus in 10. debet habere proportionem sesquialterã ad cubum, erit æquatio inter 10 ʒ. & 1 $\frac{1}{2}$ ce. Diuisis igitur 10. per 1 $\frac{1}{2}$. siue per $\frac{3}{2}$. fiet 1 ℞ $\frac{20}{3}$. qui numerus in se ductus facit $\frac{400}{9}$. & hic in 10. facit $\frac{4000}{9}$. Cubus autem numeri $\frac{20}{3}$. est $\frac{8000}{27}$. ad quem numerus $\frac{4000}{9}$. hoc est $\frac{12000}{27}$. proportionem habet sesquialteram.

SIC si numerus ductus in se, & productus in 10. debet ad cubum habere proportionem subduplam; Posito numero 1 ℞. fiet ex 1 ℞ in se numerus 1 ʒ. & ex 1 ʒ. in 10. numerus 10 ʒ. qui subduplus esse debet 1 ce. qui fit ex 1 ℞ in se cubicè. Igitur æquatio erit inter 20 ʒ. & 1 ce. eritq. 1 ℞ 20. Nam ex 20. in se, fit 400. & ex 400. in 10. fit 4000. qui subduplus est cubi 8000. qui fit ex 20. in se cubicè.

111 *Datum numerum in duas partes secare, vt prior multiplicata per quemuis numerum producat numerum, qui superet numerum productum ex parte posteriore in quemlibet alium numerum, numero dato, quando id fieri potest.* CXI.

SIT numerus 30. diuidendus in duas partes, vt prior ducta in 10. procreet numerum, qui numero 20. superet numerum, quem posterior pars in 40. multiplicata producit. Ponatur prior pars 1 ℞. ideoq. posterior 30 — 1 ℞. Ex 1 ℞. in 10. fit numerus 10 ℞. & ex 30 — 1 ℞. in 40. fit numerus 1200 — 40 ℞. quem prior productus superare debet numero 20. Ergo si posteriori addentur 20. fiet æqualitas

litas inter 10 ℞. & 1220 — 40 ℞. Additisq. 40 ℞. vtrinque, inter 50 ℞. & 1220. Diuisis ergo 1220. per 50. fiet 1 ℞. $24\frac{2}{5}$. prior pars, ideoq. posterior erit $5\frac{3}{5}$. Prior in 10. ducta facit 244. posterior in 40. facit 224. qui ab illo superatur numero 20.

DIXIMVS in ænigmate, [quando id fieri potest] quia non semper quæstio solui potest. vt si prior productus superare debeat posteriorem productũ, numero 300. reperietur æqualitas inter 1500 — 40 ℞. & 10 ℞. Additisq. 40 ℞. vtrinque, inter 1500. & 50 ℞. Diuisisq. 1500. per 50. fiet 1 ℞. 30. vna pars dati numeri 30. quod est ineptum. Vbi etiam vides, ex ipsa operatione per regulam Algebræ cognosci posse, num quæstio solui possit, nec ne.

CXII. 112 *Datum numerum in duas partes secare, vt prior in quemlibet numerum ducta faciat numerum in data proportione ad numerum factum ex posteriori parte in quemuis alium numerum multiplicata.*

SIT numerus 40. secandus in duas partes, vt ex priore in 10. fiat numerus in proportione subdupla ad numerum factum ex parte posteriore in 30. Ponatur prior pars 1 ℞. ideoq. posterior 40 — 1 ℞. Ex 1 ℞. in 10. fit numerus 10 ℞. qui subduplus esse debet numeri 1200 — 30 ℞. producti ex 40 — 1 ℞. in 30. hoc est, æquatio fiet inter 20 ℞. & 1200 — 30 ℞. Additisq. 30 ℞ vtrobique, inter 50 ℞. & 1200. Diuisis ergo 1200. per 50. fiet 1 ℞. 24. prior pars, ac proinde posterior erit 16. Ex 24. in 10. fit 240. qui numerus subduplus est numeri 480. facti ex 16. in 30.

CXIII. 113 *Datum numerum in duos distribuere, vt prior diuisus per datum quemuis numerum faciat Quotientem in data proportione ad Quotientem, qui fit ex posteriori numero per quemlibet numerum diuiso.*

SIT numerus 100. tribuendus in duos, vt prior diuisus per 10. faciat Quotientem in proportione sextupla ad Quotientem, quem facit posterior numerus diuisus per 20. Ponatur prior 1 ℞, ac proinde posterior 100 — 1 ℞. Diuiso priore per 10. fit Quotiens $\frac{1}{10}$ ℞. Diuiso autem posteriore per 20. fit Quotiens $5 - \frac{1}{20}$ ℞. Et quia ille Quotiens ad hunc debet habere proportionem sextuplam; erit æquatio inter $\frac{1}{10}$ ℞. & $30 - \frac{6}{20}$ ℞. Et additis $\frac{6}{20}$ ℞. vel $\frac{3}{10}$ ℞ vtrobique, inter $\frac{4}{10}$ ℞. & 30. Diuisis ergo 30. per $\frac{4}{10}$. fiet 1 ℞. 75. prior numerus. Posterior ergo erit 25. Diuisis 75. per 10. fit Quotiens $\frac{75}{10}$. Diuisis vero 25. per 20. fit Quotiens $\frac{25}{20}$. ad quem ille Quotiens $\frac{75}{10}$. vel $\frac{150}{20}$. proportionem habet sextuplam.

114 Tres

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

114 *Tres numeros in continua proportione data inuenire, vt numerus ex minore in medium productus habeat ad maiorem quamcunque proportionem datam.* CXIIII.

INVENIENDI ſint tres numeri in continua proportione ſeſquitertia, vt ex minore in medium fiat numerus ad maiorem in proportione quintupla. Ponantur quæſiti tres numeri 9 ℞. 12 ℞. 16 ℞. in proportione ſeſquitertia. Ex 9 ℞. in 12 ℞. fit numerus 108 ʒ. qui debet eſſe quintuplus tertij 16 ℞. Ergo æquatio erit inter 108 ʒ. & 80 ℞. Diuiſisq. 80. per 108. fiet 1 ℞. $\frac{80}{108}$. ſiue $\frac{20}{27}$. propterea, quod numeri Coſſici collaterales ſunt. Primus ergo numerus poſitus 9 ℞. erit $\frac{180}{27}$. Secundus poſitus 12 ℞. erit $\frac{240}{27}$. & tertius poſitus 16 ℞. erit $\frac{320}{27}$. Ex primo in ſecundum fit numerus $\frac{43200}{729}$. qui quintuplus eſt ad $\frac{320}{27}$. ſiue ad $\frac{8640}{724}$.

SI productus numerus ex primo in ſecundum debet eſſe æqualis tertio, erit æquatio inter 108 ʒ. & 16 ℞. Diuiſis ergo 16. per 108. fiet 1 ℞ $\frac{4}{27}$. ac proinde tres numeri quæſiti erunt $\frac{36}{27}$. $\frac{48}{27}$. $\frac{64}{27}$. ſiue $1\frac{1}{3}$. $1\frac{7}{9}$. $2\frac{10}{27}$.

SI productus ex primo in ſecundum debet eſſe ſemiſſis tertij, erit æquatio inter 216 ʒ. & 16 ℞. Diuiſis igitur 16. per 216. fiet 1 ℞. $\frac{16}{216}$. ſiue $\frac{2}{27}$. ac proinde tres numeri quæſiti erunt $\frac{18}{27}$. $\frac{24}{27}$. $\frac{32}{27}$. hoc eſt $\frac{2}{3}$. $\frac{8}{9}$. $1\frac{5}{27}$. Atque ex $\frac{2}{3}$. in $\frac{8}{9}$. fit numerus $\frac{16}{27}$. qui ſemiſſis eſt tertij $1\frac{5}{27}$.

115 *Datum numerum in tres partiri, vt ſinguli in tres ſingulos numeros datos, vel in vnum eundemq. numerum datum multiplicati, producant tres numeros in data proportione continua.* CXV.

SIT numerus datus 80. diuidendus in tres, vt primo ducto in 4. & ſecundo in 3. & tertio in 7. producantur tres numeri in continua proportione quadrupla. Ponatur prima pars 1 ℞. quæ ducta in 4. facit 4 ℞. Et quia ſecunda pars ducta in 3. debet gignere numerum 16 ℞. quadruplum videlicet numeri 4 ℞. quærendus erit numerus, qui in 3. ductus producat 16 ℞. Is erit Quotiens, ſi 16 ℞. diuidantur per 3. nimirum $\frac{16}{3}$ ℞. eritq. ſecunda pars $\frac{16}{3}$ ℞. Rurſus quia tertia pars ducta in 7. debet procreare numerum 64 ℞. quadruplũ videlicet numeri 16 ℞. quærendus erit numerus, qui in 7. ductus faciat 64 ℞. Is erit $\frac{64}{7}$ ℞. Quotiens videlicet, ſi 64 ℞. per 7. diuidantur. Atque ita tres partes quæſitæ ſunt 1 ℞. $\frac{16}{3}$ ℞. $\frac{64}{7}$ ℞. quæ ordine in 4. 3. & 7. ductæ procreant 4 ℞. 16 ℞. & 64 ℞. in data proportione quadrupla continua. Reliquum iam eſt, vt prædictæ tres partes in vnam ſummam collectæ faciant 80. numerum datum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Faciunt autem 1 $\frac{104}{21}$ ℞. siue $\frac{125}{21}$ ℞. Est ergo æquatio inter $\frac{125}{21}$ ℞. & 80. Diuisis ergo 80. per $\frac{125}{21}$. fiet 1 ℞. $\frac{1680}{125}$. prima pars, quæ posita fuit 1 ℞. Quoniam autem secunda pars inuenta fuit $\frac{16}{3}$ ℞. si $\frac{1680}{125}$. valor vnius radicis ducatur in $\frac{16}{3}$ ℞. producetur secunda pars $\frac{26880}{975}$. Eadem ratione, cum tertia pars inuenta sit $\frac{64}{7}$ ℞. si vnius radicis valor $\frac{1680}{125}$. ducatur in $\frac{64}{7}$ ℞. producetur tertia pars $\frac{107520}{2275}$. Atque hæ tres partes $\frac{1680}{125}$. $\frac{26880}{975}$. $\frac{107520}{2275}$. hoc est, 5 $\frac{11}{65}$. 27 $\frac{111}{195}$. 47 $\frac{119}{455}$. in vnum collectæ faciunt 80. numerum datum. & multiplicatæ ordinatim per 4.3.7. procreant tres numeros $\frac{6720}{125}$. $\frac{80640}{975}$. $\frac{752640}{2275}$. in continua proportione quadrupla.

QVANDO datus numerus 80. tribuendus est in tres, vt singulis partibus per eundem numerum quemcunque, vt per 5. multiplicatis, gignantur tres numeri in continua proportione quadrupla. fiet id facili negotio. Nam si per ænigma 49. diuidatur numerus datus 80. in tres partes continuè quadruplas, videlicet in $\frac{80}{21}$. $\frac{320}{21}$. $\frac{1280}{21}$.
a schol. 18. septimi. & singulæ per propositum numerum 5. multiplicentur, [a] producentur tres numeri in eadẽ proportione quadrupla, $\frac{400}{21}$. $\frac{1600}{21}$. $\frac{6400}{21}$. id est, 19 $\frac{1}{21}$. 76 $\frac{4}{21}$. 304 $\frac{16}{21}$.

CXVI. 116 ***Datum numerum in tres partes diuidere, vt singulæ per tres singulos numeros datos multiplicatæ producant eundem numerum: Vel vt tam priores duæ per duos datos numeros ductæ producant vnũ eundemq. numerum, quàm posteriores duæ per alios duos numeros datos multiplicatæ producant vnum quoque & eundem numerum.***

SIT datus numerus 100. diuidendus in tres, vt primo ducto in 5. secundo in 2. & tertio in 6. fiant tres numeri æquales. Ponatur primus 1 ℞. quo ducto in 5. fiunt 5 ℞. Et quia tantundem debet facere secundus ductus in 2. diuidemus 5 ℞. per 2. Nam Quotiens $\frac{5}{2}$ ℞ erit secundus numerus, cum in 2. ductus faciat 5 ℞. Et quoniam tantundem facere debet tertius in 6. ductus, diuidemus 5 ℞ per 6. Quotiens enim $\frac{5}{6}$ ℞. erit tertius numerus, cum in 6. ductus faciat 5 ℞. Reliquum iam est, vt omnes tres partes 1 ℞. 2 $\frac{1}{2}$ ℞. $\frac{5}{6}$ ℞. faciant datum numerum 100. Faciunt autem 4 $\frac{1}{3}$ ℞. Est ergo æquatio inter 4 $\frac{1}{3}$ ℞. & 100. diuisisq. 100. per 4 $\frac{1}{3}$. hoc est, per $\frac{13}{3}$. fiet 1 ℞. 23 $\frac{1}{13}$. quæ dat primum numerum, quem posuimus 1 ℞. Secundus ergo inuentus 2 $\frac{1}{2}$ ℞. erit 57 $\frac{9}{13}$. Et tertius inuentus $\frac{5}{6}$ ℞. erit 19 $\frac{3}{13}$. Atque hi tres numeri 23 $\frac{1}{13}$. 57 $\frac{9}{13}$. 19 $\frac{3}{13}$. faciunt datum numerum 100. Et ductæ in 5.2. & 6. producunt tres numeros æquales 115 $\frac{5}{13}$. 115 $\frac{5}{13}$. 115 $\frac{5}{13}$.

SED iam tam priores duo numeri multiplicati per 6. & 3. debeant producere duos numeros æquales, quam posteriores duo ducti in 5. & 8. Ponatur rursum primus 1 ℞. Ex 1 ℞ in 6. fiunt 6 ℞.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

Et quia tantundem facere debet ſecundus ductus in 3. diuidemus 6 ℞ per 3. Quotiens enim 2 ℞. dabit ſecundum numerum, cum ductus in 3 faciat 6 ℞. Deinde ex ſecundo hoc 2 ℞ in 5 fiunt 10 ℞. Et quoniam tantundem debet facere tertius ductus in 8. diuidemus 10 ℞ per 8. Nam Quotiens $1\frac{1}{4}$. erit tertius numerus, cum ductus in 8. gignat 10 ℞. Reliquum nunc eſt, vt tres hi numeri 1 ℞. 2 ℞. $1\frac{1}{4}$ ℞ faciant numerum datum 100. Faciunt autem $4\frac{1}{4}$ ℞. qui numerus æqualis eſſe debet 100. Diuiſis ergo 100. per $4\frac{1}{4}$. id eſt, per $\frac{17}{4}$. fiet 1 ℞. $23\frac{9}{17}$. primus numerus, qui poſitus fuit 1 ℞. Secundus igitur inuentus 2 ℞. erit $47\frac{1}{17}$. Et tertius inuentus $1\frac{1}{4}$ ℞. erit $29\frac{7}{17}$. Atque hi tres numeri $23\frac{9}{17}$. $47\frac{1}{17}$. $29\frac{7}{17}$. faciunt ſimul 100. Et priores duo ducti in 6. & 3. generant eundem numerum $141\frac{3}{17}$. Poſteriores vero duo ducti in 5. & 8. procreant eundem numerum $235\frac{5}{17}$.

117 *Datum numerum in tres partes diſtribuere, vt prima parte diuiſa per quemuis numerum. Et ſecunda multiplicata per alium datum numerum. Ac tertia diuiſa per quemcunque etiam numerum, proueniant tres numeri æquales.* CXVII.

SIT datus numerus 178. diuidendus in tres partes, vt tantum fiat ex diuiſione primæ partis per 5. quantum ex multiplicatione ſecundæ per 8. & quantum ex diuiſione tertiæ per 6. Ponatur prima pars 1 ℞ qua diuiſa per 5. fit Quotiens $\frac{1}{5}$ ℞. Et quia tantundem fieri debet ex ſecunda ducta in 8. diuidemus $\frac{1}{5}$ ℞ per 8. Nam Quotiens $\frac{1}{40}$ ℞. erit ſecunda pars, quæ multiplicata per 8. facit $\frac{1}{5}$ ℞. Et quia tantundem facere debet tertia diuiſa per 6. multiplicabimus $\frac{1}{5}$ ℞ per 6. Productus enim numerus $\frac{6}{5}$ ℞ erit tertia pars, qua diuiſa per 6. Quotiens fit $\frac{1}{5}$ ℞. Reliquum iam eſt, vt tres hæ partes 1 ℞. $\frac{1}{40}$ ℞. $\frac{6}{5}$ ℞. faciant datum numerum 178. Faciunt autem $2\frac{9}{40}$ ℞. Igitur æquatio erit inter 178. & $2\frac{9}{40}$ ℞. Et ſi diuidantur 178 per $2\frac{9}{40}$. ſiue per $\frac{89}{40}$. fiet 1 ℞. 80. prima pars, quam poſuimus 1 ℞. Secunda autem erit 2. quæ habetur, ſi radix inuenta 80. multiplicetur per $\frac{1}{40}$. propterea quod ſecunda pars inuenta fuit $\frac{1}{40}$ ℞. Tertia denique erit 96. quæ quidem producetur, ſi eadem radix inuenta 80 multiplicetur per $\frac{6}{5}$. propterea quod tertia pars inuenta fuit $\frac{6}{5}$ ℞. Atque hæ tres partes 80. 2. 96. conficiunt 178. numerum datum. Et ſiue prima per 5 diuidatur, ſiue ſecunda ducatur in 8. ſiue denique tertia diuidatur per 6 producetur ſemper idem numerus 16.

118 *Datum numerum in tres partes ſecare, vt ſingulæ per ſingulos tres numeros datos diuiſæ, faciant vnũ eundemq. Quotientem.* CXVIII.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SIT datus numerus 240. tribuendus in tres partes, vt prima diuisa per 5. Et secunda per 3. Et tertia per 7. procreetur semper idem Quotiens. Ponatur prima pars 1 ℞ qua diuisa pet 5. fit Quotiens $\frac{1}{5}$ ℞. Et quia tantundem fieri debet ex secunda parte diuisa per 3. multiplicabimus $\frac{1}{5}$ ℞ per 3. Productus enim numerus $\frac{3}{5}$ ℞ erit secunda pars, quæ diuisa per 3. facit Quotientem $\frac{1}{5}$ ℞. Quoniam autem ex diuisione tertiæ partis per 7. debet etiam produci $\frac{1}{5}$ ℞. multiplicabimus $\frac{1}{5}$ ℞ per 7. Numerus enim productus $\frac{7}{5}$ ℞ erit tertia pars, qua diuisa per 7. Quotiens fit $\frac{1}{5}$ ℞. Restat, vt tres hæ partes 1 ℞. $\frac{3}{5}$ ℞. $\frac{7}{5}$ ℞. simul sumptæ sint 240. Faciunt autem 3 ℞. Igitur æquatio erit inter 3 ℞. & 240. Diuisisq. 240. per 3 fiet 1 ℞. 80. prima pars. Secunda erit 48. quæ habetur, si inuenta radix 80. ducatur in $\frac{3}{5}$. cum secunda pars inuenta sit $\frac{3}{5}$ ℞. Tertia denique erit 112. quæ habetur, si eadem radix inuenta 80. ducatur in $\frac{7}{5}$. quandoquidem tertia pars inuenta fuit $\frac{7}{5}$ ℞. Atque omnes hæ tres partes 80. 48. 112. faciunt 240. numerum propositum. Et tam prima diuisa per 5. quam secunda per 3. & tertia per 7. fit idem semper Quotiens 16.

CXIX. 119 *Duos numeros in data proportione inuenire, vt quælibet pars aliquota minoris in aliam datam partem maioris multiplicata gignat numerum quemcunque datum.*

SINT inueniendi duo numeri in proportione tripla, vt $\frac{1}{4}$. minoris in $\frac{1}{2}$. maioris ducta procreet numerum 90. Ponatur minor 1 ℞ & maior 3 ℞, vt habeant datam proportionem triplam. Ex quarta parte minoris, nimirum $\frac{1}{4}$ ℞. in semissem maioris, id est, in $\frac{3}{2}$ ℞ fit numerus $\frac{3}{8}$ ȝ. æqualis 90. Diuisis ergo 90. per $\frac{3}{8}$. fiet 1 ȝ. 240. Et 1 ℞ erit √ȝ 240. minor numerus. Maior erit huius triplus √ȝ 2160. Iam $\frac{1}{4}$. minoris, videlicet √ȝ 15. ducta in $\frac{1}{2}$. maioris, nimirum in √ȝ 540. facit √ȝ 8100. hoc est, numerum datum 90.

CXX. 120 *Numerum inuenire, quo per datum numerum multiplicato, & per productum diuiso alio numero dato, Quotiens ad inuentum numerum datam habeat proportionem.*

SIT inueniendus numerus, quo multiplicato per 5. & per productum diuiso numero 60. Quotiens ad numerum inuentum proportionem habeat sesquialteram. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Hoc ducto in 5 fiunt 5 ℞. Diuisis autem 60. per 5 ℞. fit Quotiens $\frac{60}{5 ℞}$. qui sesquialteram proportionem habere debet ad 1 ℞. Habet autem & numerus 1 $\frac{1}{2}$ ℞. hoc est, $\frac{3 ℞}{2}$. (qui producitur ex 1 ℞. in 1 $\frac{1}{2}$. siue in $\frac{3}{2}$.) ad 1 ℞. proportionem sesquialteram. Est ergo

æqua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

æquatio inter $\frac{60}{5\,2e}$. & $\frac{3\,2e}{2}$. quæ per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 120. & 15 ʒ. Diuisis igitur 120 per 15. fiet 1 ʒ. 8. Et 1 2e erit √ʒ 8. numerus, quem quærimus. Nam ex √ʒ 8 in 5 fit √ʒ 200. per quem numerum si diuidantur 60. fit Quotiens √ʒ 18. qui ad √ʒ 8. sesquialteram proportionem habet: quippe cum √ʒ 8. ducta in 1 $\frac{1}{2}$. faciat √ʒ 18.

120		15 ʒ
$\frac{60}{5\,2e}$	X	$\frac{3\,2e}{2}$

121 *Tres numeros inuenire Arithmeticè proportionales, ita vt eorum summa sit data pars aliquota numeri, qui ex eorum multiplicatione inter se producitur. Vel (quod idem est) vt numerus ex ipsorum multiplicatione productus ad eorundem summam proportionem habeat datam.* CXXI.

DEBEAT summa inuentorum numerorum esse $\frac{1}{5}$. numeri ex eorum multiplicatione producti, hoc est, numerus productus ad summam habere debeat proportionem quintuplam. Ponantur tres numeri quæsiti 1 2e. 2 2e. 3 2e. qui æqualiter se excedunt numero 1 2e. Eorum summa est 6 2e. At numerus ex multiplicatione productus 6 ce. Nam ex 1 2e. in 2 2e. fit numerus 2 ʒ. Et ex 2 ʒ. in 3 2e. fit numerus 6 ce. Et quoniam summa 6 2e. debet esse $\frac{1}{5}$. numeri 6 ce. erit æquatio inter 30 2e. & 6 ce. Diuisis igitur 30 per 6. fiet 1 ʒ. 5. (propterea quod inter 2e, & ce, vna denominatio, nimirum ʒ, est interposita) ideoq. 1 2e. erit √ʒ 5. & 2 2e. erunt √ʒ 20. & 3 2e erunt √ʒ 45. Itaque tres numeri inuenti sunt √ʒ 5. √ʒ 20. √ʒ 45. qui se æqualiter excedunt numero √ʒ 5. vt patet, si primus a secundo, & secundus a tertio subtrahatur. Summa eorum est √ʒ 180. & numerus ex eorum multiplicatione productus √ʒ 4500. Constat autem √ʒ 180. esse $\frac{1}{5}$. numeri √ʒ 4500. hoc est, √ʒ 4500. ad √ʒ 180. proportionem habere quintuplam; cum numerus √ʒ 180. ductus in 5. faciat √ʒ 4500.

DEBEAT deinde numerus productus ad summam habere proportionem, quam 24. ad 1. hoc est, summa debeat esse $\frac{1}{24}$. numeri producti. Ponantur numeri proportionales Arithmetice, 2 2e. 3 2e. 4 2e. quorum summa 9 2e. & numerus productus 24 ce. Et quia 9 2e. debent esse $\frac{1}{24}$. numeri 24 ce. hoc est, hic numerus ad illum habere debet proportionem, quam 24. ad 1. si 9 2e. multiplicentur per 24. fiet æqualitas inter 216 2e. & 24 ce. Diuisis igitur 216. per 24. fiet 1 ʒ. 9. & 1 2e. 3. Erunt igitur tres numeri quæsiti 6. 9. 12. quod positi sint 2 2e. 3 2e. 4 2e. Summa eorum 27. est $\frac{1}{24}$. pars numeri 648. ex eorum multiplicatione producti: propterea quod ex 27. in 24. gignatur numerus 648.

122 *Tres*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

CXXII. **122** *Tres numeros inuenire in continua proportione data, vt ex eorum multiplicatione gignatur datus numerus.*

SINT tres numeri inueniendi continuè quadrupli, vt inter se multiplicati procreent numerum 27. Ponantur quæsiti numeri 1 ℞. 4 ℞. 16 ℞. in continua proportione quadrupla. Ex 1 ℞ in 4 ℞. fit numerus 4 ȝ. & ex 4 ȝ in 16 ℞. fit numerus 64 ce. æqualis 27. Diuisis ergo 27. per 64. fit 1 ce. $\frac{27}{64}$. & 1 ℞ $\frac{3}{4}$. Sunt ergo tres numeri quæsiti $\frac{3}{4}$. $\frac{12}{4}$. $\frac{48}{4}$. hoc est, $\frac{3}{4}$. 3. 12. quadrupli, qui inter se multiplicati producunt 27.

SINT rursum inueniendi tres numeri sesquialteri, qui inter se multiplicati faciant 12. Ponantur tres numeri sesquialteri 1 ℞. 1 $\frac{1}{2}$ ℞. 2 $\frac{1}{4}$ ℞. hoc est, 1 ℞. $\frac{3}{2}$ ℞. $\frac{9}{4}$ ℞. Ex 1 ℞ in $\frac{3}{2}$ ℞. fit numerus $\frac{3}{2}$ ȝ. Et ex $\frac{3}{2}$ ȝ. in $\frac{9}{4}$ ℞. fit numerus $\frac{27}{8}$ ce. hoc est, 3 $\frac{3}{8}$ ce. æqualis 12. Diuisis ergo 12 per $\frac{27}{8}$. fiet 1 ce. 3 $\frac{5}{9}$. & 1 ℞. √ce 3 $\frac{5}{9}$. primus numerus, quem posuimus 1 ℞. Secundus ergo positus 1 $\frac{1}{2}$ ℞. erit √ce 12. Et tertius positus 2 $\frac{1}{4}$ ℞. erit √ce 40 $\frac{1}{2}$. propterea quod ex 1 $\frac{1}{2}$. in √ce 3 $\frac{5}{9}$. fit √ce 12. & ex 2 $\frac{1}{4}$. in √ce 3 $\frac{5}{9}$. fit √ce 40 $\frac{1}{2}$. Iam ex √ce 3 $\frac{5}{9}$. in √ce 12. fit numerus √ce 42 $\frac{2}{3}$. Et ex √ce 42 $\frac{2}{3}$. in √ce 40 $\frac{1}{2}$. fit numerus √ce 1728. hoc est, 12.

CXXIII. **123** *Numerum inuenire, qui ductus in suam radicem quadratam producat datum numerum.*

SIT inueniendus numerus, qui in suam radicem quadratam ductus faciat 4. Ponatur numerus quæsitus 1 ȝ. Hic ductus in 1 ℞ suam radicem quadratam facit 1 ce. æqualem 4. Diuisis ergo 4 per 1. fiet 1 ce 4. eiusq. radix cubica √ce 4. cuius quadratum est √ce 16. numerus quæsitus; quem posuimus 1 ȝ. Hic enim ductus in √ce 4. suam radicem quadratam facit √ce 64. hoc est, 4.

SIT deinde producendus numerus 15 $\frac{5}{8}$. inuenieturq. æqualitas inter 1 ce. & 15 $\frac{5}{8}$. Diuisis ergo 15 $\frac{5}{8}$. per 1. fiet 1 ce. 15 $\frac{5}{8}$. hoc est, $\frac{125}{8}$. cuius radix cubica $\frac{5}{2}$. & huius quadratum $\frac{25}{4}$. numerus quæsitus, quem posuimus 1 ȝ. Atque hic in suam radicem $\frac{5}{2}$. ductus facit $\frac{125}{8}$. hoc est, 15 $\frac{5}{8}$.

CXXIIII. **124** *Numerum inuenire, cuius radix quadrata ad eiusdem radicem cubicam habeat datam proportionem.*

SIT inueniendus numerus, cuius radix quadrata ad eiusdem radicem cubicam habeat proportionem sesquialteram. Ponatur quæsitus numerus 1 ȝ ce. vt nimirum habeat vtramque radicem propositam.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ſitam. Radix eius quadrata eſt 1 ce. & radix cubica 1 ȝ. vt ex ijs conſtat, quæ ad initium cap. 12. docuimus. quia 1 ce in ſe quadratè facit 1 ȝ ce, & 1 ȝ in ſe cubicè ſimiliter facit 1 ȝ ce. Reliquum eſt, vt 1 ce. ad 1 ȝ, proportionem habeat ſeſquialteram, hoc eſt, æquatio ſit inter 1 ce, & 1 $\frac{1}{2}$ ȝ. quod 1 $\frac{1}{2}$ ȝ ad 1 ȝ, habeat quoque ſeſquialteram proportionem. Diuiſis igitur 1 $\frac{1}{2}$. per 1, fiet 1 ꝛ 1 $\frac{1}{2}$. (quia numeri Coſſici ſunt collaterales) cuius √ce. eſt $\frac{729}{64}$. ſiue 11 $\frac{25}{64}$. Huius radix quadrata eſt $\frac{27}{8}$. hoc eſt, 3 $\frac{3}{8}$. Radix autem cubica $\frac{9}{4}$. ſiue 2 $\frac{1}{4}$. Conſtat autem 3 $\frac{3}{8}$. ad 2 $\frac{1}{4}$. hoc eſt, $\frac{27}{8}$. ad $\frac{18}{8}$. habere proportionem ſeſquialteram.

SI proportio proponatur tripla, reperietur eodem diſcurſu æquatio inter 1 ce. & 3 ȝ. Diuiſisq. 3. per 1. fiet 1 ꝛ. 3. cuius zenſicubus eſt 729. atque huius radix quadrata 27. ad radicem cubicam 9. proportionem habet triplam.

125 *Duos numeros inuenire, vt ex vno in alterum gignatur numerus, qui ad duos inuentos habeat duas proportiones datas, majorem tamen ad minorem, & minorem ad maiorem.* CXXV.

SINT inueniendi duo numeri, vt ex vno in alterum fiat numerus, qui ad minorem habeat proportionem triplam ſeſquialteram, & ad maiorem, duplam. Ponatur numerus productus 1 ꝛ. Ergo minor numerus quæſitus erit $\frac{2}{7}$ ꝛ. & maior $\frac{1}{2}$ ꝛ. quippe cum 1 ꝛ ad $\frac{2}{7}$ ꝛ habeat proportionem triplam ſeſquialteram, & duplam ad $\frac{1}{2}$ ꝛ. Ex $\frac{2}{7}$ ꝛ in $\frac{1}{2}$ ꝛ fit numerus $\frac{2}{14}$ ȝ. ſiue $\frac{1}{7}$ ȝ. æqualis poſito producto 1 ꝛ. Diuiſa ergo 1 per $\frac{1}{7}$. fiet 1 ꝛ. 7. numerus ſcilicet qui produci debet: cum numeri Coſſici ſint collaterales. Quia vero minor inuentus fuit $\frac{2}{7}$ ꝛ. erit minor 2. & maior 3 $\frac{1}{2}$. qui inuentus fuit $\frac{1}{2}$ ꝛ. Manifeſtum autem eſt, 7. habere ad 2. proportionem triplam ſeſquialteram, & ad 3 $\frac{1}{2}$. duplam.

126 *Duos numeros inuenire datam ſummam efficientes, ita vt vteruis cum data parte, vel partibus alterius faciat quemuis numerum datum: qui minor ſit, quam data ſumma, & maior data parte, vel partibus datis eiuſdem ſummæ datæ.* CXXVI.

SINT inueniendi duo numeri, quorum ſumma 60. ita vt prior numerus, cum $\frac{3}{7}$. poſterioris faciat 50. Ponatur prior 1 ꝛ. ideoq. poſterior 60 — 1 ꝛ. Huius $\frac{3}{7}$. ſunt 25 $\frac{5}{7}$ — $\frac{3}{7}$ ꝛ. quæ cum 1 ꝛ. faciunt $\frac{4}{7}$ ꝛ + 25 $\frac{5}{7}$. numerum æqualem 50. quia vt — $\frac{3}{7}$ ꝛ addantur ad 1 ꝛ. debent ſubtrahi $\frac{3}{7}$ ꝛ ex 1 ꝛ. atque ita remanent $\frac{4}{7}$ ꝛ. cum

ſigno

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

ſigno + vt ſupra in ſubtractione dictum eſt. Ablatis 25 $\frac{5}{7}$ vtrobique, erit æquatio inter $\frac{4}{7}$ ℞. & 24 $\frac{2}{7}$. Diuiſis ergo 24 $\frac{2}{7}$. per $\frac{4}{7}$. fiet 1 ℞. 42 $\frac{1}{2}$. prior numerus: poſterior autem erit 17 $\frac{1}{2}$. cuius $\frac{3}{7}$. ſunt 7 $\frac{1}{2}$. quæ cum priori parte faciunt 50.

SI prior numerus cum $\frac{3}{7}$ poſterioris deberet facere 25. fieri id non poſſet, quia numerus 25. minor eſt, quam $\frac{3}{7}$. datæ ſummæ 60. vt experiri poteris. At ſi prior numerus cum $\frac{3}{7}$. poſterioris debeat facere 26. fieri id poterit, eritq. prior numerus $\frac{1}{2}$. & poſterior 59 $\frac{1}{2}$. Huius $\frac{3}{7}$. ſunt 25 $\frac{1}{2}$. quæ cum priori parte faciunt 26.

Eodem pacto ſoluetur ænigma, ſi poſterior numerus cum $\frac{3}{7}$. prioris facere debeat datum numerum: ſi nimirum poſterior numerus ponatur 1 ℞. &c.

CXXVII. 127 *Quinque numeros inuenire, ita vt quatuor quomodolibet ſumpti ſine reliquo faciant quinque numeros datos: dummodo quarta pars ſummæ propoſitorum quinque numerorum maior ſit ſingulis numeris poſtulatis.*

INVENIENDI ſint quinque numeri, ita vt quatuor ſine primo faciant 127. Et quatuor ſine ſecundo, 119. Et quatuor ſine tertio, 109. Et quatuor ſine quarto, 104. Et quatuor ſine quinto, 97. Vbi vides, quarta partem ſummæ 556. ex datis numeris 119.109.104.97. collectæ eſſe 139. numerum ſingulis illis numeris maiorem. Quoniam ergo ſumma omnium quatuor ſine quinto eſt minima omniũ, nimirum 97. erit neceſſario quintus numerus omnium maximus, quandoquidem quintus cum quibuſlibet alijs tribus facit maiorem ſummam, quam 97. Ponatur ergo quintus numerus 1 ℞. ac proinde cum alij quatuor ſine quinto faciant 97. erunt omnes quinque numeri ſimul 97+1 ℞. Et quia quatuor ſine quarto faciunt 104. Si ex ſumma omnium 97 + 1 ℞. detrahantur 104. reliquus erit quartus 1 ℞ — 7. Deinde quia quatuor ſine tertio faciunt 109. ſi ex eadem ſumma 97+1 ℞. demantur 109. remanebit tertius 1 ℞ — 12. Rurſus quoniam quatuor ſine ſecundo faciunt 119. ſi 119. ſubducantur ex eadem ſumma 97+1 ℞. relinquetur ſecundus 1 ℞ — 22. Denique quia quatuor ſine primo faciunt 127. ſi 127. ex eadem ſumma 97 + 1 ℞. auferatur, remanebit primus 1 ℞ — 30. Reliquum iam eſt, vt omnes hi quinque numeri inuenti faciant ſimul ſummam omnium 97+1 ℞. Faciunt autem 5 ℞ — 71. Igitur æquatio erit inter 97 + 1 ℞. & 5 ℞ — 71. Additiſq. 71. vtrobique, inter 168+1 ℞. & 5 ℞. Ablataq. 1 ℞. vtrinque, inter 168. & 4 ℞. Diuiſis ergo 168. per 4. fiet 1 ℞. 42. quintus numerus, quem poſuimus eſſe 1 ℞. Ergo quartus inuentus 1 ℞ — 7. erit 35. Et tertius inuentus 1 ℞ — 12. erit 30. Secundus autem inuentus 1 ℞ — 22. erit 20. Primus denique, qui inuentus fuit 1 ℞ — 30. erit 12. adeo vt quinque numeri quæſiti

ſint

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

sint ordine 12.20.30.35.42. qui ænigma propositum expediunt.

Hoc ænigma aliter solutum fuit in quatuor numeris in ænigmate 59.

128 ***Numerum inuenire, ita vt tres quadrati ex eius tribus partibus datis descripti, & in vnam summam collecti, efficiant ipsum numerum inuentum, vel alium quemcunque datum.*** CXXVIII.

SIT primum inueniendus numerus, ita vt tres quadrati ex eius $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. & $\frac{1}{2}$. descripti, & in vnam summam collecti, efficiant ipsum numerum inuentum. Ponatur ille numerus 1 ℞. cuius $\frac{2}{3}$. erunt $\frac{2}{3}$ ℞. & $\frac{3}{5}$. erunt $\frac{3}{5}$ ℞. & $\frac{1}{2}$. erit $\frac{1}{2}$ ℞. Quadrati harum partium $\frac{4}{9}$ ʒ. $\frac{9}{25}$ ʒ. $\frac{1}{4}$ ʒ. simul efficiunt $\frac{949}{900}$ ʒ. numerum æqualem numero posito 1 ℞. Diuisa igitur 1. per $\frac{949}{900}$. fiet 1 ℞. $\frac{900}{949}$. numerus quæsitus (quod numeri Cossici sint collaterales.) Huius $\frac{2}{3}$. sunt $\frac{1800}{2847}$. & huius quadratus $\frac{3240000}{8105409}$. Et $\frac{3}{5}$. sunt $\frac{2700}{4745}$. cuius quadratus $\frac{7290000}{22515025}$. Et $\frac{1}{2}$. est $\frac{900}{1898}$. cuius quadratus $\frac{810000}{3602404}$. qui tres quadrati faciunt summam $\frac{62347074649359669900}{65741526491380362090}$. quæ æqualis est numero inuento $\frac{900}{949}$. Nam idem numerus producitur ex huius numeratore in illius denominatorem, & ex denominatore in numeratorem, nimirum numerus 59167373842242325588100.

SIT deinde numerus inueniendus, ita vt tres quadrati ex eius $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. & $\frac{1}{2}$. descripti faciant numerum 3796. Erunt, vt prius, tres quadrati in vnam summam collecti, $\frac{949}{900}$ ʒ. qui numerus æqualis esse debet numero 3796. Diuisis ergo 3795. per $\frac{949}{900}$. fiet 1 ʒ. 3600. & 1 ℞. 60. numerus quæsitus. Huius enim $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. & $\frac{1}{2}$. sunt 40.36. & 30. & quadrati horum numerorum 1600.1296.900. faciunt summam 3796.

SIT denique inueniendus numerus, ita vt tres quadrati ex eius $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{9}$. descripti summam faciant 20. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Eius partes datæ sunt $\frac{1}{2}$ ℞. & $\frac{1}{3}$ ℞. & $\frac{1}{9}$ ℞. quarum quadrati $\frac{1}{4}$ ʒ. $\frac{1}{9}$ ʒ. & $\frac{1}{81}$ ʒ. faciunt summam $\frac{121}{324}$ ʒ. æqualem numero 20. Diuisis ergo 20. per $\frac{121}{324}$. fiet 1 ʒ. $\frac{6480}{121}$. & 1 ℞. √ʒ $\frac{6480}{121}$. numerus quæsitus. Huius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{9}$. sunt √ʒ $\frac{6480}{484}$. √ʒ $\frac{6480}{1089}$. & √ʒ $\frac{6480}{9801}$. quarum partium quadrati $\frac{6480}{484}$. $\frac{6480}{1089}$. & $\frac{6480}{9801}$. efficiunt summam $\frac{1033174337520}{51658871876}$. hoc est, 20.

129 ***Datum numerum in quotlibet numeros partiri, ita vt quilibet sequens superet præcedentem dato numero.*** CXXIX.

DATVS numerus 200. tribuendus sit in sex, vt secundus superet primum numero 5. tertius secundum numero 2. quartus tertium numero 10. quintus quartum vnitate; Et sextus quintum numero 15. Ponatur primus 1 ℞. Erit igitur secundus 1 ℞. + 5. Tertius 1 ℞.

 + 7.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

+ 7. Quartus 1 2e + 17. Quintus 1 2e + 18. Et sextus 1 2e + 33. Hi omnes faciunt 6 2e + 80. quæ summa æqualis esse debet dato numero 200. Ablatis ergo 80. vtrinque, erit æquatio inter 6 2e. & 120. Diuisisq. 120. per 6. fiet 1 2e. 20. primus numerus. Secundus ergo erit 25. Tertius 27. Quartus 37. Quintus 38. & sextus 53. qui simul faciunt 200. & problema absoluunt.

DEBET autem datus numerus maior esse summa, quæ ex datis excessibus colligitur, si sequens quilibet excessus præcedenti addatur. Vt quia in dato exemplo, si primus numerus foret 5. secundus esset 7. tertius 17. quartus 18. & quintus 33. qui omnes faciunt 80. oportet datum numerum maiorem esse, quam 80. nimirum 81. vel 82. vel 200. vel 300. &c. Id quod ipsa operatio docebit. Si enim datus numerus esset 79. fieret æquatio inter 6 2e + 80. & 79. quod fieri nequit.

CXXX. 130 *Duos numeros inuenire in proportione data, ita vt alteruter ductus in quadratum alterius faciat numerum quemcumque datum.*

SINT inueniendi duo numeri in proportione tripla, ita vt alteruter ipsorum in quadratum alterius ductus faciat 192. Ponatur minor 1 2e. ideoq. maior 3 2e. Ex maiore 3 2e in 1 ʒ quadratum minoris fit numerus 3 ce æqualis 192. Diuisis igitur 192 per 3 fiet 1 ce. 64. & 1 2e 4. minor numerus. Maior ergo erit 12. Nam ex 12. in 16. quadratum minoris numeri 4. fit datus numerus 192.

RVRSVS ex minore 1 2e. in 9 ʒ. quadratum maioris fit numerus 9 ce. æqualis 192. Diuisis ergo 192. per 9. fiet 1 ce. 21 $\frac{1}{3}$. siue $\frac{64}{3}$. & 1 2e. √ce $\frac{64}{3}$. primus numerus; secundus vero huius triplus erit √ce $\frac{1728}{3}$. In huius quadratum √ce $\frac{2985984}{9}$. si ducatur primus √ce $\frac{64}{3}$. fiet numerus √ce $\frac{191102976}{27}$. siue √ce 7077888. hoc est 192.

CXXXI. 131 *Duobus numeris datis, alium tertium inuenire, ita vt tres habeantur numeri, quorum bini simul sumpti, si in tertium ducantur, procreentur tres numeri Arithmeticè proportionales.*

DATI sint numeri 10. & 30. inueniendusq. sit tertius, ita vt bini simul sumpti, & in tertium multiplicati producant tres numeros Arithmeticè proportionales. Ponatur numerus quæsitus 1 2e. Summa ex 1 2e. & 10. est 1 2e + 10. quæ ducta in tertium 30. facit 30 2e + 300. Summa vero ex 1 2e. & 30. est 1 2e + 30. quæ ducta in tertiū 10 facit 10 2e + 300. Summa denique ex 10. & 30. est 40. quæ ducta in tertium 1 2e. facit 40 2e. ita vt tres numeri procreati sint 30 2e + 300. 10 2e + 30. & 40 2e. qui eundem debent habere excessum.

Sed

Sed quia nondum constat, quis eorum sit maximus, & quis medius, & quis minimus: statuamus 30 ℞ + 300. esse maximum: 10 ℞ + 300. medium, & 40 ℞. minimum. Excessus priorum est 20 ℞. & posteriorum 300 — 30 ℞. qui excessus æquales debent esse. Additis igitur 30 ℞ vtrinque, erit æquatio inter 50 ℞. & 300. Diuisisq. 300. per 50 fiet 1 ℞ 6. numerus quæsitus, ita vt tres numeri sint 6. 10. 30. Ex 6. & 10. fit summa 16. quæ ducta in 30 facit 480. Et ex 6. & 30. fit summa 36. quæ ducta in 10. facit 360. Denique ex 10. & 30. fit summa 40. quæ ducta in 6. facit 240. Sunt autem hi tres producti 480. 360. 240. Arithmeticè proportionales, cũ eorũ excessus sit 120.

QVOD si statuemus maximum 30 ℞ + 300. medium 40 ℞. & minimum 10 ℞ + 300. erit priorum excessus 300 — 10 ℞. & posteriorum 30 ℞ — 300. qui illi æqualis esse debet. Additis ergo 300. vtrobique, erit æquatio inter 600 — 10 ℞. & 30 ℞. Additisq. rursum 10 ℞ vtrinque, inter 600. & 40 ℞. Diuisis igitur 600. per 40. fiet 1 ℞. 15. numerus quæsitus, eruntq. tres numeri, 15. 10. 30. Nam ex 15. & 10. fit summa 25. quæ ducta in 30. facit 750. At ex 15. & 30. fit summa 45. quæ ducta in 10 facit 450. Denique ex 10. & 30. fit summa 40. quæ ducta in 15. facit 600. Atque hi tres numeri producti 750. 600. 450. habent eundem excessum 150.

NEQVE vero maximus esse potest 40 ℞. & medius 30 ℞ + 300. & minimus 10 ℞ + 300. Nam inter priores esset excessus 10 ℞ — 300. & inter posteriores 20 ℞. qui æqualis esse non potest priori excessui, cum sit maior. Est ergo maximus 30 ℞ + 300. cum etiam maior sit, quam 10 ℞ + 300. Et vterque aliorum potest esse medius, vel minimus, vt patuit.

HOC problema solutũ etiam fuit in ænigmate 86. vbi dati sunt duo numeri, ita vt tres numeri producti tribus modis possint esse proportionales Arithmeticè.

132 *Tres numeros inuenire, ita vt primus ac secundus cum data parte tertij. Item secundus & tertius cum parte data primi: Nec non tertius ac primus cum parte data secundi, efficiant vnum eundemq. numerum datum.* CXXXII.

TAM primus ac secundus cum $\frac{1}{4}$. tertij, quam secundus ac tertius cum $\frac{1}{2}$. primi, quam tertius ac primus cum $\frac{1}{3}$. secundi debeant facere 100. Ponatur tertius 1 ℞. cuius $\frac{1}{4}$ ℞. cum primo & secundo debent facere 100. ac propterea hi duo, antequam acciperent $\frac{1}{4}$ ℞ a tertio, habuerunt 100 — $\frac{1}{4}$ ℞. Et quia secundus ac tertius cum $\frac{1}{2}$ primi debent quoque facere 100. si ex 100. demamus tertium, nimirum 1 ℞. erit reliquus numerus 100 — 1 ℞. solus secundus vnà cum $\frac{1}{2}$ primi. Quoniam autem secundus, ac totus primus fecerunt 100 — $\frac{1}{4}$ ℞. Et hi duo simul superant secundum, ac $\frac{1}{2}$ primi, semisse eiusdem primi: si ex 100 — $\frac{1}{4}$ ℞. summa primi & secundi, auferemus 100 — 1 ℞. valorem solius secundi cum $\frac{1}{2}$. primi; erit reliquus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

numerus $\frac{3}{4}$ ℞. ſemiſſis primi, ac proinde totus primus erit 1 $\frac{1}{2}$ ℞, hoc eſt $\frac{6}{4}$ ℞. Deinde quia primus ac ſecundus ſimul cum $\frac{1}{4}$ tertij faciunt 100. Et ſolus primus facit 1 $\frac{1}{2}$ ℞. & $\frac{1}{4}$. tertij eſt $\frac{1}{4}$ ℞. ſi $\frac{7}{4}$ ℞ hoc eſt, 1 $\frac{3}{4}$ ℞ ſummam ex 1 $\frac{1}{2}$ ℞. & $\frac{1}{4}$ ℞. collectam detrahemus ex 100. erit reliquus numerus 100 — 1 $\frac{3}{4}$ ℞. ſolus ſecundus, cuius $\frac{1}{3}$. eſt 33 $\frac{1}{3}$ — $\frac{7}{12}$ ℞. cum qua tertius ac primus, nimirum 1 ℞. & 1 $\frac{1}{2}$ ℞. hoc eſt, 2 $\frac{1}{2}$ ℞. facere debet 100. Fit aũt ex 33 $\frac{1}{3}$ — $\frac{7}{12}$ ℞. & 2 $\frac{1}{2}$ ℞ (hoc eſt, ex $\frac{1}{3}$. ſecundi, & ſumma tertij ac primi) numerus 33 $\frac{1}{3}$ + 1 $\frac{11}{12}$ ℞. qui æqualis debet eſſe numero 100. Ablatis ergo vtrinque 33 $\frac{1}{3}$. erit æqualitas inter 66 $\frac{2}{3}$. & 1 $\frac{11}{12}$ ℞. Diuiſiſq. 66 $\frac{2}{3}$. per 1 $\frac{11}{12}$. fiet 1 ℞. 17 $\frac{9}{23}$. ſiue $\frac{2400}{69}$. tertius videlicet numerus, qui poſitus fuit 1 ℞. igitur ſecundus inuentus 100 — 1 $\frac{3}{4}$ ℞. erit $\frac{2700}{69}$. Et primus, quem inuenimus 1 $\frac{1}{2}$ ℞. erit $\frac{3600}{69}$. Atque hi tres ænigmati propoſito ſatisfaciunt.

CXXXIII. 133 *Datum numerum partiri in tres partes continuè proportionales, ita vt numerus ex prima in tertiam productus ad productum ex prima in ſecundam habeat datam proportionem.*

SIT datus numerus 30. tribuendus in tres partes continuè proportionales, ita vt numerus ex prima in tertiam productus habeat ad productum ex prima in ſecundam proportionem quadruplam. Ponatur ſecunda pars, ſiue media 1 ℞. ac propterea ſumma primæ ac tertiæ 30 — 1 ℞. Et quia ex media 1 ℞ in ſe fit 1 ʒ. [a] fiet etiam 1 ʒ. ex prima in tertiam. Cum ergo hic productus debeat habere quadruplam proportionem ad productum ex prima in ſecundam; producetur $\frac{1}{4}$ ʒ. ex prima in ſecundam, nimirum in 1 ℞. Si igitur partiemur $\frac{1}{4}$ ʒ. per 1 ℞, fiet Quotiens $\frac{1}{4}$ ℞. qui ductus in 1 ℞, numerum diuidentem, facit $\frac{1}{4}$ ʒ. numerum diuiſum: ac proinde prima pars erit $\frac{1}{4}$ ℞. quæ cum ſecunda faciet 1 $\frac{1}{4}$ ℞. quæ ſumma ablata ex numero dato 30. relinquet tertiam partem 30 — 1 $\frac{1}{4}$ ℞. Reliquum iam eſt, ex prima parte $\frac{1}{4}$ ℞. in tertiam modo inuentam 30 — 1 $\frac{1}{4}$ ℞. gigni numerum 1 ʒ, qui ex media parte 1 ℞ in ſe producitur. Fit autem ex $\frac{1}{4}$ ℞. in 30 — 1 $\frac{1}{4}$ ℞. numerus 7 $\frac{1}{2}$ ℞ — $\frac{5}{16}$ ʒ. qui æqualis debet eſſe 1 ʒ. Additis ergo $\frac{5}{16}$ ʒ. vtrobique, erit æquatio inter 7 $\frac{1}{2}$ ℞. & 1 $\frac{5}{16}$ ʒ. Diuiſiſq. 7 $\frac{1}{2}$ per 1 $\frac{5}{16}$. hoc eſt, $\frac{15}{2}$. per $\frac{21}{16}$. fiet 1 ℞. 5 $\frac{5}{7}$. media, vel ſecunda pars, nimirum $\frac{40}{7}$. Ergo prima pars, quam inuenimus eſſe $\frac{1}{4}$ ℞. erit $\frac{10}{7}$. ſiue 1 $\frac{3}{7}$. Et tertia, quæ fuit inuenta 30 — 1 $\frac{1}{4}$ ℞. erit $\frac{160}{7}$. ſiue 22 $\frac{6}{7}$. Atque hæ tres partes 1 $\frac{3}{7}$. 5 $\frac{5}{7}$. 22 $\frac{6}{7}$. faciunt datum numerum 30. Et ex 1 $\frac{3}{7}$. in 22 $\frac{6}{7}$. hoc eſt, ex prima parte in tertiam, fit numerus 32 $\frac{32}{49}$. qui quadruplus eſt numeri 8 $\frac{8}{49}$. facti ex prima parte 1 $\frac{3}{7}$. in ſecundam 5 $\frac{5}{7}$. Eſſe autem tres partes continuè proportionales, liquet: quippe cum idem numerus gignatur ex prima in tertiam, qui ex media in ſe, nimirum 32 $\frac{32}{49}$.

[a] 20. ſeptimi

ALI-

ALITER inſtitui poterit æquatio, poſtquam inuentæ fuerint partes $\frac{1}{4}$ 2e. 1 2e. 30 — 1 $\frac{1}{4}$ 2e. hoc ſcilicet modo. Quoniam ex prima in tertiam fieri debet 1 ʒ. numerus videlicet æqualis ei, qui fit ex media in ſe. ſi diuidemus 1 ʒ. per primam, id eſt, per $\frac{1}{4}$ 2e. fiet Quotiens 4 2e. qui ductus in $\frac{1}{4}$ 2e producit 1 ʒ. Ac proinde tertia pars erit 4 2e. æqualis nimirum alteri parti tertiæ inuentæ 30 — 1 $\frac{1}{4}$ 2e. Additis ergo 1 $\frac{1}{4}$ 2e vtrobique, erit æqualitas inter 5 $\frac{1}{4}$ 2e. & 30. Diuiſisq. 30. per 5 $\frac{1}{4}$. fiet 1 2e. 5 $\frac{5}{7}$. vt prius.

Aenigma hoc ſoluemus quoque in ænigmate 171. ſed alio exemplo propoſito.

134 *Tres numeros inuenire, ita vt primus cum datis quotlibet vnitatibus ſecundi numerum faciet æqualem ei, qui ſecundo supereſt. Item ſecundus cum quotcunque vnitatibus tertij faciat alium numerum æqualem ei, qui tertio ſupereſt. Tertius denique, acceptis quotuis vnitatibus a primo, faciat numerum, qui ad reliquum primi habeat proportionem datam.* CXXXIIII.

SVMAT primus a ſecundo 40. vnitates: ſecundus a tertio 56. vnitates: tertius denique a primo 72. vnitates, ita vt primus faciat numerum æqualem reliquo ſecundi: ſecundus item æqualem ei, qui tertio remanet: tertius autem numerum faciat quintuplum eius, qui primo ſupereſt. Ponatur primus 1 2e. Ergo acceptis 40. a ſecundo, habebit 1 2e + 40 Ac tantundem tunc ſupereſſe debet ſecundo. Secundus ergo antequam daret 40. primo, habuit 1 2e + 80. qui poſtquam acceperit 56. a tertio, habebit 1 2e + 136. Ac tantundem ſupereſſe tunc debet tertio, ideoq. antequam daret 56. ſecundo, habuit 1 2e + 192. qui ſi a primo accipiat 72. habebit 1 2e + 264. qui numerus debet eſſe quintuplus numeri 1 2e — 72. qui primo, poſtquam dederit 72. ſupereſt. Ergo numerus huius quintuplus 5 2e — 360. æqualis erit numero 1 2e + 264. quem tertius confecit. Additis autem 360 vtrinque, erit æquatio inter 5 2e. & 1 2e + 624. Et ablata 1 2e vtrobique, inter 4 2e & 624. Diuiſis ergo 624. per 4. fiet 1 2e. 156. primus numerus. Ac proinde ſecundus, qui inuentus fuit 1 2e + 80. erit 236. Tertius vero, quem inuenimus eſſe 1 2e + 192. erit 348. Atque tres hi numeri problema efficiunt, vt probare potes.

SCHOLIVM.

IN ſimilibus quæſtionibus proponetur aliquando problema, quod diſſolui nequit. id quod æquatio inuenta præclarè monebit. Vt ſi in propoſito problemate

blemate quis diceret, tertium acceptis 72. a primo, habere quoque numerum reliquo primi æqualem, fieret quæstio impossibilis. Nam tertius tunc haberet, vt dictum est, 1 ℞ + 264. qui æqualis nullo modo esse potest numero 1 ℞ — 72. qui primo superest.

CXXXV. 135 *Duos numeros in data proportione inuenire, vt vtroque per duos numeros datos multiplicato, producantur duo numeri facientes summam quamcunque datam.*

INVENIENDI sint duo numeri in proportione quintupla, vt minore multiplicato per 8. & maiore per 5. procreentur duo numeri, quorum summa sit 100. Ponantur quæsiti numeri 1 ℞. & 5 ℞. in proportione quintupla. Ex 1 ℞. in 8. fiunt 8 ℞. & ex 5 ℞ in 5. fiũt 25 ℞. Summa productorum est 33 ℞. æqualis 100. Diuisis igitur 100. per 33. fiet 1 ℞. $\frac{100}{33}$. siue 3 $\frac{1}{33}$. primus numerus. Secundus ergo erit $\frac{500}{33}$. siue 15 $\frac{5}{33}$. Ex 3 $\frac{1}{33}$. hoc est, ex $\frac{100}{33}$ in 8. fiunt $\frac{800}{33}$. siue 24 $\frac{8}{33}$. Et ex 15 $\frac{5}{33}$. id est, ex $\frac{500}{33}$. in 5. fiunt $\frac{2500}{33}$. siue 75 $\frac{25}{33}$. Atque hi duo producti 24 $\frac{8}{33}$. & 75 $\frac{25}{33}$. faciunt summam datã 100.

CXXXVI. 136 *Duos numeros inuenire, quorum tam summa, quam excessus sit numerus quadratus.*

PONATVR summa duorum numerus quadratus, cuius latus sit vna radix, plus quotcunque vnitatibus; nimirum quadratus 1 ȝ + 10 ℞ + 25. procreatus ex latere assumpto quocunque 1 ℞ + 5. Nam si minor numerus quæsitus statuatur $\frac{1}{2}$ ȝ. erit maior $\frac{1}{2}$ ȝ + 10 ℞ + 25. Horum enim summa 1 ȝ + 10 ℞ + 25. quadratus numerus est, ex hypothesi. Reliquum est, vt eorundem numerorum $\frac{1}{2}$ ȝ. & $\frac{1}{2}$ ȝ + 10 ℞ + 25. excessus 10 ℞ + 25. sit etiam quadratus: hoc est, æqualis cuicunque quadrato maiori, quam 25. nimirum 100. Ablatis ergo 25 vtrobique, erit æquatio inter 10 ℞. & 75. Diuisisq. 75. per 10. fiet 1 ℞. 7 $\frac{1}{2}$. & 1 ȝ. $\frac{225}{4}$. hoc est, 56 $\frac{1}{4}$. Igitur minor numerus, qui fuit $\frac{1}{2}$ ȝ. erit 28 $\frac{1}{8}$. Maior autẽ, qui fuit $\frac{1}{2}$ ȝ + 10 ℞ + 25. erit 128 $\frac{1}{8}$. Nam summa horum numerorum 156 $\frac{2}{8}$. hoc est, $\frac{1250}{8}$. siue $\frac{625}{4}$. numerus quadratus est, cuius latus $\frac{25}{2}$. Item excessus eorundem 100. quadratus quoque est, cuius latus 10.

SI prædictum excessum 10 ℞ + 25. pones æqualem quadrato 36. vel alij cuicunque, qui non sit 100. inuenies aliam æstimationem vnius radicis, vt experiri potes.

CXXXVII. 137 *Dato quadrato, inuenire numerum, quo & ad datum quadratum adiecto, & ab eodem detracto, fiat numerus quadratus.*

SIT

SIT datus quadratus 100. qui per ænigma 90. vel eius ſcholium diuidatur in duos quadratos, quod per dictum ſcholium ita fiet. Latus quadrati dati, nimirum 10. ducatur in quemlibet numerum, vt in 5. Duplum huius numeri producti 100. diuidatur per quadratum numeri 5. aſſumpti auctum vnitate, nimirum per 26. Quotiẽtis enim $\frac{50}{13}$. quadratus $\frac{2500}{169}$. ſiue 14 $\frac{134}{169}$. erit vnus quadratus. quo dempto ex 100. quadrato dato, reliquus fiet alter quadratus 85 $\frac{35}{169}$. qui duo quadrati efficiunt 100. Latera autem eorum $\frac{50}{13}$. & $\frac{120}{13}$. inter ſe multiplicata faciunt $\frac{6000}{169}$. ſiue 35 $\frac{85}{169}$. cuius producti numeri duplum $\frac{12000}{169}$. ſiue 71 $\frac{1}{169}$. erit numerus, qui quæritur. Is enim adiectus ad 100. facit 171 $\frac{1}{169}$. ſiue $\frac{28900}{169}$. quadratum, cuius latus — $\frac{170}{13}$. ſiue 13 $\frac{1}{13}$. Idem numerus 71 $\frac{1}{169}$. demptus ex eodem quadrato dato 100. relinquit 28 $\frac{168}{169}$. ſiue $\frac{4900}{169}$. numerum quoque quadratum, cuius latus $\frac{70}{13}$. ſiue 5 $\frac{5}{13}$.

RATIO huius operationis hæc eſt. Quando quadratus datus 100. diuiditur in duos quadratos, latus dati quadrati, & duo latera inuentorum quadratorum, ſi ad lineas contrahantur, [a] conſtituũt triangulum rectangulum; quandoquidem duo quadrata inuenta, ex eorum lateribus deſcripta, æqualia ſunt dato quadrato. Igitur, vt in Lemmate ſequenti demonſtrabimus, rectangulum bis comprehenſum ſub illis duobus lateribus, additum quadrato dato, efficit quadratum, cuius nimirum latus duobus illis lateribus æquale eſt: & ablatum ex eodem quadrato dato, reliquum facit quadratum, cuius videlicet latus eſt duorum illorum laterum differentia. a 48. primi.

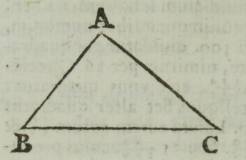
SI idem quadratus 100. diſtribuatur in duos quadratos 36. & 64. quorum latera 6. & 8. inter ſe multiplicata faciunt 48. erit huius numeri duplum 96. is, quem quærimus. Hic enim adiectus ad 100. facit quadratum 196. cuius latus 14. & detractus ex 100. reliquum facit quadratum 4. cuius latus 2.

L E M M A.

IN omni triangulo rectangulo, rectangulum bis ſub duobus lateribus circa angulum rectum comprehenſum, vnà cum quadrato lateris recto angulo oppoſiti, æquale eſt quadrato, cuius latus ex duobus lateribus componitur. Idem vero rectangulum bis ſub lateribus prædictis comprehenſum, ſi ex eodem quadrato lateris recto angulo oppoſiti detrahatur, reliquum fiet quadratum, cuius latus differentia eſt prædictorum duorum laterum. *Lemma.*

SIT triangulum rectangulum ABC. Dico rectangulum bis ſub AB, AC, vnà cum quadrato ex BC, æquale eſſe quadrato, cuius latus æquale ſit duobus lateribus AB, AC, ſimul. Et ſi idem rectangulum bis detrahatur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287



trahatur ex quadrato rectæ B C, relinqui quadratum, cuius latus æquale sit differentiæ inter A B, A C. Quoniam enim si concipiatur linea vna ex A B, A C, composita, [a] *rectangulum sub A B, A C, bis comprehensum, vnà cum quadratis ex A B, A C, æquale est quadrato rectæ ex A B, A C, compositæ :* [b] *Sunt autem quadrata ex A B, A C, quadrato ex B C, æqualia; erit quoque rectangulum bis comprehensum sub A B, A C, vnà cum quadrato ex B C, æquale quadrato rectæ ex A B, A C, compositæ. quod est primum.*

a 4. secundi.

b 47. primi.

c Lemma 39 decimi.

DEINDE [c] *quia duo quadrata ex A B, A C, (hoc est quadratum ex B C,) maiora sunt rectangulo bis sub A B, A C, comprehenso, quadrato eius lineæ, quæ differentia est inter A B, A C, manifestum est, si illud rectangulum bis sub A B, A C, comprehensum dematur ex quadratis rectarum A B, A C, hoc est, ex quadrato rectæ B C, remanere quadratum, cuius latus æquale est differentiæ inter A B, A C, quod est secundum.*

CXXXVIII. 138 ***Numerum inuenire, qui in quemuis datum numerum ductus, faciat numerum, qui cum quouis alio dato numero numerum efficiat æqualem ei, qui fit ex quæsito numero in quemuis alium datum numerum, maiorem tamen priore dato, multiplicato.***

SIT inueniendus numerus, qui ductus in 7. faciat numerum, qui adiectus ad 60. faciat summam æqualem numero, qui fit ex inuento numero in 8. multiplicato. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Ex 1 ℞. in 7. fit numerus 7 ℞. quo addito ad 60. fit numerus 7 ℞ + 60. æqualis numero 8 ℞. qui fit ex 1 ℞ in 8. Ablatis ergo 7 ℞. vtrinque, erit æquatio inter 60. & 1 ℞. Diuisisq. 60. per 1. fiet 1 ℞. 60. numerus quæsitus. Hic enim ductus in 7. facit 420. additisq. 60. fit numerus 480. quem nimirum facit numerus inuentus 60. in 8. ductus.

CXXXIX. 139 ***Datum numerum in duas partes diuidere, & insuper quadratum inuenire, qui cum vtraque parte seorsum quadratum efficiat.***

SIT datus numerus 65. secandus in duas partes, & insuper quadratus inueniendus, cum quo quælibet illarũ partium efficiat quadratum.

dratum. Ponantur duo numeri quicunque, quorum quilibet compositus sit ex vna radice, & aliquot vnitatibus, nimirum 1 ℞ + 3. & 1 ℞ + 5. Quadrati horum sunt 1 ʒ + 6 ℞ + 9. & 1 ʒ + 10 ℞ + 25. Igitur si numerus 6 ℞ + 9. addatur ad 1 ʒ. qui numerus quadratus est, fit quadratus 1 ʒ + 6 ℞ + 9. Et si numerus 10 ℞ + 25. addatur ad eundem 1 ʒ. fit quadratus 1 ʒ + 10 ℞ + 25. Ergo si minor pars numeri dati ponatur 6 ℞ + 9. & maior 10 ℞ + 25. satisfactum erit problemati, si hæ partes conficiant datum numerum 65. Faciunt autē summam 16 ℞ + 34. quæ æqualis debet esse 65. Demptis 34. vtrobique, manebit æqualitas inter 16 ℞. & 31. Diuisis igitur 31. per 16. fiet 1 ℞ $\frac{31}{16}$ siue 1 $\frac{15}{16}$. cuius quadratus $\frac{961}{256}$ siue 3 $\frac{193}{256}$. erit is, qui quæritur. Minor autem pars numeri dati, quam posuimus 6 ℞ + 9. erit $\frac{330}{16}$ siue 20 $\frac{5}{8}$. Maior vero, quæ posita fuit 10 ℞ + 25. erit $\frac{710}{16}$ siue 44 $\frac{3}{8}$. quæ duæ partes simul efficiunt datum numerum 65. Et prima addita ad quadratum inuentum $\frac{961}{256}$. facit quadratum $\frac{6241}{256}$. cuius latus $\frac{79}{16}$. Secunda autem cum eodem quadrato $\frac{961}{256}$. facit quadratum $\frac{12321}{256}$. cuius latus $\frac{111}{16}$.

SCHOLIVM.

HOC ænigma plures solutiones admittit, pro varietate numerorum in principio assumptorum. Nam si numeri ponantur 1 ℞ + 1. & 1 ℞ + 2. erunt eorum quadrati 1 ʒ + 2 ℞ + 1. & 1 ʒ + 4 ℞ + 4. Atque si minor pars numeri dati 65. ponatur numerus 2 ℞ + 1. maior verò 4 ℞ + 4. satisfactum erit problemati, cum vterque numerus cum 1 ʒ. faciat quadratum. Faciunt ijdem duo numeri summam 6 ℞ + 5. quæ æqualis esse debet 65. Ablatis igitur 5. vtrobique, remanebit æqualitas inter 6 ℞. & 60. Diuisisq. 60. per 6. fiet 1 ℞. 10. cuius quadratus 100. est is, qui quæritur, positusq. fuit 1 ʒ. Minor vero pars numeri dati 65. quam posuimus 2 ℞ + 1. erit 21. Maior autem posita 4 ℞ + 4. erit 44. quæ duæ partes faciunt 65. Et prima addita quadrato inuento 100. facit nuadratum 121. cuius latus 11. Secunda autem cum eodem quadrato 100. facit quadratum 144. cuius latus 12.

Atque in hunc modum diuidi poterit datus numerus in alias, atque alias partes, si aly atque alij numeri assumantur compositi ex 1 ℞. & aliquot vnitatibus.

140 ***Datum numerum in duas partes distribuere, & insuper quadratum inuenire, a quo si duæ partes inuentæ subducantur, reliqui fiant duo quadrati.*** CXL.

SIT diuidendus numerus 65. in duas partes, & inueniendus quadratus, a quo si inuentæ duæ partes demantur, reliqui fiant duo numeri quadrati. Ponantur duo numeri vtcunque, vnus compositus ex vna radice & quotlibet vnitatibus, alter vero ex vna radice

minus totidem vnitatibus, nimirum 1 2e + 2. & 1 2e — 2. Quadrati horum erunt 1 ʒ + 4 2e + 4. & 1 ʒ — 4 2e + 4. Ponatur ergo quadratus, qui quæritur, 1 ʒ + 4 2e + 4. a quo ſi auferatur numerus 4 2e + 4. relinquetur quadratus 1 ʒ. Quòd ſi poſterior quadratus a priore ſubducatur, remanebunt 8 2e. Ac viciſſim ſi 8 2e. detrahantur ex eodem priori quadrato 1 ʒ + 4 2e + 4. relinquetur poſterior quadratus 1 ʒ — 4 2e + 4. Ergo ſi minor pars numeri diuidendi ponatur 4 2e + 4. Et maior 8 2e. ſatisfactum erit ænigmati; quippe cum minor dempta ex quadrato 1 ʒ + 4 2e + 4. relinquat quadratum 1 ʒ. Et maior ex eodem quadrato ſubducta relinquat quadratum 1 ʒ — 4 2e + 4. Reliquum iam eſt, vt hæ duæ partes 4 2e + 4. & 8 2e. faciant numerum datum 65. faciunt autem ſummam 12 2e + 4. æqualem 65. Ablatis ergo 4. vtrinque, erit æquatio inter 12 2e. & 61. Diuiſisq. 61. per 12. fiet 1 2e. $\frac{61}{12}$. Ac propterea quadratus quæſitus, quem poſuimus 1 ʒ + 4 2e + 4. erit $\frac{7225}{144}$. cuius latus $\frac{85}{12}$. Minor autem pars numeri diuidendi poſita 4 2e + 4. erit $\frac{292}{12}$. ſiue $\frac{3504}{144}$. Maior autem poſita 8 2e. erit $\frac{488}{12}$. vel $\frac{5856}{144}$. Prior enim ex inuento quadrato $\frac{7225}{144}$. ſubducta relinquit quadratum $\frac{3721}{144}$. cuius latus $\frac{61}{12}$. Poſterior autem ex eodem quadrato $\frac{7225}{144}$. detracta reliquum facit quadratum $\frac{1369}{144}$. cuius latus $\frac{37}{12}$.

HOC etiam ænigma plures admittit ſolutiones, prout videlicet in principio alij atque alij numeri aſſumpti fuerint pro numeris 1 2e + 2. & 1 2e — 2. &c.

CXLI. 141 *Datum numerum in duas partes diuidere, ita vt earum cubi faciant ſummam datam quamcunque, quæ maior ſit quarta parte cubi ex dato numero deſcripti.*

DATVS numerus 10. diuidendus ſit in duas partes, quarum cubi faciant 370. qui numerus maior eſt, quam 250. quarta pars cubi ex 10. generati. Ponatur prima pars numerus cōpoſitus ex 1 2e. & ſemiſſe dati numeri, nimirum 1 2e + 5. Secunda pars, ſemiſſis eiuſdem numeri dati, minus 1 2e, nimirum 5 — 1 2e. Ita enim duæ hæ partes numerum datum 10. conficient. Cubi earum ſunt 1 ce + 15 ʒ + 75 2e + 125. & 125 — 75 2e + 15 ʒ — 1 ce. Summa eorum 30 ʒ + 250. nam + 1 ce, & — 1 ce. Item + 75 2e, & — 75 2e. ſe mutuò interimunt: & ex 15 ʒ. & 15 ʒ. fiunt 30 ʒ. atque 125. 125. faciunt 250. Hæc ergo ſumma 30 ʒ + 250. æqualis eſſe debet 370. Ablatis 250 vtrinque, remanebit æqualitas inter 30 ʒ. & 120. Diuiſis igitur 120. per 30. fiet 1 ʒ. 4. & 1 2e 2. Prima igitur pars poſita 1 2e + 5. erit 7. Secunda vero, quam poſuimus 5 — 1 2e. erit 3. Cubi harum partium 7 & 3 ſunt 343. & 27 efficiuntq. 370.

SI eodem numero 10. dato, ſumma cuborum proponatur 400. inueniemus æquationem inter 30 ʒ + 250. & 400. Ablatisq. 250.

vtrin-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

vtrinque, inter 30 ȝ. & 150. Diuisis igitur 150. per 30. fiet 1 ȝ. 5. & 1 ℞. √ȝ 5. Ergo prima pars posita 1 ℞ + 5. erit √ȝ 5 + 5. Secunda vero posita 5 — 1 ℞. erit 5 — √ȝ 5. quæ simul faciunt 10. Cubi autem harum partium (reductis, quæ reducenda sunt) sunt 200 + √ȝ 32000. & 200 — √ȝ 32000. quorum summa est 400. cum + √ȝ 32000. & — √ȝ 32000. se mutuò interimant.

SCHOLIVM.

SINE Algebra idem ænigma soluetur hoc pacto. Datus numerus 20. secandus sit in duas partes, quarum cubi facere debeant summam 2960. quæ maior est, quam 2000. quarta pars cubi ex 20. generati. Dematur $\frac{1}{4}$. cubi ex dato numero 20. descripti, nimirum 2000. ex 2960. summa proposita. Et reliquus numerus 960. diuidatur per 60. triplum dati numeri 20. Quotientis namq. 16. radix quadrata 4. addita, & ablata ex 10. semisse dati numeri 20. dabit partes quæsitas 14. & 6. quæ simul faciunt datum numerum 20. & earum cubi 2744. & 216. faciunt 2960.

HOC etiam ænigma in ænigmate 1. sequentis capitis soluemus per æquationem compositam, in qua scilicet tres numeri occurrunt, quorum vnus alijs duobus est æqualis.

142 *Datum numerum in duos cubos distribuere, quorum laterum summa data est: dummodo quarta pars cubi huius summæ minor sit dato numero.* CXLII.

HOC problema ab antecedenti non differt. Nihil enim aliud hic iubemur, nisi summam laterum datam distribuere in duas partes, quarum cubi datum efficiant numerum, qui maior sit quarta parte cubi ex summa laterum data procreati. Vt si datus numerus 2960. diuidendus sit in duos cubos, quorum latera faciant 20. Diuidendus erit numerus 20. in duas partes, quarũ cubi faciant 2960. vt in præcedenti problemate factum est. Nam ita numerus 2960. diuisus erit in duos cubos 2744. & 216. quorum latera 14. & 6. datam summam 20. conficiunt.

SIC etiam si datus numerus 400. diuidendus sit in duos cubos, quorum latera faciant 10. inuenientur duo cubi, (reductis, quæ reducenda sunt) 200 + √ȝ 32000. & 200 — √ȝ 32000. quorum latera sunt √ȝ 5 + 5. & 5 — √ȝ 5. si nimirum summa laterum 10. diuidatur in duas partes, vt in præcedenti ænigmate, vel scholio eiusdem factum est. ita vt earum cubi efficiant 400.

143 *Numerum inuenire, cuius quadratus, vel multiplex quadrati datus constituat datam partem, vel partes cubi ex eodem inuento numero procreati.* CXLIII.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SIT primum inueniendus numerus, cuius quadratus cõstituat $\frac{1}{9}$. cubi ex inuento numero procreati. Ponatur quæsitus numerus 1 ℞. cuius quadratus est 1 ʓ. & cubus 1 ce. Vt ergo 1 ʓ. constituat $\frac{1}{9}$. numeri 1 ce, necesse est, æqualitatẽ esse inter 1 ʓ. & $\frac{1}{9}$ ce. Diuisa igitur 1. per $\frac{1}{9}$. fiet 1 ℞. 9. numerus quæsitus (quod numeri Cossici sint collaterales.) Huius enim quadratus 81. nonam partem constituit eiusdem cubi 729.

SIT deinde inueniendus numerus, cuius quadratus cõstituat $\frac{5}{9}$. cubi. Ijsdem positis, erit æquatio inter $\frac{5}{9}$ ce. & 1 ʓ. Diuisa ergo 1. per $\frac{5}{9}$. fiet 1 ℞. $\frac{9}{5}$. vel 1 $\frac{4}{5}$. numerus quæsitus. Huius enim quadratus $\frac{81}{25}$. constituit $\frac{5}{9}$. cubi $\frac{729}{125}$.

RVRSVS sit inueniendus numerus, cuius quadrati quincuplum constituat $\frac{1}{7}$ cubi ipsius. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. cuius quadratus 1 ʓ. & cubus 1 ce. Ergo æqualitas erit inter 5 ʓ. & $\frac{1}{7}$ ce. Diuisis ergo 5. per $\frac{1}{7}$. fiet 1 ℞. 35. numerus quæsitus. Huius enim quadratus est 1225. & eius quincuplum 6125. constituit $\frac{1}{7}$. cubi 42875. ex 35. procreati.

POSTREMO inueniendus sit numerus, cuius quadrati quincuplum constituat $\frac{9}{10}$. cubi ipsius. Positis ijsdem, erit æquatio inter 5 ʓ. & $\frac{9}{10}$ ce. Diuisis igitur 5. per $\frac{9}{10}$. fiet 1 ℞. $\frac{50}{9}$. hoc est, 5 $\frac{5}{9}$. numerus quæsitus. Eius enim quadratus est $\frac{2500}{81}$. cuius quintuplum $\frac{12500}{81}$. constituit $\frac{9}{10}$. cubi $\frac{125000}{729}$.

CXLIIII. 144 *Numerum inuenire, qui sui cubi constituat datam partem, vel partes.*

SIT primum inueniendus numerus, qui constituat $\frac{1}{12}$. sui cubi. Ponatur quæsitus numerus 1 ℞. cuius cubus 1 ce. Est ergo æqualitas inter 1 ℞. & $\frac{1}{12}$ ce. Diuisaq. 1 per $\frac{1}{12}$. fiet 1 ʓ. 12. (quod inter ce, & ℞, interiecta sit denominatio ʓ.) & eius radix quadrata, nimirum √ʓ 12. erit pretium 1 ℞. Numerus ergo quæsitus est √ʓ 12. Hic enim constituit $\frac{1}{12}$. sui cubi √ʓ 1728.

DEINDE inueniendus sit numerus, qui constituat $\frac{4}{9}$. sui cubi. Positis ijsdem, fiet æquatio inter 1 ℞. & $\frac{4}{9}$ ce. Diuisa igitur 1 per $\frac{4}{9}$. fiet 1 ʓ. $\frac{9}{4}$. & 1 ℞. $\frac{3}{2}$. numerus quæsitus. Eius enim cubus est $\frac{27}{8}$. cuius quatuor nonas continet inuentus numerus $\frac{3}{2}$.

CXLV. 145 *Duos numeros in data proportione inuenire, ita vt minor in quadratum maioris ductus producat numerum datum.*

SINT inueniendi duo numeri in proportione sesquiquinta, ita vt minore in quadratum maioris ducto, gignatur numerus 4860. Ponantur numeri quæsiti 5 ℞. & 6 ℞. in proportione sesquiquinta. Minore 5 ℞. ducto in 36 ʓ. quadratum maioris 6 ℞, fit numerus 180 ce.

180 ce. æqualis 4860. Diuisis ergo 4860. per 180. fiet 1 ce. 27. cuius radix cubica est 3. quia inter characteres ce. & N. duo medij sunt z. & ℞. Ergo minor numerus positus 5 ℞. erit 15. & maior positus 6 ℞. erit 18. Atque ex minore 15. in 324. quadratum maioris 18. fit numerus 4860.

SINT rursus in eadem proportione sexquiquinta inueniendi duo numeri, ita vt minor ductus in quadratum maioris producat 1. Positis ijsdem, inuenietur æqualitas inter 170 ce. & 1. Diuisa ergo 1. per 180. fiet 1 ce, $\frac{1}{180}$. & radix cubica √ce $\frac{1}{180}$. Ergo minor numerus positus 5 ℞. faciet √ce $\frac{125}{180}$. hoc est, √ce $\frac{25}{36}$. Maior autem positus 6 ℞. erit √ce $\frac{216}{180}$. siue √ce $\frac{6}{5}$. Atque ex minore √ce $\frac{25}{36}$. in √ce $\frac{36}{25}$. quadratum maioris √ce $\frac{6}{5}$. producitur √ce $\frac{900}{900}$. hoc est, 1. Quando enim numerator fractionis æqualis est denominatori, fractio illa vnitati æquiualet.

146 *Numerum inuenire, qui inter duos sit medius, superetq. minorem numero dato, & superetur à maiore numero alio dato quolibet, & duo extremi efficiant summam datam quamcunque.* CXLVI.

HOC ænigma simile est ænigmati 51. & 52. sed aliter propositũ, atque aliter dissolutum. Inueniendus enim sit numerus medius inter duos summam efficientes 100. ita vt minorem superet numero 15. & a maiore superetur numero 9. Quoniam maior ponitur superare medium quæsitum, numero 9. Et hic medius minorem, numero 15. liquidò constat maiorem superare minorem numero 24. Si ergo data summa 100. diuidatur in duas partes, quarum excessus 24. & ad minorem addantur 15. fiet medius quæsitus. Ponatur ergo minor pars 1 ℞. & maior 100 — 1 ℞. quæ illam superare debet numero 24. Detracta 1 ℞. ex 100 — 1 ℞. reliquus fit numerus 100 — 2 ℞. æqualis 24. Additis ergo 2 ℞. vtrinque, fiet æqualitas inter 100. & 24 + 2 ℞. Et ablatis 24. vtrobique, inter 76. & ℞. Diuisis igitur 76. per 2. fiet 1 ℞. 38. minor pars, ideoq. maior erit 62. Et additis 15. ad minorem 38. fiet medius quæsitus 53. Hic enim superat minorem partem numero 15. & a maiore superatur numero 9.

147 *Datum numerum in quotlibet partes distribuere, ita vt vnaquæque ad sequentem habeat datam proportionem.* CXLVII.

SIT datus numerus 18000. diuidendus in sex partes, ita vt prima ad secundam habeat proportionem æqualitatis: secunda ad tertiam duplam: tertia ad quartam triplam: quarta ad quintam proportionem æqualitatis: & quinta ad sextam proportionem quoque

que

prima	1 ℞		3333	$\frac{1}{3}$
secunda	1 ℞		3333	$\frac{1}{3}$
tertia	$\frac{1}{2}$ ℞	id est	1666	$\frac{2}{3}$
quarta	$\frac{1}{6}$ ℞		555	$\frac{5}{9}$
quinta	$\frac{1}{6}$ ℞		555	$\frac{5}{9}$
sexta	$\frac{1}{6}$ ℞		555	$\frac{5}{9}$.

que æqualitatis. Ponatur prima pars 1 ℞. secũda 1 ℞ quoque. Tertia $\frac{1}{2}$ ℞. quarta, quinta, & sexta $\frac{1}{6}$ ℞. quæ omnes faciunt 3 ℞. æquales 10000. Diuisis igitur 10000. per 3. fiet 1 ℞. 3333 $\frac{1}{3}$. ac propterea aliæ partes numeros facient, vt in apposita formula vides. Omnes enim hæ partes in vnam summam collectæ faciunt 10000.

CXLVIII. 148 *Numerum inuenire, cuius partes datæ æquales sint parti aliquotæ datæ eiusdem, auctæ numero dato.*

SIT inueniendus numerus, cuius $\frac{2}{7}$. æquales sint eius semissi auctæ septenario. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Ergo $\frac{2}{3}$ ℞. æquales erunt $\frac{1}{2}$ ℞ + 7. Ablata $\frac{1}{2}$ ℞ vtrobique, remanebit æqualitas inter $\frac{1}{6}$ ℞. & 7. Diuisis ergo 7. per $\frac{1}{6}$. fiet 1 ℞ 42. numerus quæsitus. Nam eius $\frac{2}{3}$. sunt 28. qui numerus æqualis est semissi numeri 42. id est, numero 21. aucto septenario.

CXLIX. 149 *Duos numeros inuenire, quorum summa data sit, ita vt priore per datum numerum diuisa, fiat Quotiens, qui cum data parte posterioris, efficiat numerum datum.*

SINT inueniendi duo numeri, quorum summa 40. ita vt priore diuiso per 5. fiat Quotiens, qui cum $\frac{1}{8}$. posterioris numeri faciat 6. Ponatur prior numerus 1 ℞. & posterior 40 — 1 ℞. Diuisa 1 ℞ per 5. fit Quotiens $\frac{1 ℞}{5}$. Et pars octaua numeri 40 — 1 ℞, est $\frac{40 - 1 ℞}{8}$. quæ cum illo Quotiente facit $\frac{8 ℞ + 200 - 5 ℞}{40}$. hoc est, $\frac{3 ℞ + 200}{40}$. qui numerus æqualis debet esse 6. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducitur ad æquationem inter 3 ℞ + 200, & 240. Ablatisq. 200. vtrinque, erit æquatio inter 3 ℞. & 40. Diuisisq. 40. per 3. fiet 1 ℞ 13 $\frac{1}{3}$. prior numerus quæsitus. ideoq. posterior numerus positus 40 — 1 ℞. erit 26 $\frac{2}{3}$. Nam diuiso priore numero 13 $\frac{1}{3}$. per 5. fit Quotiens 2 $\frac{2}{3}$. qui cum octaua parte posterioris numeri 26 $\frac{2}{3}$, id est, cum 3 $\frac{1}{3}$. facit 6.

IN hoc exemplo proposito vides, priorem numerum inuentum esse minorem. In alio exemplo poterit esse maior. Vt si inueniendi sint duo numeri, quorum summa 20. ita vt priore diuiso per 3. Quotiens fiat, qui cum $\frac{1}{8}$. posterioris numeri faciat 5. Ponatur prior numerus 1 ℞. & posterior 20 — 1 ℞. Diuisa 1 ℞ per 3. fit Quotiens $\frac{1 ℞}{3}$. & pars octaua numeri 20 — 1 ℞. est $\frac{20 - 1 ℞}{8}$. quæ cum illo Quotiente facit $\frac{8 ℞ + 60 - 3 ℞}{24}$. hoc est, $\frac{5 ℞ + 60}{24}$. qui numerus æqualis debet

bet esse 5. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducitur ad æquationem inter 5 ℞ & 60. Diuisisq. 60 per 5 fiet 1 ℞. 12 prior numerus quæsitus, ideoq. posterior 20 — 1 ℞. erit 8. Diuiso enim priore 12. per 3. fit Quotiens 4. qui cum 1. id est, cum parte octaua posterioris numeri 8. facit 5. Estq. prior numerus maior posteriore.

SCHOLIVM.

ADVERTE tamen, in simili ænigmate proponi aliquando quæstionem, quæ nulla ratione solui possit, nisi admittantur numeri Nihilo minores. Sint enim inueniendi duo numeri, quorum summa 40, ita vt priore diuiso per 5. fiat Quotiens, qui cum $\frac{1}{10}$. posterioris faciat 100. Ponatur prior numerus 1 ℞. & posterior 40 — 1 ℞. Diuisa 1 ℞ per 5. fit Quotiens $\frac{1℞}{5}$. & pars decima numeri 40 — 1 ℞. est $\frac{40-1℞}{10}$. quæ cum Quotiente illo facit $\frac{10℞+200-5℞}{50}$. hoc est, $\frac{5℞+200}{50}$. qui numerus æqualis esse debet 100. Atque hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducitur ad æquationem inter 5 ℞ + 200. & 5000. Ablatisque 200. vtrinque, erit æquatio inter 5 ℞. & 4800. Diuisisq. 4800. per 5. fiet 1 ℞. 960. prior numerus quæsitus, qui maior est summa proposita 40. quod est ineptum. Sed concedamus hoc absurdum, & progrediamur vlterius. Secundus numerus positus 40 — 1 ℞. erit 40 — 960. Hic enim cum 960. facit 40. summam propositam. Numerus autem 40 — 960. æquiualet huic — 920. Nam si demantur 960. ex 40. remanent — 920. vt hæc formula demonstrat: atque hic numerus — 920. additus ad 960. priorem numerum conficit iterum summam propositam 40. vt in hac altera formula apparet. Iam si prior numerus 960. diuidatur per 5. fit Quotiens 192. qui cum $\frac{1}{10}$. numeri — 920. id est, cum — 92. facit 100. numerum propositum, vt in tertia formula videre licet.

+ 40
+ 960
— 920

— 920
+ 960
+ 40

+ 192
— 92
+ 100

LIBVIT hoc exemplum pluribus verbis explicare, vt videas vim numerorum infra Nihil, & Algorithmi signorum + & —. quamuis inuenta 1 ℞. numero 960. statim dicere posses, quæstionem esse impossibilem, quippe cum numerus 960. non possit esse pars summæ propositæ 40.

150 *Numerum inuenire, qui cum data eius parte datum numerum quemcunque superet tanto numero, quãto idem datus numerus, vel alius datus ipsum met numerum inuentum superat.* CL.

SIT primum inueniendus numerus, qui cum eius $\frac{1}{4}$. superet 100 eodem numero, quo 100. superant inuentum numerum. Ponatur nume-

numerus quæsitus 1 ℞. qui cum $\frac{1}{4}$. faciet 1 $\frac{1}{4}$ ℞. quæ summa superare debet 100. eodem numero, quo 100. superant 1 ℞. Ergo demptis 100. ex 1 $\frac{1}{4}$ ℞. & 1 ℞. ex 100. remanebunt excessus æquales: hoc est, erit æquatio inter 1 $\frac{1}{4}$ ℞ — 100. & 100 — 1 ℞. Et addita 1 ℞. vtrobique, inter 2 $\frac{1}{4}$ ℞ — 100. & 100. Rursumq. additis 100. vtrinque, inter 2 $\frac{1}{4}$ ℞. & 200. Diuisis ergo 200. per 2 $\frac{1}{4}$. fiet 1 ℞. 88 $\frac{8}{9}$. numerus quæsitus. Nam si ad ipsum addatur eius $\frac{1}{4}$. nimirum numerus 22 $\frac{2}{9}$. fiet summa 111 $\frac{1}{9}$. quæ superat 100. numero 11 $\frac{1}{9}$. quo videlicet 100. inuentum numerum 88 $\frac{8}{9}$. superant.

SIT deinde numerus inueniendus, qui cum $\frac{2}{3}$. sui ipsius superet 100. eodem numero, quo 140. ipsum numerum inuentum superant. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Ergo æquatio erit inter 1 $\frac{2}{3}$ ℞ — 100 & 140 — 1 ℞. Et addita 1 ℞ vtrinque, inter 2 $\frac{2}{3}$ ℞ — 100. & 140. Additisq. rursum 100 vtrobique, inter 2 $\frac{2}{3}$ ℞. & 240. Diuisis ergo 240. per 2 $\frac{2}{3}$. fiet 1 ℞. 90. numerus quæsitus. Nam si addantur eius $\frac{2}{3}$. nimirum 60. fiet summa 150. quæ superant 100. numero 50. quo videlicet 140. numerum inuentum 90. superant.

SIT denique inueniendus numerus, qui cum $\frac{1}{2}$ ipsius faciat summam, quæ eodem numero superet 40. quo numerus 10. inuentum numerum superat. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Ergo æquatio erit inter 1 $\frac{1}{2}$ ℞ — 40. & 10 — 1 ℞. Additaq. 1 ℞ vtrobique, inter 2 $\frac{1}{2}$ ℞ — 40. & 10. Additisq. rursum 40. vtrinque, inter 2 $\frac{1}{2}$ ℞. & 50. Diuisis ergo 50 per 2 $\frac{1}{2}$. fiet 1 ℞. 20. quæsitus numerus, qui cum ipsius $\frac{1}{2}$. facit summam 30. quæ numerum 40. superat numero — 10. vt patet in hac formula, vbi 40. subducta sunt a 30. Atque eodem numero — 10. superat numerus 10. inuentum numerum 20. vt constat, si 20. ex 10. subtrahantur, vt in hac altera formula cernis. Vbi rursum vides mirabilem vim Algorithmi signorum + & —. quamuis dici possit, hoc exemplum non posse expediri, propterea quod numerus 20. inuentus cum $\frac{1}{2}$ id est, cum 10. facit minorem summam, quam 40.

+ 30
+ 40
— 10

+ 10
+ 20
— 10

CLI. 151 *Numerum inuenire, à quo si subtrahatur data pars, vel partes, relinquatur numerus tanto minor, quam datus numerus, quanto ipse inuentus numerus eundem datum numerum ~~datum~~ superat.*

SIT inueniendus numerus, ita vt subtracta $\frac{1}{5}$ ipsius, reliquus sit numerus tanto minor quam 100. quanto ipse numerus inuentus maior est, quam 100. Ponatur quæsitus numerus 1 ℞. a quo subtracta $\frac{1}{5}$. reliquæ fiunt $\frac{4}{5}$ ℞. quæ detractæ ex 100. relinquunt 100 — $\frac{4}{5}$ ℞. Et si ex 1 ℞ demantur 100. relinquuntur 1 ℞ — 100. Et quia excessus ponuntur æquales, erit æquatio inter 100 — $\frac{4}{5}$ ℞. & 1 ℞ — 100.

—100. Additisq. $\frac{4}{5}$ ℞ vtrinque, inter 100. & 1 $\frac{4}{5}$ ℞ —100. Et rursus additis 100. vtrinque, inter 200. & 1 $\frac{4}{5}$ ℞. Diuisis ergo 200. per 1 $\frac{4}{5}$. id eſt, per $\frac{9}{5}$. fiet 1 ℞. 111 $\frac{1}{9}$. numerus, qui petitur. Cuius $\frac{1}{5}$. facit 22 $\frac{2}{9}$. id eſt, $\frac{200}{9}$. qui numerus demptus ex 111 $\frac{1}{9}$. id eſt, ex $\frac{1000}{9}$. relinquit $\frac{800}{9}$. hoc eſt, 88 $\frac{8}{9}$. qui numerus ſuperatur a 100. numero 11 $\frac{1}{9}$. quo videlicet inuentus numerus 111 $\frac{1}{9}$. numerum 100. ſuperat.

SIT præterea inueniendus numerus, ita vt ſubtractis $\frac{2}{5}$ ipſius; reliquus numerus tanto minor ſit, quam 100. quanto ipſe numerus inuentus maior eſt, quam 100. Ponatur quæſitus numerus 1 ℞. Dēptis $\frac{2}{5}$. remanent $\frac{3}{5}$ ℞. Eritq. æquatio inter 100 — $\frac{3}{5}$ ℞. & 1 ℞ — 100. Additisq. $\frac{3}{5}$ ℞ vtrobique, inter 100. & 1 $\frac{3}{5}$ ℞ — 100. Et rurſum additis 100. vtrinque, inter 200. & 1 $\frac{3}{5}$ ℞. Diuiſis igitur 200. per 1 $\frac{3}{5}$. fiet 1 ℞. 125. numerus quæſitus. Nam ſi ex eo tollantur $\frac{2}{5}$ ipſius, nimirum 50. remanent 75. qui a 100. ſuperantur numero 25. quo videlicet inuentus numerus 125. ſuperat 100.

152 *Numerum inuenire, qui in ſe multiplicatus, & productus in datum numerum, procreet numerum, a quo ſi alius datus numerus ſubtrahatur, reliquus fiat quicunque numerus datus.* CLII.

INVENIENDVS ſit numerus, qui in ſe ductus, & productus in 10. faciat numerū, a quo ſi demantur 100. remaneat numerus 300. Ponatur quæſitus numerus 1 ℞. quo ducto in ſe, fit 1 ʓ. & hoc ducto in 10. fit numerus 10 ʓ. a quo ſi demantur 100. remanet numerus 10 ʓ — 100. qui æqualis debet eſſe numero 300. Additis 100. vtrobique, erit æquatio inter 10 ʓ. & 400. Diuiſisq. 400. per 10. fiet 1 ʓ. 40. Ergo √ʓ 40. eſt numerus, quem quærimus. Nam in ſe multiplicatus facit 40. Et ex 40. in 10. fit numerus 400. a quo ſi ſubtrahantur 100. remanent 300.

153 *Progreſſionem Arithmeticam conſtituere, cuius primus, & vltimus terminus dati ſint, & ſumma progreſſionis data, quando id fieri poteſt.* CLIII.

SIT primus terminus 5. & vltimus 10. ſumma vero omnium terminorum 105. Hic duo oportet inueſtigare, numerum videlicet terminorum, & differentiam progreſſionis. Ponatur numerus terminorum 1 ℞. Et quia ſumma ex primo, & vltimo termino collecta multiplicata per numerum terminorum producit duplum ſummæ progreſſionis, vt in Arithmetica practica, nimirum in prima regula progreſſionum Arithmeticarum docuimus: ſi ſummam ex primo, & vltimo termino collectam, nimirum 15. ducamus in numerum terminorum, id eſt, in 1 ℞. faciemus 15 ℞. cuius ſemiſſis

 $\frac{15}{2}$ ℞.

$\frac{15}{2}$ ℞. eſt ſumma progreſſionis, æqualis ſummæ datæ 105. Diuiſis igitur 105. per $\frac{15}{2}$. fiet 1 ℞. 14. numerus terminorum, quem poſuimus eſſe 1 ℞.

IAM intermedij 12. termini debent facere ſummam 90. nimirum 105. dempto primo termino 5. & vltimo 10. Ponatur differentia progreſſionis 1 ℞. eruntq. 12. termini hi ſequentes.

5 + 1 ℞. 5 + 2 ℞. 5 + 3 ℞. 5 + 4 ℞. 5 + 5 ℞. 5 + 6 ℞. 5 + 7 ℞. 5 + 8 ℞.
5 + 9 ℞. 5 + 10 ℞. 5 + 11 ℞. 5 + 12 ℞.

qui omnes ſummam faciunt 60 + 78 ℞. æqualem numero 90. Demptis ergo 60. vtrinque, erit æqualitas inter 78 ℞. & 30. Diuiſiſq. 30. per 78. fiet 1 ℞. $\frac{5}{13}$. differentia progreſſionis. Eſt ergo hæc progreſſio.

5. $5\frac{5}{13}$. $5\frac{10}{13}$. $6\frac{2}{13}$. $6\frac{7}{13}$. $6\frac{12}{13}$. $7\frac{4}{13}$. $7\frac{9}{13}$. $8\frac{1}{13}$. $8\frac{6}{13}$. $8\frac{11}{13}$. $9\frac{3}{13}$.
$9\frac{8}{13}$. 10.

quippe cum conſtituat 14. terminos, quorum ſumma eſt 105.

QVANDO in priori operatione reperitur numerus terminorum non integer, quæſtio erit impoſſibilis: quia dari non poteſt talis progreſſio, in qua primus, atque vltimus terminus ſint illi, qui dati ſunt, & ſumma progreſſionis illa, quæ proponitur. Vt ſi in eodem exemplo ſumma progreſſionis daretur 100. & primus terminus 5. atque vltimus 10. inueniremus æquationem inter $\frac{15}{2}$ ℞. & 100. Diuiſiſq. 100. per $\frac{15}{2}$. fieret 1 ℞. $13\frac{1}{3}$. numerus terminorum. quod fieri nequit. Nam nulla eſt progreſſio Arithmetica in rerum natura, cuius primus terminus ſit 5. & vltimus 10. ſummaq. progreſſionis 100.

ITAQVE ænigma propoſitum intelligendum eſt, quando verè talis eſt progreſſio, in qua dati numeri ſint primus, & vltimus terminus, & ſumma progreſſionis. Neque vero parui æſtimandum eſt, reperire huiuſmodi progreſſionem per præcepta Algebræ. Nam ſi proponeretur hæc quæſtio. Eſt progreſſio Arithmetica, in qua primus terminus eſt 5. & vltimus 32. ſumma vero progreſſionis 185. quis eam facile inueniet ſine Algebra? quam tamen ſine magno labore reperiemus, ea via, quam in ænigmate præſcripſimus. Inuenietur enim numerus terminorum 10. & differentia progreſſionis 3. ita vt progreſſio quæſita ſit hæc.

5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32.

CLIIII. 154 *Progreſſionem Geometricam in data proportione conſtituere, cuius vltimus terminus datus ſit, vnà cum ſumma progreſſionis.*

SIT conſtituenda progreſſio in proportione ſeſquialtera, cuius vlti-

vltimus terminus 19683. & ſumma totius progreſſionis 55593. Ponatur primus terminus 1 ℞. Et quia ſi primus terminus ab vltimo ſubtrahatur, & reliquus numerus per denominatorem proportionis, vno minus, diuidatur, atque ad Quotientem vltimus terminus adijciatur, fit totius progreſſionis ſumma, vt in Arithmetica practica in prima regula progreſſionum Geometricarum ſcripſimus: detrahatur 1 ℞ id eſt, primus terminus, ab vltimo 19683. & reſiduum 19683—1 ℞. diuidatur per $\frac{1}{2}$. hoc eſt, per denominatorem proportionis $1\frac{1}{2}$. minus vno, & ad Quotientem 39366—2 ℞. adijciatur vltimus terminus 19683. fietq. tota ſumma progreſſionis 59049—2 ℞. æqualis datæ ſummæ 55593. Additis ergo 2 ℞ vtrinque, erit æqualitas inter 59049. & 55593+2 ℞. Et ablatis vtrobique 55593. inter 3456. & 2 ℞. Diuiſis igitur 3456. per 2. fiet 1 ℞. 1728. primus videlicet terminus progreſſionis in proportione ſeſquialtera. Quocirca conſtituetur hæc progreſſio ſeptem terminorum, qui omnes faciunt datam ſummam 55593.

1728. 2592. 3888. 5832. 8748. 13122. 19683.

155 *Progreſſionem Geometricam in data proportione conſtituere, cuius primus terminus datus ſit, vnà cum progreſſionis ſumma.* CLV.

SIT datus primus terminus proportionis ſeſquialteræ 1728. & ſumma progreſſionis 55593. Ponatur vltimus terminus 1 ℞. a quo ſi primus dematur, remanet numerus 1 ℞—1728. quo diuiſo per $\frac{1}{2}$. fit Quotiens 2 ℞—3456. Addito ergo vltimo termino 1 ℞. fit ſumma progreſſionis 3 ℞ — 3456. vt in Arithmetica practica diximus, æqualis datæ ſummæ 55593. Additisq; 3456. vtrobique, erit æquatio inter 3 ℞. & 59049. Diuiſis ergo 59049. per 3. fiet 1 ℞. 19683. vltimus terminus, totaq. progreſſio erit hæc.

1728. 2592. 3888. 5832. 8748. 13122. 19683. &c.

HAEC etiam duo proxima ænigmata intelligenda ſunt, ſi verè in rerum natura tales progreſſiones Geometricæ exiſtant, in quibus vltimus terminus, vel primus ſint illi, qui proponuntur, & ſumma progreſſionis ſit quoque illa, quæ datur. Vnde ſi quæreretur progreſſio in proportione ſeſquialtera, cuius ſumma 1000. & vltimus terminus 500. foret quæſtio inexplicabilis, cum nulla talis progreſſio exiſtat. quod experiri poteris. Sed ſi quæratur progreſſio Geometrica in proportione ſeſquialtera, cuius vltimus terminus ſit $68\frac{11}{32}$. & ſumma progreſſionis $197\frac{1}{32}$. quia talis progreſſio in rerum natura exiſtit, ponemus primum terminum 1 ℞. qui demptus ex vltimo termino $68\frac{11}{32}$. relinquit $68\frac{11}{32}$ — 1 ℞. quo numero diuiſo per $\frac{1}{2}$. id eſt, per denominatorem proportionis minus vno, fit

Quotiens $\frac{4374}{32}$. — 2 ꝛe. & addito vltimo termino 68 $\frac{11}{32}$. siue $\frac{2187}{32}$. fit numerus $\frac{6561}{32}$ — 2 ꝛe. æqualis summæ progressionis 197 $\frac{1}{32}$. siue $\frac{6305}{32}$. Additis igitur 2 ꝛe. vtrobique, erit æquatio inter 2 ꝛe + $\frac{6305}{32}$. & $\frac{6561}{32}$. Ablatisq. $\frac{6305}{32}$ vtrinque, inter 2 ꝛe. & $\frac{256}{32}$. Diuisis igitur $\frac{256}{32}$. per 2. fiet 1 ꝛe. 4. primus progressionis terminus. Vnde sic stabit progressio.

4. 6. 9. 13 $\frac{1}{2}$. 20 $\frac{1}{4}$. 30 $\frac{3}{8}$. 45 $\frac{9}{16}$. 68 $\frac{11}{32}$.

SIC etiam si detur primus terminus 4. & summa progressionis in proportione sesquialtera, inuenietur vltimus terminus 68 $\frac{11}{32}$. Atque ita, si a 4. continuetur proportio sesquialtera, consistendum erit in octauo termino 68 $\frac{11}{32}$. &c. Et sane præclarum est, ex vltimo termino inuenire primum, & ex primo vltimum, etiamsi intermedij nondum sint cogniti.

CLVI. 156 *Datum numerum in duos partiri, vt primus aliquoties, vt libet, sumptus sit multiplex datus secundi aliquoties, vt libet, sumpti: Vel vt secundus aliquoties, vt libet, sumptus sit datus multiplex primi aliquoties, vt libet sumpti.*

SIT datus numerus 40. diuidendus primum in duos, vt primus ter sumptus faciat numerum duplum secundi quater sumpti. Ponatur primus 1 ꝛe. & secundus 40—1 ꝛe. Triplum primi 3 ꝛe. duplum esse debet quadrupli secundi, hoc est, numeri 160—4 ꝛe. Erit ergo æquatio inter 3 ꝛe. & 320—8 ꝛe. Additisq. 8 ꝛe vtrinque, inter 11 ꝛe & 320. Diuisis ergo 320 per 11 fiet 1 ꝛe. 29 $\frac{1}{11}$ primus numerus. alter ergo erit 10 $\frac{10}{11}$. Triplum primi est 87 $\frac{3}{11}$. qui numerus duplus est, quadrupli secundi, id est, 43 $\frac{7}{11}$.

SIT deinde idem numerus 40. tribuendus in duos, vt secundus quater sumptus sit duplus primi ter sumpti. Ergo secundus quater sumptus, id est, numerus 160—4 ꝛe. duplus erit primi ter sumpti, id est, 3 ꝛe. hoc est, æqualis erit 6 ꝛe. Additis ergo 4 ꝛe vtrobique, æquatio erit inter 160. & 10 ꝛe. Diuisisq. 160 per 10. fiet 1 ꝛe. 16. primus numerus. alter ergo erit 24. Quadruplum huius, nimirum 96. duplum est tripli illius, nimirum 48.

CLVII. 157 *Tres numeros in Arithmetica progressione inuenire, vt numerus ex mutua eorum multiplicatione genitus ad eorundem summam habeat datam proportionem.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SINT inueniendi tres numeri Arithmeticam constituentes progressionem, vt numerus ex mutua eorum multiplicatione productus, triplus sit summæ eorundem. Ponantur tres numeri quæsiti, 1 ℞. 2 ℞. 3 ℞. habentes eundem excessum 1 ℞. Ex multiplicatione eorum fit numerus 6 ce. triplus summæ eorum 6 ℞. hoc est, æqualis 18 ℞. Diuisis ergo 18 per 6 fiet 1 ʒ. 3. propterea quod inter ce. & ℞. medius est character ʒ. ac propterea 1 ℞. erit √ʒ 3. & 2 ℞. erunt √ʒ 12. & 3 ℞. erunt √ʒ 27. ita vt tres numeri quæsiti sint √ʒ 3. √ʒ 12. √ʒ 27. habentes eundem excessum √ʒ 3. qui inter se multiplicati faciunt √ʒ 972. qui numerus triplus est summæ eorundem, numeri videlicet √ʒ 108.

QVANDO denominator proportionis, quam productus numerus ad summam habere debet, est numerus quadratus, explicabitur quæstio in numeris rationalibus. Vt ijsdem positis, si numerus productus debeat habere proportionem noncuplam, inuenietur æquatio inter 6 ce. & 54 ℞. Diuisis igitur 54 per 6. fiet 1 ʒ 9. & 1 ℞. 3. atque tres numeri quæsiti erunt 3. 6. 9. qui inter se multiplicati gignunt numerum 162. noncuplum eorum summæ 18.

158 *Tres numeros inuenire, vt primus acceptis quotlibet vnitatibus a secundo, faciat numerum multiplicem quemcunque eius, qui secundo remanet: Secundus vero, acceptis quotuis vnitatibus a tertio, faciat numerum etiam multiplicem quemcunque eius, qui tertio superest: Tertius denique acceptis quotlibet vnitatibus a primo, faciat numerũ æqualem residuo primi, minus dato numero.* CLVIII.

CAPIAT primus a secundo 4. & secundus a tertio 3. & tertius a primo 10. ita vt primus faciat duplum eius, qui secundo superest: Secundus autem triplum eius, qui tertio superest: Tertius denique æqualem residuo primi, minus 14. Ponatur secundus 3 ℞ + 6. vt dare possit 4. primo, & acceptis 3. a tertio, numerum conficiat triplum eius, qui tertio remanet, id est, numerum faciat, qui habeat $\frac{1}{3}$. sine fractione. Igitur si secundus primo det 4. remanebunt ei 3 ℞ + 2. habebitq. tunc primus 6 ℞ + 4. eius duplum, ac proinde, antequam acciperet 4. habuit 6 ℞. Deinde secundus, acceptis 3. a tertio, habebit 3 ℞ + 9. numerum triplum eius, qui tertio superest. Tertius ergo tunc habebit 1 ℞ + 3. & antequam daret 3. habuit 1 ℞ + 6. qui si accipiat 10. a primo, habebit 1 ℞ + 16. qui numerus æqualis esse debet residuo primi, minus 14. hoc est, si accedant tertio vnitates 14. tum demum faciet 1 ℞ + 30. numerum æqualem residuo primi 6 ℞ — 10. Additis ergo 10. vtrinque, fiet æquatio inter 1 ℞ + 40. & 6 ℞. Ablataq. 1 ℞ vtrobique, inter 40. & 5 ℞. Diuisis ergo 40 per 5. fiet 1 ℞. 8. Primus ergo numerus, quem posuimus

6 ℞.

6 ℞. erit 48. Secundus vero positus 3 ℞ + 6. erit 30. Tertius denique positus 1 ℞+6. erit 14. Nam primus, acceptis 4. a secundo, habebit 52. qui numerus duplus est 26. qui secundo superest. Secundus autem, sumptis 3. a tertio, habebit 33. numerum triplum 11. qui tertio superest. Tertius denique, acceptis 10. a primo, habebit 24. qui numerus æqualis est residuo primi 38. — 14.

QVOD si tertius, acceptis 10. a primo, debeat habere numerum præcise æqualem residuo primi, inuenietur 1 ℞. 5 $\frac{1}{5}$. Et tres numeri erunt 31 $\frac{1}{5}$. 21 $\frac{3}{5}$. 11 $\frac{1}{5}$. Aequatio porro inuenta docebit, quando quæstio est impossibilis.

CLIX. 159 ***Duos numeros inuenire, ita vt primus, acceptis quotlibet vnitatibus a secundo, superet residuum secundi dato numero: At secundus acceptis quotuis vnitatibus a primo, faciat numerum multiplicem datum eius, qui primo remanet, ac præterea contineat datum numerum.***

CAPIAT primus a secundo 20. Secundus vero 3. a primo: faciatq. primus numerum, qui residuum secundi superet numero 9. Secundus vero numerum faciat triplum residui primi, & insuper contineat 9. vnitates. Ponatur primus 1 ℞. qui acceptis 20. a secundo, habebit 1 ℞ + 20. qui numerus residuum secundi superare debet numero 9. Ergo secundo remanent 1 ℞+11. ac proinde antequam primo daret 20. habuit 1 ℞+31. Hic acceptis 3. a primo, habebit 1 ℞+34. qui numerus triplus esse debet residui primi, & insuper continere 9. Ablatis ergo 9. erit reliquus numerus 1 ℞ +25. triplus residui primi. Est autem residuum primi 1 ℞ — 3. Igitur æquatio erit inter 1 ℞+25. & 3 ℞—9. Additisq. 9. vtrinque, inter 1 ℞+34. & 3 ℞. Ablataq. 1 ℞. vtrobique, inter 34. & 2 ℞. Diuisis ergo 34. per 2. fiet 1 ℞. 17. primus numerus. Secundus ergo erit 48. nimirum 1 ℞ +31. Ac primus 17. acceptis 20. a secundo, habebit 37. qui numerus residuum secundi 28. superat numero 9. Secundus autem 48. acceptis 3. a primo, habebit 51. qui numerus triplum residui primi 14. superat numero 9.

CLX. 160 ***Numerum inuenire, per quem si datus numerus diuidatur, ex Quotiente in quemuis datum numerũ tantum fiat, quantum ex inuento numero in alium quemuis numerum datum.***

SIT datus numerus 36. diuidendus per inuentum numerum, ita vt Quotiens in 24. ductus tantum faciat, quantum numerus inuentus in 54. ductus facit. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. per quem si diui-

ſi diuidatur numerus 36. fit Quotiens $\frac{36}{1 ℞}$. qui ductus in 24. facit $\frac{864}{1 ℞}$. numerum æqualem numero 54 ℞. qui fit ex poſito numero 1 ℞. in 54. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 864. & 54 ȝ. Diuiſis igitur 864. per 54. fiet 1 ȝ 16. & 1 ℞. 4. numerus quæſitus. Diuiſo enim dato numero 36. per 4. fit Quotiens 9. qui ductus in 24. facit 216. numerum æqualem ei, qui fit ex inuento numero 4. in 54.

Item inueniendus ſit numerus, per quem ſi diuidatur datus numerus 40. fiat Quotiens, qui ductus in 8. tantum faciat, quantum inuentus numerus facit in 50. ductus. Ponatur quæſitus numerus 1 ℞. per quem ſi diuidatur numerus 40. fit Quotiens $\frac{40}{1 ℞}$. qui ductus in 8. facit $\frac{320}{1 ℞}$ numerum æqualem numero 50 ℞. qui fit ex poſito numero 1 ℞. in 50. quæ æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 320. & 50 ȝ. Diuiſis ergo 320 per 50. fiet 1 ȝ. $6\frac{2}{5}$. ſiue $\frac{32}{5}$. & 1 ℞. √ȝ $\frac{32}{5}$. numerus quæſitus. per quem ſi diuidatur datus numerus 40. hoc eſt, √ȝ 1600. fit Quotiens √ȝ $\frac{8000}{32}$. qui ductus in 8. hoc eſt, in √ȝ 64. producit numerum √ȝ $\frac{512000}{32}$. qui æqualis eſt numero √ȝ $\frac{80000}{5}$. qui fit ex numero inuento √ȝ $\frac{32}{5}$ in 50. id eſt, in √ȝ 2500. Quod enim æquales ſint numeri √ȝ $\frac{512000}{32}$. & √ȝ $\frac{80000}{5}$. liquet, cum in crucem multiplicati producant eundem numerum √ȝ 2560000.

161 *Tres numeros continuè proportionales in data proportione inuenire, quorum quadrati in vnam ſummã collecti faciant datum numerum.* CLXI.

SINT inueniendi tres numeri continuè ſeſquitertij, quorum quadrati faciant 4329. Ponantur quæſiti numeri 9 ℞. 12 ℞. 16 ℞. in proportione ſeſquitertia. Eorum quadrati 81 ȝ. 144 ȝ. 256 ȝ. faciunt ſummam 481 ȝ. æqualem 4329. Diuiſis ergo 4329. per 481. fiet 1 ȝ. 9. & 1 ℞. 3. Ergo primus numerus poſitus 9 ℞. eſt 27. ſecundus 36. & tertius 48. quorum quadrati 729. 1296. 2304. faciunt ſummam 4329.

SINT rurſus inueniendi tres numeri continuè dupli, quorum quadrati faciant 6000. Ponantur tres quæſiti numeri 1 ℞. 2 ℞. 4 ℞. Horum quadrati 1 ȝ. 4 ȝ. 16 ȝ. faciunt ſummam 21 ȝ. æqualem 6000. Diuiſis ergo 6000. per 21. fiet 1 ȝ $\frac{2000}{7}$. & 1 ℞. √ȝ $\frac{2000}{7}$. Numeri ergo quæſiti in proportione dupla ſunt √ȝ $\frac{2000}{7}$. √ȝ $\frac{8000}{7}$. √ȝ $\frac{32000}{7}$. quorum quadrati $\frac{2000}{7}$. $\frac{8000}{7}$. $\frac{32000}{7}$. faciunt $\frac{42000}{7}$. hoc eſt, 6000.

162 *Tres numeros continuè proportionales in data proportione inuenire, ita vt parte data maximi numeri in partem datam medij multiplicata, & hoc producto in partem datam minimi ducto, procreetur datus numerus.* CLXII.

SINT

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

SINT inueniendi tres numeri continuè ſeſquialteri, ita vt tertia parte maximi ducta in ſemiſſem medij, & hoc numero producto in quartam partem minimi multiplicato, fiat numerus 576. Ponantur tres numeri quæſiti ſeſquialteri, 4 ℞. 6 ℞. 9 ℞. Ex $\frac{1}{3}$. maximi id eſt, ex 3 ℞. in ſemiſſem medij, id eſt, in 3 ℞. fit numerus 9 ʒ. & ex hoc in $\frac{1}{4}$. minimi, id eſt, in 1 ℞. fit numerus 9 ce. æqualis 576. Diuiſis ergo 576. per 9. fiet 1 ce 64. cuius radix cubica 4. Ergo tres numeri quæſiti, cum poſiti ſint 4 ℞. 6 ℞. 9 ℞. erunt 16. 24. 36. Atque ex tertia parte maximi, id eſt, ex 12. in ſemiſſem medij, id eſt, in 12. fit numerus 144. & ex hoc in $\frac{1}{4}$. minimi, id eſt, in 4. fit 576.

CLXIII. 163 *Numerum inuenire, cuius datæ duæ partes inter ſe multiplicatæ producant numerum, quo diuiſo per datum numerum, fiat Quotiens, qui contineat partem datam, vel partes radicis quadratæ numeri inuenti.*

SIT inueniendus numerus, cuius $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. inter ſe multiplicatæ faciant numerum, quo diuiſo per 27. exeant $\frac{2}{3}$. radicis quadratæ numeri inuenti. Ponatur quæſitus numerus 1 ℞. Ex eius $\frac{1}{3}$. in $\frac{1}{4}$. id eſt, ex $\frac{1 ℞}{3}$. in $\frac{1 ℞}{4}$. fit numerus $\frac{1 ʒ}{12}$. quo diuiſo per 27. fit numerus $\frac{1 ʒ}{324}$. æqualis duabus tertijs radicis quadratæ numeri inuenti 1 ℞. hoc eſt, duabus tertijs numeri √ʒ 1 ℞. hoc eſt, numero √ʒ $\frac{4 ℞}{9}$. qui facit $\frac{2}{3}$. numeri √ʒ 1 ℞. produciturq. ex ductu √ʒ 1 ℞. in $\frac{2}{3}$. id eſt, in √ʒ $\frac{4}{9}$. Itaque æquatio inuenta eſt inter √ʒ $\frac{4 ℞}{9}$. & $\frac{1 ʒ}{324}$. Igitur & æquatio erit inter eorum quadrata $\frac{4 ℞}{9}$. & $\frac{1 ʒʒ}{104976}$. quæ per multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 419904 ℞. & 9 ʒʒ. Diuiſis ergo 419904. per 9. fiet 1 ce 46656. (quia inter ℞. & ʒʒ. medij ſunt duo characteres ʒ. & ce.) & 1 ℞. 36. numerus quæſitus. Nam ex 12. eius tertia parte in 9. eius quartam partem fit numerus 108. quo diuiſo per 27. fit Quotiens 4. qui facit $\frac{2}{3}$. radicis quadratæ numeri inuenti 36. quæ radix eſt 6.

CLXIIII. 164 *Numerum inuenire, cuius pars data in ſe multiplicata, & productus numerus in aliam partem datam ductus procreet quadratum numerum inuenti numeri.*

SIT inueniendus numerus, cuius $\frac{1}{5}$. in ſe faciat numerum, qui ductus in $\frac{1}{3}$. eiuſdem numeri inuenti producat quadratum numeri inuenti. Ponatur quæſitus numerus 1 ℞. Huius $\frac{1}{5}$. nimirum $\frac{1 ℞}{5}$. ducta in ſe facit $\frac{1 ʒ}{25}$. qui numerus ductus in $\frac{1 ℞}{3}$. facit numerum $\frac{1 ce}{75}$. æqualem quadrato numeri poſiti 1 ℞, hoc eſt, numero 1 ʒ. ita vt æquatio ſit inter $\frac{1 ce}{75}$. & 1 ʒ. quæ per multiplicationem in crucem

redu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

reducitur ad hanc inter 1 ce. & 75 ℨ. Diuisis ergo 75. per 1 fiet 1 ℞. 75. (quod Cossici numeri collaterales sint) numerus quæsitus. Nam eius quinta pars, 15. ducta in se facit 225. qui numerus ductus in 25. tertiam partem eiusdem numeri 75. facit 5625. quadratum inuenti numeri 75.

165 *Numerum inuenire, cuius pars data in aliam partem datam multiplicata producat datum numerum.* CLXV.

SIT inueniendus numerus, cuius $\frac{1}{4}$. ducta in $\frac{1}{6}$. faciat 384. Ponatur quæsitus numerus 1 ℞. Ex $\frac{1\,℞}{4}$. in $\frac{1\,℞}{6}$. fit numerus $\frac{1\,ℨ}{24}$. æqualis 384. Hæc æquatlo per multiplicationem in crucem reducitur ad hanc inter 1 ℨ. & 9216. Diuisis igitur 9216 per 1 fiet 1 ℨ. 9216. & 1 ℞. 96. numerus quæsitus. Nam ex 24. quarta eius parte, in 16. eiusdem partem sextam fit numerus 384. datus.

ITEM sit inueniendus numerus, cuius $\frac{1}{4}$. in $\frac{1}{6}$. ducta faciat 100. Ponatur numerus quæsitus 1 ℞. Ex $\frac{1\,℞}{4}$. in $\frac{1\,℞}{6}$. fit numerus $\frac{1\,ℨ}{24}$. æqualis 100. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducitur ad hanc inter 1 ℨ. & 2400. Diuisis ergo 2400. per 1. fiet 1 ℨ. 2400. cuius radix quadrata, √ℨ 2400. erit numerus quæsitus. Nam eius $\frac{1}{4}$. est √ℨ 150. & $\frac{1}{6}$. √ℨ $\frac{200}{3}$. quæ partes inter se multiplicatæ procreant √ℨ $\frac{30000}{3}$. hoc est, √ℨ 10000. siue 100.

S C H O L I V M.

SINE Algebra soluetur hoc problema hac ratione; Denominatores partium inter se multiplicentur, & productus numerus in datum numerum ducatur. Radix enim quadrata huius producti erit numerus quæsitus. Vt in priori exemplo, ex 4. in 6. fit 24. & ex 24. in 384. fit 9216. cuius radix quadrata 96. dabit numerum quæsitum.

QVOD si proponantur tres partes inter se multiplicandæ, ita vt producant numerum datum; multiplicandi erunt partium denominatores inter se, & productus numerus in datum numerum ducendus. Huius enim numeri radix cubica dabit numerum quæsitum. Vt si quæratur numerus, cuius partes $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. inter se multiplicatæ producant 72000. Multiplicatis denominatoribus inter se, fit numerus 24. Et ex 24. in 72000, fit numerus 1728000. cuius radix cubica 120. dabit numerum quæsitum. Nam eius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. nimirum 60 40. 30. inter se multiplicatæ faciunt 72000.

EODEM modo progrediendum est, si quatuor partes aliquotæ proponantur inter se multiplicandæ: sed ex vltimo producto extrahenda est radix Zensizensica. Et si quinque proponantur, eruenda est radix surdesolida. Et sic de alijs in infinitum. Nam ex vltimo producto semper extrahenda est radix, cuius exponens æqualis est numero partium aliquotarum. Vt si dentur 10. partes aliquotæ, extrahenda erit radix zensurdesolida. Et si dentur 12.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.287

radix zenſizenſicubica &c. Qua de re conſule, quæ cap. 2. ſcripſimus de progreſſionibus numerorum Coſſicorum.

CLXVI. 166 *Tres numeros inuenire, vt bini quilibet multiplicati inter ſe gignant tres datos numeros.*

EX primo in ſecundum fiat 240. Ex primo in tertium 660. Et ex ſecundo in tertium, 1380. Ponatur primus numerus 1 2e. Per quem ſi diuidatur numerus 240. productus ex primo in ſecundum, fiet ſecundus $\frac{240}{1\text{ 2e}}$. Nam hic Quotiens ductus in diuiſorem 1 2e. producit diuiſum 240. Eadem ratione erit tertius $\frac{660}{1\text{ 2e}}$. Quotiens videlicet diuiſionis numeri 660. per 1 2e. Iam vero ex ſecundo $\frac{240}{1\text{ 2e}}$. in tertium $\frac{660}{1\text{ 2e}}$. fit numerus $\frac{158400}{1\text{ ȝ}}$. æqualis 1380. Hæc æquatio per multiplicationem in crucem reducetur ad hanc inter 158400. & 1380 ȝ. Diuiſis ergo 158400. per 1380. fiet 1 ȝ. 114 $\frac{18}{23}$. (quod inter N. & ȝ. medius ſit vnus character 2e) & 1 2e erit √ȝ 114 $\frac{18}{23}$. primus ſcilicet numerus, qui poſitus fuit 1 2e. Et ſi per hunc primũ, id eſt, per √ȝ $\frac{2640}{23}$. diuidatur primus numerus productus 240. hoc eſt, √ȝ 57600. fiet Quotiens √ȝ 501 $\frac{9}{11}$. ſecundus videlicet numerus. Et ſi per eundem primum numerum √ȝ $\frac{2640}{23}$. diuidatur ſecundus numerus productus 660. hoc eſt, √ȝ 435600. dabit Quotiens √ȝ 3795. tertium numerum. Ex primo √ȝ 114 $\frac{18}{23}$. in ſecundum √ȝ 501 $\frac{9}{11}$. fit √ȝ 57600. hoc eſt, 240. Et ex eodẽ primo √ȝ 114 $\frac{18}{23}$. in tertium √ȝ 3795. fit √ȝ 435600. id eſt, 660. Ac tandem ex ſecundo √ȝ 501 $\frac{9}{11}$. in tertium √ȝ 3795. fit √ȝ 1904400. id eſt, 1380.

CLXVII. 167 *Datis duobus numeris, alium tertium inuenire, qui cum minore numernm faciat æqualem ei, quem inuenti data pars cum maiore efficit.*

DATI ſint duo numeri 12. & 20. inueniendusq. ſit alius, qui cum 12. tantum faciat, quantum eius $\frac{3}{7}$. cum 20. Ponatur numerus quæſitus 1 2e. Igitur 12 + 1 2e. æqualia erunt 20 + $\frac{3}{7}$ 2e. Ablatis $\frac{3}{7}$ 2e vtrinque, erit æquatio inter 12 + $\frac{4}{7}$ 2e. & 20. Et ablatis 12. vtrobique, inter $\frac{4}{7}$ 2e. & 8. Diuiſis ergo 8 per $\frac{4}{7}$. fiet 1 2e. 14. numerus, quem inquirimus. Nam additus ad 12. facit 26. & eius $\frac{3}{7}$. nimirum 6. cum 20. faciunt ſimiliter 26.

CLXVIII. 168 *Numerum inuenire, ita vt quadrati quotcunque partium ipſius ſimul ſumpti conficiant ſummam inuento numero æqualem, vel ipſius multiplicem.*

SIT primum inueniendus numerus, ita vt quadrati ex eius $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. deſcripti ſummam faciant inuento numero æqualem. Ponatur

numerus